लीलावती।

श्रीभास्कराचार्य्यैर्विरचिता।

कलिकातास्थ राजकीय संस्कृत पाठशालायां ज्योतिः-
शास्त्राध्यापक श्रीराधावल्लभ स्मृति-व्याकरण-
ज्योतिस्तीर्थ कृत सोपपत्तिक टीकया
नानाविध नूतन नियमोदाहरणैश्च
समलङ्कृता।

LILAVATI.

HINDU ARITHMETIC AND MENSURATION

BY BHASKARACHARYA.

with exhaustive notes, commentaries, English
synonyms of important technical words and
copious illustrations from modern
European Arithmetic.

EDITED BY

PANDIT RADHABALLAV SMRITI-VYAKARAN-JYOTISTIRTHA,

LECTURER ON ASTRONOMY,

Calcutta Sanskrit College.

कलिकाता ९६।१ श्यामबाजार ष्ट्रीटस्थ वेदाङ्गचतुष्पाठी-
ग्रन्थकार-भवनात् श्रीअक्षयकुमारपाठकेन
प्रकाशं नीता।

शकनरपतेरतीताब्दाः १८३५।

Price 1/8.

भूमिका ।

ऋग्वेदो यजुर्वेदः सामवेदोऽथर्व्ववेद इति चत्वारो वेदाः। तेषां शिक्षा कल्पो व्याकरणं निरुक्तं छन्दो ज्यौतिषमिति षडङ्गानि। तत्र शिक्षाया उदात्ताऽनुदात्तादिविशिष्ट-स्वर-व्यञ्जनात्मक-वर्णोच्चारणविशेषज्ञानं प्रयोजनम्। वैदिकानुष्ठान-क्रमविशेषज्ञानं कल्पात् सम्पद्यते। वैदिकपद-साधुत्वेनोहादि-ज्ञानं व्याकरणस्य प्रयोजनम्। वैदिकमन्त्रस्थ-पदार्थ-ज्ञानं निरुक्तसापेक्षम्। ऋङ्मन्त्राणां गायत्र्युष्णि-गनुष्टुब्बृहतीपंक्तिस्त्रिष्टुब् जगतीति सप्त वैदिकछन्दांसि लौकिक-छन्दांसि च छन्दःशास्त्रे निबद्धानि।

वैदिककर्म्माङ्ग-दर्शादि-कालज्ञानं शुभाशुभ-ज्ञानञ्च ज्यौतिषशास्त्रस्य प्रयोजनम्। वेदाङ्गत्वादेतानि षड् द्विजैरेवाऽध्येतव्यानि। ज्यौतिषशास्त्रमपि सिद्धान्त-संहिता-होरा-भेदेन त्रिविधम्। यत्र ग्रहगत्यादि ज्ञानं स सिद्धान्तः। राजभक्ति-जलादीनि धूमकेत्वादीनां फलानि च संहिताया अवगन्तव्यानि। जातकस्य शुभाशुभे होराशास्त्राज् ज्ञायेते। गणितं पुनर्व्यक्ताऽव्यक्त' भेदेन द्विविधम्। यत्र संख्याभिर्गण्यते तद्व्यक्तगणितम्। यत्र या, का, इत्यादिभिः, क, ख, इत्यादिभिर्व्वा वर्णैं र्गण्यते तदव्यक्तगणितं नाम। गणितज्ञानं

विना ग्रहगत्यादि-ज्ञानं न सम्भवतीति सिद्धान्तशास्त्राध्ययनात् प्रागेव गणिताध्ययनमावश्यकम्। आर्यभट्ट-लल्ल-श्रीधरादिभिः कृतेऽपि गणितशास्त्रे ज्यौतिषशास्त्रे कमलवनप्राबोधने भुवि भास्करेणेव भास्कराचार्येण स्वप्रणीत-सिद्धान्तशिरोमणौ यो लीलावती-संज्ञको पाट्यध्यायो बीजगणितनामकोऽव्यक्ताध्यायश्च सन्निविष्टस्तयोरेव सर्वत्राऽध्ययनाऽध्यापनरूपेण बहुलप्रचारः।

अस्मिन् लीलावतीसंज्ञकपाट्यध्याये अये! बाले! लीलावति!, बाले! बालकुरङ्गलोलनयने! इत्यादीनि पदानि दृष्ट्वा केचन मन्यन्ते जन्मकुण्डल्यां बालवैधव्ययोगं ज्ञात्वाऽविवाहितायाश्चिरकुमार्या लीलावतीनामिकायाः स्वकन्यायाः नाम-प्रसिद्ध्यर्थं लीलावतीतिनाम्ना ग्रन्थोऽयं भास्करेण प्रणीत इति। केचन मन्यन्ते सन्तानाऽभावेन दुःखितायाः स्वपत्न्या लीलावतीनामिकाया विनोदायेति। अत्र तु मित्र! सुवर्णगणितज्ञ! गणक! वणिग्वर! इत्यादि बहुल-सम्बोधनपदप्रयोगात् पूर्वोक्तमतद्वयं समीचीनं न मन्ये। डाक्टर भाजदाजी नाम्ना महोदयेन नासिक-नगरसन्निधौ प्राप्तात् ताम्रफलकाद् भास्करस्य पुत्रपौत्रादय आसन् इति ज्ञायते यथा—

शाण्डिल्यवंशे कवि चक्रवर्ती त्रिविक्रमोऽभूत्तनयोऽस्य जातः
यो भोजराजेन कृताभिधानो विद्यापतिर्भास्करभट्टनामा॥

तस्माद् गोविन्दसर्व्वज्ञो जातो गोविन्दसन्निभः ।
प्रभाकरः सुतस्तस्मात् प्रभाकर इवापरः ॥
तस्मान्मनोरथो जातः सतां पूर्णमनोरथः ।
श्रीमान् महेश्वराचार्य्यस्ततोऽजनि कवीश्वरः ॥
तत्सुनुः कवि-वृन्द-वन्दित-पदः सद्वेदविद्या-लता-
कन्दः कंसरिपु-प्रसादितपदः सर्व्वज्ञ (विद्यासदः) ।
यच्छिष्यैः सह कोऽपि नो विवदितुं दक्षो विवादी क्वचित्
श्रीमान् भास्कर-कोविदः समभवत् सत्कीर्त्ति-पुण्यान्वितः ॥
लक्ष्मीधराख्योऽखिल-सूरि-मुख्यो वेदार्थवित्तार्किक-चक्रवर्त्ती ।
क्रतु-क्रिया-काण्ड-विचार-सारो विशारदो भास्कर-नन्दनोऽभूत् ॥
सर्व्वशास्त्रार्थ दक्षोऽयमिति मत्वा पुरादतः ।
जैत्रपालेन यो नीतः कृतश्च विबुधाऽग्रणीः ॥
तस्मात्सुतः सिंघनचक्रवर्त्ती दैवज्ञवर्य्योऽजनि चङ्गदेवः
श्रीभास्कराचार्य्यनिबद्धशास्त्र-विस्तारहेतोः कुरुते मठं यः ॥
भास्कर-रचितग्रन्थाः सिद्धान्तशिरोमणि-प्रमुखाः ।
तद्वंश्यकृता श्चान्ये व्याख्येया मन्मठे नियतम् ॥
श्रीसोन्हदेवेन मठाय दत्तं हेमादिना (किञ्चिदिहापरैश्च) ।
भूम्यादि सर्व्वं परिपालनीयं भविष्यभूपैर्बहुपुण्य वृद्धैत्र ॥

स्वस्ति श्रीशके ११२८ प्रभव-संवत्सरे श्रीश्रावणे मासे पौर्णमास्यां चन्द्रग्रहणसमये श्रीसोन्हदेवेन सर्व्वजनसन्निधौ हस्तोदकपूर्व्वकं निजगुरु-रचित-मठायाऽग्रस्थानं दत्तम् ।

सिद्धान्तशिरोमणौ भास्करेण स्वस्थानादिकं वर्णितं ।
यथा—

आसीत् सह्यकुलाऽचलाश्रितपुरे त्रैविद्यविद्वज्जने
नानासज्जनधाम्नि विज्जडविडे शाण्डिल्यगोत्रो द्विजः ।
श्रौतस्मार्तविचारसारचतुरो निःशेषविद्यानिधिः
साधूनामवधि र्महेश्वरकृती दैवज्ञचूडामणिः ॥
तज्जस्तच्चरणारविन्द-युगल-प्राप्तप्रसादः सुधी
र्मुग्धोद्बोधकरं विदग्ध-गणक-प्रीतिप्रदं प्रस्फुटम् ।
एतद्युक्तसदुक्ति-युक्ति-बहुलं हेलावगम्यं विदां
सिद्धान्त-ग्रथनं कुबुद्धि-मथनं चक्रे कविर्भास्करः ।

रस-गुण-पूर्ण-मही १०३६ समशकनृपसमयेऽभवन्ममोत्पत्तिः ।
रसगुण ३६ वर्षेण मया सिद्धान्तशिरोमणी रचितः ।

एतेन ज्ञायते सह्यनामकपर्व्वतसमीपे बहुलविद्वज्जनाध्युषिते विज्जडविडनामके इदानीं बीजापुरनाम्ना प्रसिद्धस्थाने शाण्डिल्यगोत्रज-श्रुतिस्मृतिशास्त्रादिचतुर--महेश्वरोपाध्यायात् १०३६ रस-गुण-दशमितशकवर्षे भास्करः प्रादुर्भूय पितृत एव शास्त्रज्ञानं लब्ध्वा ३६ षटत्रिंशद्वर्षवयसि १०७२ मित शकवर्षे सिद्धान्तशिरोमणिं प्रणिनायेति। सिद्धान्तशिरोमणौ "महेश्वरोपाध्यायसुतभास्कराचार्य्यविरचिते" इति लेखेन तथा—

आचार्य्याणां पदवीं ज्योत्पत्त्या ज्ञातया यतो याति ।
विविधां विदग्धगणकप्रीत्यै तां भास्करो वक्ति ॥

इति ज्योत्पत्तौ लिखितेन च वङ्गदेशीय-ज्योतिर्व्विद्-ब्राह्मणानां मिश्र--पाठकोपाध्याय--चक्रवर्त्ति--भट्टाचार्य्या ऽऽचार्य्यादिषु बहुषु वंशोपाधिषु सत्स्वपि यथा ते सर्व्वे प्राय आचार्य्यब्राह्मणा इत्यनेनैव परिचिता स्तथा भास्कराचार्य्यस्य पिता "उपाध्याय" इति वंशोपाधियुक्तोऽपि भास्कर "आचार्य्य" इति पदवीद्वारैव भास्कराचार्य्य इति प्रसिद्धिं गतः ।

१५८७ मित खृष्टीय वत्सरे दिल्लीश्वराऽकबराज्ञानुसारेण फैजीनामकेन तत्सभास्थेन महोदयेन लीलावत्याः पारस्यभाषायामनुवादःकृतः । १८१६ खृष्टवत्सरे जे, टेलर (J. Tayler) महोदयेन, तथा १८१७ खृष्टवत्सरे हेनरि टमास् कोलब्रूक (Henry Thomas Colebroke) महोदयेन च इंलण्डीयभाषायां अस्या अनुवादः सम्पादितः ।

यद्यपि लीलावत्यां गङ्गाधर-लक्ष्मीदास-गणेशदैवज्ञा दीनां प्राचीननियमोपपत्तियुक्ताः टीका, वन्द्यचरणारविन्द-बापुदेव-सुधाकरादि-संकलित-लीलावत्यां कतिपयस्थलानां टीप्पण्यश्च वर्त्तन्ते तथाप्याधुनिक-बहुविध-गणितोन्नति-काले विद्यार्थिनां बोधसौकर्य्यार्थं नूतननियमेन लीलावत्यास्य सकलगणितनियमोप - पत्त्यादिज्ञानार्थमाधुनिकगणितादि-

वोधोपायार्थञ्च कलिकातास्थ-राजकीय-संस्कृत-परीक्षा-सभायाः कतिपय-सभ्यमहोदयानां प्रोत्साहेन च "सोपपत्तिक-टीका" नामिकया टीकया सह लीलावतीयं मया मुद्रिता। पाठसौकर्य्यार्थं सूत्राणामुदाहरणानां च छन्दांस्यपि समुल्लिखितानि। अनेन संस्करणेन ज्योतिषशास्त्रविद्यार्थिनां यदि-कथंचिदुपकारो भवेत्तदा मत्कृतश्रमस्य साफल्यं मंस्ये। अत्र या अशुद्धयो वर्त्तन्ते अध्यापकैः कृपया संशोधनीयाः। तास्वाहं कृपया ज्ञापयितव्य इति साञ्जलि प्रार्थये। इति।

निवेदकः

श्रीराधावल्लभ देवशर्म्मा।

टीकाकर्त्तुर्वंशपरिचयः ।

ग्रहयज्ञविधानार्थं शशाङ्कस्य हि भूपतेः ।
सरयूपारिणो विप्रा आनीता गौड़मण्डलम् ॥
वेदवेदाङ्गकुशलैः ज्योतिः-शास्त्रपरायणैः ।
तैः सम्पादित यज्ञेन रोगमुक्ताश्च भूपतेः ॥

बङ्गभूमीः समासाद्य नृपप्रार्थनया ततः
सद्दारा निवसन्तिस्म गौड़देशे द्विजोत्तमाः ।
तेषाञ्च तनयाः सर्व्वे ज्योतिःशास्त्र विशारदाः
ग्रहयज्ञादिनिपुणाः ग्रहविप्रा उदाहृताः ॥

बहुलकीर्त्तियुते च तदन्वये हृदयराम* इति प्रथितो द्विजः ।
समजनीशपदे रतमानसो नययुतोऽमलकश्यपवंशजः ॥

स हरिचरणपद्म-ध्याननिष्ठो वरिष्ठो
हरिचरण इति श्रीस्तस्य पुत्रः सुकर्म्मा
सदमल-पितृतुल्य-ज्ञान-विज्ञान-मान्यो
विविध गणितशास्त्राऽऽम्नाय-तत्त्वेषु भृङ्गः ॥

---

* पावना-विभागान्तर्गत शीतला राजसद्मादनतिदूरे खन्दपाड़ीया नामक ग्रामेऽस्य वसति रासीत् ।

तस्यात्मजः सर्व्व जनाभिरामो
नाम्ना सभाराम† इति प्रसिद्धः ।
श्रौतस्मृतिज्ञानविचारदक्षो
भूपालमान्यो विदुषां वरेण्यः ।
ततो जगन्नाथ-निविष्टचित्तो
नाम्ना जगन्नाथ इह प्रसिद्धः ।
अनेक-तीर्थाम्बु-पवित्र-कायो
वेदादिशास्त्रे निपुणोऽतिमान्यः ।
जयनाथस्ततोजज्ञे मुक्तागाछाऽधिपैश्च यः
सभायां ज्यौतिषि-श्रेष्ठपदं प्राप्य समानितः ।
तस्मात् कृपानाथ* इति कृपालुः
सदा सदाचाररतो यतात्मा
परोपकार-व्रत-निष्ठ-चित्तो
हरो सदा लग्नमति वरेण्यः
राधावल्लभ नामकेन च मया तज्ज्ञेन लीलावती
टीकेयं क्रियते नवीन-नियमोद्दिष्टोपपत्त्यादिभिः
याऽशुद्धिरिह वर्त्तते बुधगणा ! यत्नेन संशोध्यताम् ।
याचेऽहं विनयात् परोपकृतये स्वाभाविकास्तद्गुणाः ॥

† शैशवे पितृवियोगानन्तरं पावना-विभागान्तर्गत-बड़लनाम-नदीतीरस्थ आमरा-नामक ग्रामे मातुलालयेऽयं प्रतिपालित स्तत्रैव लब्धवि द्यः टाङ्गाइलाऽन्तर्गत-धलीयाधिपतितः ब्रह्मोत्तर भूमिं प्राप्य खोलावाड़ी नामक ग्राम मध्युवास ।

* वर्त्तमान आलयोऽनेनैव निर्म्मापित: ।

सूचीपत्रम् ।

प्रक्षिप्त विषयाः ।

शुद्धाशुद्ध पत्रम् ।

अशुद्धम्	शुद्धम्	पृष्ठाङ्कः	पङ्क्तिः
अतुर्थांश:	चतुर्थांश:	७	८
गुन्य	गुण्य	१६	११
माङ्कानां	मङ्कानां	२६	२
द्विगुणान्य	द्विगुणान्य	२८	३
ऽनिघ्ना:	निघ्ना:	२८	१४
अन्यविषयात्	अन्यविषमात्	३३	१७
युतो	युता	३८	३
मूलघन	मूलघन:	३८	८
विशोध्यम्	विशोध्य	४३	४
अपवर्त्तते	अपवर्त्त्य ते	६०	४
आसन्नमूल	आसन्नमान	८१	१४
१ १/२ ३/८	१ १/३ ३/८	८२	२
यावता	यावतीभि:	८६	११
नादि	नाडीनि	६४	१८
प्रदृश्यते	प्रदर्श्यते	६५	२
नार्थं	णार्थं	१००	४
णाभीष्ट	णाभीष्ट	१०२	१२
मन्येत्	मन्येत	१०५	१३

द्रुह्यमानानां	द्रूह्यमानानां	११०	१६
दिवास्य	दिवसस्य	१११	२
सङ्घार	संहार	११२	२
विणोम	विलोम	११३	३
अर्थिष्ट	अर्थिष्ट	११८	७
सुन्न:	सुम्न:	११८	१०।१४
पन्नघ्न	पत्नघ्न	११९	८
प्रयोगि	प्रयागि	१२१	२
सिद्धयतौ	सिध्यतौ	१२२	३
भ्रमरानां	भ्रमराणां	१२२	१३
स्त्रियं	स्त्रियै	१२	७
रूपं	रूपं	१३०	१।२
राशीज्ञानं	राशिज्ञानं	१३४	१
मूल्य	मूलं	१३४	८
त्रिकोम	त्रिकोण	१३४	१४
प्रोष्टुरभिष्ट	प्रष्टुरभीष्ट	१३३	२
द्वादशशतं:	द्वादशशतं	१३९	३
युथस्य	यूथस्य	१३९	११
विशेषानां	विशेषाणां	१४०	३
युथस्य	यूथस्य	१४०	७
मष्टो	मष्टौ	१४१	१४

निरुद्ध:	निरुद्धम्	१४१	१६
ताभ्यां	तयो:	१४४	११
हष	हर्षं	१५३	५
साङ्केतयकरा:	साङ्केकरतया	१५५	६
सम्पादयितं	सम्पादयितुं	१५६	२१
मासेषु:	मासेषु	१७२	११
राजकीय	राजकीयं	१७५	८
यहणं	यद्दणं	१७५	११
एकाया	एकस्या	१८०	२
प्रणालीद्वयायो:	प्रणाल्यो:	१८१	५
विश्लेप	विश्लेष	१६३	७
गायत्वा:	गायत्रा:	१६८	१३
प्रचन्त्व	प्रचक्ष	२०४	१४
आमन्य	आसन्न	२२७	७
कण	कर्णं	२३२	१४
अकरणीगत:	अकरणीगता	२३४	१०
एकदिशि	एकस्यांदिशि	२३७	५
गणितिकासु	गाणितिकासु	२५२	१०
अततवोक्तं	अतएवोक्तं	२५७	११
जचभ	जघन	२८८	१३
वलाकार	वलयाकार	२९३	१७

ग्रवोणाद्	ग्रवोनाद्	२८४	१५
क्रवोणा	क्रवोना	२९६	२
वाना	वाणा	२९६	६
विविष्ट	विपिष्ट	३०८	८
तावतिषु	तावत्सु	३०९	१४
२७ ६१	३२ १६	३१८	चित्रे
शुक	शूक	३२१	४९
क्षेपिन	क्षेपिण	३२६	१२
मपनोदनाय	पनोदनाय	३२४	१४
जड़धीयां	जड़धियां	३३५	२
क्षेपकश्चेद्	क्षेपश्चेतद्	३३५	६
कुट्टकमुपजाति पङ्क्तिन	कुट्टकं शाग्निब्योप- जातौ चतुष्टयेन च	३३६	१०
दृढ़ेण	दृढ़ेन	३३७	१२

नमः सूर्य्याय परब्रह्मणे ।

लीलावती ।

मङ्गलाचरणम् ।

प्रीतिं भक्तजनस्य यो जनयते* विघ्नं विनिघ्नन् स्मृत-
स्तं वृन्दारकवृन्दवन्दितपदं नत्वा मतङ्गाननम् ।
पाटीं सद्गणितस्य वच्मि चतुरप्रीतिप्रदां प्रस्फुटां
सङ्क्षिप्ताक्षरकोमलामलपदैर्लालित्यलीलावतीम् ॥

सोपपत्तिक टीका ।

नत्वा श्रीसूर्य्यपादाब्जं राधावल्लभ शर्म्मणा ।
सोपपत्तिकटीकेयं लीलावत्या वितन्यते ॥

अथ सकलागमाचार्य्यवर्य्य-महेश्वरोपाध्यायसुतः विविध-गणितशास्त्रार्णवकर्णधार-श्रीमद्भास्कराचार्य्यः वेदचक्षुःस्वरूप-ज्योतिःशास्त्रस्य गणितस्कन्धरूपं सिद्धान्तग्रन्थं चिकीर्षुः, तदुप-योगित्वेन तदध्यायभूतं लीलावतीसंज्ञकपाटीगणितमारभ-माणः, प्रारिप्सितग्रन्थपरिसमाप्तिकामः, शिष्टाचारप्रदर्शनाय च

---

* प्रयोजकार्थण्यन्तो जनधातुर्नित्यं परस्मैपदीति अत्र जनयत इत्यात्मनेपदं चिन्त्यम् । केचित् 'जनिमतीं कुरुते' इत्यर्थे प्रातिपदिकण्यन्ततया कथञ्चित् समादधतीति ।

देवतानमस्कारहूपमङ्गलमाचरन्. शिष्यप्रवृत्त्यर्थं ग्रन्थस्य प्रयोजनाभिधेयसम्बन्धांश्च ज्ञापयन्. शार्दूलविक्रीडितेन निबध्नाति—प्रीतिं भक्तजनस्येति। यः स्मृतः सन् विघ्नं विनिघ्नन् भक्तजनस्य प्रीतिं जनयति; वृन्दारकवृन्दवन्दितपदम्—वृन्दारकाणां देवानां वृन्दैः समूहैः वन्दिते पदे यस्य तथाभूतम्, मतङ्गाननम्—मतङ्गस्य आननमिव आननं यस्य तम् गणेशं नत्वा संक्षिप्ताक्षरकोमलामलपदैः—संक्षिप्ताक्षराणि कोमलानि अमलानि दोषरहितानि यानि पदानि तैः, प्रस्फुटाम् स्पष्टार्थबोधिनीम्, चतुरप्रीतिप्रदाम्, चतुराणां बुद्धिमतां प्रीतिप्रदां सहजबोध्यत्वादानन्ददायिनीम्, लालित्यलीलावतीम्—लालित्यस्य माधुर्य्यस्य लीला विद्यते यस्यां तथाभूताम्, गणितस्य पाटीं रीतिं वच्मि प्रकाशयामि। अहं भास्कराचार्य्य इति शेषः। अत्र लीलावतीपदेन ग्रन्थस्य नामापि सूचितम्।

श्लोकस्य पूर्व्वार्द्धं रामपक्षे कृष्णपक्षेऽपि घटते। तथाच रामपक्षे—विं जटायुर्नामकपक्षिणं हन्तीति विघ्नो रावणः, तम्, मतङ्गस्य हस्तिन आननमिव भयानकं महद्वा आननं यस्य तथाभूतं कुम्भकर्णञ्च विनिघ्नन् यः भक्तजनस्य विभीषणस्य प्रीतिं जनयति, तं रामचन्द्रं नत्वा। अन्यत् पूर्व्ववत्।

कृष्णपक्षे—विघ्नं विघ्नस्वरूपं मतङ्गाननं मतङ्गेषु आननं श्रेष्ठं कुवलयापीडं विनिघ्नन्, यः भक्तजनस्य उग्रसेनस्य प्रीतिं जनयति एवं विधं कृष्णं नत्वा। अन्यत् पूर्व्ववत्।

"सर्व्वस्यैव हि शास्त्रस्य कर्म्मणो वापि कस्यचित्। यावत् प्रयोजनं नोक्तं तावत्तत् केन गृह्यते॥ सिद्धार्थं सिद्धसम्बन्धं

श्रोतुं श्रोता प्रवर्त्तते। ग्रन्थादौ तेन वक्तव्यः सम्बन्धः साभि-धेयकः॥” प्रयोजनन्तु एतज्ज्ञानेन सिद्धान्त-संहितादीनां ज्ञानद्वारा वेदोदित-यज्ञादीनां कालनिरूपणं शुभाशुभ-निरूपणञ्च। यदाह कश्यपः—“ग्रहण-ग्रह-संक्रान्ति-यज्ञाध्ययन-कर्म्मणाम्। प्रयोजनं व्रतोद्वाहक्रियाणां कालनिर्णयः॥” नारदोऽपि—“प्रयोजनन्तु जगतः शुभाशुभनिरूपण”मिति। अन्यच्च—“सिद्धान्त-संहिता-होरारूपस्कन्ध-त्रयात्मकम्। वेदस्य निर्म्मलं चक्षुर्ज्योतिःशास्त्रमकल्मषम्। विनैतदखिलं श्रौतस्मार्त्तकर्म्म न सिध्यति। तस्माज्जगद्धितायेदं ब्रह्मणा निर्म्मितं पुरा॥ अतएव द्विजैरेतदध्येतव्यं प्रयत्नतः॥” महाप्रयोजनञ्च गणित-ज्ञानद्वारा सम्यग् ज्योतिषशास्त्रज्ञानाद्ब्रह्मसायुज्यमिति। तथाच गर्गः—“ज्योतिश्चक्रे तु लोकस्य सर्व्वस्योक्तं शुभाशुभम्। ज्योतिर्ज्ञानन्तु यो वेद स याति परमां गतिम्॥” वराहः—“न संवत्सरपाठी च नरकेषूपपद्यते। ब्रह्मलोक-प्रतिष्ठाञ्च लभते दैवचिन्तकः॥” सूर्य्यसिद्धान्तेऽपि—“दिव्यं चक्षुर्ग्रहाणान्तु दर्शितं ज्ञानमुत्तमम्। विज्ञायार्कादि-लोकेषु स्थानं प्राप्नोति शाश्वतम्॥” अत्राभिधेयपदार्थानां सङ्कलनव्यवकलनादीनां तत्प्रतिपादक-गणितशास्त्रस्य च प्रतिपाद्यप्रतिपादकभावसम्बन्धः।

परिभाषा ।

वराटकानां दशकद्वयं यत्
सा काकिणी ताश्च पणश्चतस्रः ।
ते षोडश द्रम्म इहावगम्यो
द्रम्मैस्तथा षोडशभिश्च निष्कः ॥ २ ॥

अथोदाहरणार्थं परिभाषामुपजातीन्द्रवज्राच्छन्दोभ्यामाह—वराटकानामित्यादि। वराटकानां कपर्द्दकानां यत् दशकद्वयं विंशतिः सा काकिणी। ताः चतस्रः काकिण्यः पणः। ते पणाः षोडश द्रम्मः। तथा षोडशभिः द्रम्मैः इह गणितशास्त्रे निष्कः अवगम्यः। एक इति प्रत्येकेन सम्बन्धः।

२० वराटकाः	१ काकिणी	१६ पणाः	१ द्रम्मः
४ काकिण्यः	१ पणः	१६ द्रम्माः	१ निष्कः ॥

तुल्या यवाभ्यां कथितात्र गुञ्जा
वल्लस्त्रिगुञ्जो धरणञ्च तेऽष्टौ ।
गद्यानकस्तद्द्वयमिन्द्रतुल्यै-
र्वल्लैस्तथैको धटकः प्रदिष्टः ॥ ३ ॥

अत्र यवाभ्यां तुल्या गुञ्जा कथिता। तिस्रो गुञ्जा यस्यासौ त्रिगुञ्जः वल्लः कथितः। अष्टौ ते वल्लाः धरणम्। तद्द्वयं गद्या-

नकः। तया इन्द्र (चतुर्दश १४) तुल्यैः वल्लैः एकः धटकः प्रदिष्टः कथितः।

२ यवौ	१ गुञ्जा	८ वल्लाः	१ धरणं
३ गुञ्जाः	१ वल्लः	२ धरणे	१ गद्यानकः
		१४ वल्लाः	१ धटकः

दशार्द्धगुञ्जं प्रवदन्ति माषं
माषाह्वयैः षोड़शभिश्च कर्षम्।
कर्षैश्चतुर्भिश्च पलं तुलाज्ञाः
कर्षं सुवर्णस्य सुवर्णसंज्ञम्॥ ४॥

तुलाज्ञाः परिमाणज्ञाः दशार्द्धगुञ्जं गुञ्जापञ्चकं माषं प्रवदन्ति। माषाह्वयैः षोड़शभिः कर्षम्, चतुर्भिः कर्षैः पलम् भवतीति शेषः सुवर्णस्य कर्षं च कर्षपरिमितं काञ्चनं सुवर्णसंज्ञं प्रवदन्ति।

५ गुञ्जाः (रत्तिकाः)	१ माषः	४ कर्षाः	१ पलं
१६ माषाः	१ कर्षः	सुवर्ण १ कर्षः	१ सुवर्णः

यवोदरैरङ्गुलमष्टसङ्ख्यै-
र्हस्तोऽङ्गुलैः षड्गुणितैश्चतुर्भिः।
हस्तैश्चतुर्भिर्भवतीह दण्डः
क्रोशः सहस्रद्वितयेन तेषाम्॥ ५॥

अष्टसंख्यैः यवोदरैः अङ्गुलं भवति। षड़्गुणितैः चतुर्भिः चतुर्विंशतिभिः अङ्गुलैः हस्तः। इह अस्मिन् गणितशास्त्रे

चतुर्भिर्हस्तैः दण्डः, तेषां दण्डानां सहस्रद्वितयेन क्रोशः भवति।

८ यवोदराणि	१ अङ्गुलं	४ हस्ताः	१ दण्डः
२४ अङ्गुलानि	१ हस्तः	२००० दण्डाः	१ क्रोशः

स्याद्योजनं क्रोशचतुष्टयेन
तथा कराणां दशकेन वंशः।
निवर्त्तनं विंशतिवंशसङ्ख्यैः
क्षेत्रं चतुर्भिश्च भुजैर्निबद्धम् ॥ ६ ॥

क्रोशचतुष्टयेन योजनम्, तथा कराणां दशकेन वंशः, विंशति वंशसंख्यैः चतुर्भिः भुजैः निबद्धं क्षेत्रं निवर्त्तनं स्यात्।

४ क्रोशाः	१ योजनं
१० हस्ताः	१ वंशः

२०० हस्ताः
२०० निवर्त्तनम् २००
२००

हस्तोन्मितैर्विस्तृतिदैर्घ्यपिण्डै-
र्यद्द्वादशास्रं घनहस्तसंज्ञम्।
धान्यादिके यद्घनहस्तमानं
शास्त्रोदिता मागधखारिका सा ॥ ७ ॥

हस्तोन्मितैः विस्तृतिदैर्घ्यपिण्डैः यद् द्वादशास्रं तद् घनहस्तसंज्ञं स्यात्। धान्यादिके धान्यादिपरिमाणविषये

यद् घनहस्तमानं सा शास्त्रोदिता मागधखारिका मगधदेशीय-खारिका कथिता।

द्रोणस्तु खार्य्याः खलु षोड़शांशः
स्यादाढ़को द्रोणचतुर्थभागः।
प्रस्थश्चतुर्थांश इहाढ़कस्य
प्रस्थाङ्घ्रिराद्यैः कुड़वः प्रदिष्टः॥ ८॥

खार्य्याः षोड़शांशः खलु द्रोणः स्यात्। द्रोण-चतुर्थभागः आढ़कः। आढ़कस्य चतुर्थांशः इह प्रस्थः कथितः। आद्यैः पूर्व्वतनगाणितिकैः प्रस्थाङ्घ्रिः प्रस्थस्य चतुर्थांशः कुड़वः प्रदिष्टः कथितः।

४ कुड़वाः	१ प्रस्थः	४ आढ़काः	१ द्रोणः
४ प्रस्थाः	१ आढ़कः	१६ द्रोणाः	१ खारी

शेषा कालादि परिभाषा लोकप्रसिद्धा ज्ञेया।

केनचित् प्रक्षिप्तौ श्लोकौ। अत्रापि छन्दः उपजातिका।

पादोनगद्यानकतुल्यटङ्कै
र्द्विसप्ततुल्यैः कथितोऽत्र सेरः।
मणाभिधानं खयुगैश्च सेरै-
र्धान्यादितौल्येषु तुरुष्कसंज्ञा॥

पादोनगद्यानक (९६—२४) तुल्यटङ्कैः द्विसप्ततुल्यैः टङ्कैः अत्र सेरः कथितः। खयुगैः ४० सेरैः मणाभिधानं स्यात् धान्यादितौल्येषु इयं तुरुष्कसंज्ञा॥

षण्णवति ९६ यवैर्गद्यानकः। षण्णवतेः पादः चतुर्विंशतिः अतः पादोनगद्यानकः ७२ द्वासप्ततिः॥

७२ टङ्काः १ सेरः ४० सेराः १ मणः।

द्व्यङ्केन्दुसङ्ख्यैर्घटकैश्च सेर-
स्तैः पञ्चभिः स्याद्धटिका च ताभिः।
मणोऽष्टभिस्त्वालमगीर-साह-
कृतात्र संज्ञा निजराज्यपूर्षु॥

द्व्यङ्केन्दुसंख्यैः १९२ घटकैः तोलकैः सेरः, पञ्चभिः सेरैः धटिका (धड़ा इति वङ्गभाषा), ताभिः धटिकाभिः अष्टभिः मणः स्यात् अत्र निजराज्यपूर्षु आलमगीरसाहकृता एषा संज्ञा (प्रचलिता)॥

१९२ घटकाः १ सेरः * ८ धटिका १ मणः।

५ सेराः १ धटिकाः

* देशविशेषेण कुत्रचित् तोलकानां अशीत्या कुत्रचिद्द्वाषष्ट्या तोलकैः सेरो भवेत्॥

प्रक्षिप्तकतिपयपरिभाषा।

वृत्तपरिमाणम्।

६० अनुकला:	...	१ विकला।
६० विकला:	...	१ कला।
६० कला:	...	१ अंश:।
३० अंशा:	...	१ राशि:।
१२ राशय:	...	१ भगण:।

पाश्चात्यमते वृत्तपरिमाणम्।

६० थार्ड	...	१ सेकेण्ड।
६० सेकेण्ड	...	१ मिनिट।
६० मिनिट	...	१ डिग्री वा अंश:।
३० डिग्री वा अंशा:		१ राशि:।

कालपरिमाणम्।

६० अनुपलानि	...	१ विपलम्।
६० विपलानि	...	१ पलम्।
६० पलानि	...	१ दण्ड:।
६० दण्डा:	...	१ दिनम्।
७ दिनानि	...	१ सप्ताह:।

पाश्चात्यमते कालपरिमाणम्।

६० सेकेण्ड	...	१ मिनिट।
६० मिनिट	...	१ घण्टा।
२४ घण्टा	...	१ दिनम्।
३६५ दिनानि *	...	१ वत्सरः।

स्थानपरिमाणम्।

१२ इञ्च	...	१ फुट।
१८ इञ्च	...	१ हस्तः।
३ फुट	...	१ गज।
१७६० गज	...	१ माइल।
२ माइल	...	१ क्रोशः।
४ क्रोशाः	...	१ योजनम्।

भूमिपरिमाणम्।

१४४ वर्ग इञ्च	...	१ वर्ग फुट।
९ वर्ग फिट	...	१ वर्ग गज।
४८४० वर्ग गज	...	१ एकर।
६४० एकर	...	१ वर्ग माइल।

इति परिभाषा।

* लिप इयार नामक वत्सरे ३६६ दिवसैर्वत्सरो भवेत्।

पुनर्मङ्गलाचरणम् ।

लीलागललुलल्लोलकालव्यालविलासिने * ।
गणेशाय नमो नीलकमलामलकान्तये ॥ १ ॥

अनुष्टुभा पुनर्मङ्गलमाचरति—लीलेति, यः, लीलया गले लुलन् दोलायमानः यः लोलः चञ्चलः कालव्यालः कृष्णसर्पः, तेन विलासी शोभमानः, तस्मै नील-पद्म तुल्य-निर्दोष-कान्ति-विशिष्टाय गणेशाय नमः । सर्व्वत्रैव गणेशो रक्तवर्णःप्रसिद्धः, किन्तु दाक्षिणात्ये भास्करस्य वसतिस्थान विज्जड़विड़ग्राम (अधुना विजापुर इति प्रसिद्धः) समीपे अद्यापि प्रस्तरमय-नीलवर्णगणेशो वर्त्तत इति ज्ञायते तज्जीवनचरितलेखकानां लिपिभिः ।

एकदशशतसहस्रायुतलक्षप्रयुतकोटयः क्रमशः ।
अर्वुदमब्जं खर्वनिखर्वमहापद्मशङ्कवस्तस्मात् ॥२॥
जलधिश्चान्त्यं मध्यं परार्द्धमिति दशगुणोत्तरं संज्ञाः
संख्यायाः स्थानानां व्यवहारार्थं कृताः पूर्वैः ॥३॥

अथ संकलितादीनामङ्क-स्थानमन्तरेण इयत्ता-करण-स्याशक्यत्वात् स्थानानामेकादि-संज्ञा आर्य्याद्वयेनाह—एकेति । संख्यायाः स्थानानां एकक-स्थान-दशक-स्थानादीनां व्यवहारार्थं

---

* गणेशस्य सर्पभूषणत्वं तन्त्रसारोक्त गणपति ध्यानस्थ भोगीन्द्राबद्धभूषमिति पदेन ज्ञायते ।

एक-दश-शतसहस्रायुत-लक्ष-प्रयुत कोटयः अर्बुदम् अब्जं (पद्मं) खर्व-निखर्व-महापद्म-शङ्कवः तस्मात् जलधिः अन्त्यं मध्यं परार्द्धम् इति क्रमात् दशगुणोत्तरं संज्ञाः पूर्वैः पूर्व्वसूरिभिः कृताः।

अथ संकलित (Addition) व्यवकलितयोः (Subtraction) करणसूत्रं वृत्तार्द्धम्।

कार्य्यः क्रमादुत्क्रमतोऽथवाङ्क-
योगो यथास्थानकमन्तरं वा॥

संख्यानां सङ्कलन व्यवकलनोपायमिन्द्रवज्रार्द्धेनाह—कार्य्येति। क्रमात् अङ्कस्य वामा गतिरतः दक्षिणभागतः गणनामारभ्य वामभागान्त्याङ्क पर्य्यन्तगणनं क्रमः तमवलम्ब्य (ल्यबर्थे पञ्चमी) अथवा उत्क्रमतः वामभागतः आरभ्य दक्षिण-स्थान्त्याङ्क पर्य्यन्तगणनं उत्क्रमः तमाश्रित्य। यथा स्थानकम् एकक स्थानीयानामेकक-स्थाने दशकस्थानीयानां दशकस्थाने इत्यादिना अङ्कयोगः कार्य्यः। वा अथवा यथास्थानकम् अङ्का-नाम् अन्तरं कार्य्यम्। अन्तरे तु विशेषाभावात् अङ्कस्य वामा गतिरिति नियमेन सव्यक्रमेणैव अन्तरं कार्य्यम्। 'यथा-स्थानक'मिति पदस्य 'काकाक्षिगोलक'न्यायात् योगे वियोगे चोभयत्र सम्बन्धः।

अत्रोद्देशकः—

अये बाले! लीलावति! मतिमति! ब्रूहि सहितान्
द्विपञ्चद्वात्रिंशत्त्रिनवतिशताऽष्टादश दश।
शतोपेतानेतानयुतवियुतांश्चापि वद मे
यदि व्यक्ते युक्तिव्यवकलनमार्गेऽसि कुशला॥

अत्रोदाहरणं शिखरिण्याह। लीलावति क्रीड़ानिरते मतिमति सुबुद्धे अये बाले बालिके! यदि व्यक्ते व्यक्तगणिते युक्ति-व्यवकलनमार्गे योगवियोग-नियमे कुशलासि निपुणासि तदा द्वि, पञ्च, द्वात्रिंशत्, त्रिनवतिशत, अष्टादश, दश, शतोपेतान् एतान् सहितान् मे ब्रूहि। अयुतवियुतांश्चापि वद।

न्यासः २।५।३२।१९३।१८।१०।१००।

संयोजनाज्जातम् ३६०

अयुता १०००० च्छोधिते जातम् ९६४०।

इति संकलित-व्यवकलिते।

अभ्यासार्थं योगोदाहरणानि।

१।	२।	३।	४।
१९२	३७५	५८०७३	३५७८९२४
७०३	८०९	९७०५	५८९३६७९
२५	३५	३६८	८२७९५६३
९२०	७९०	७८४०२	९५२८७८९
	८७	२९	२०८३२९७
	२०९६	१४६५७७	८७४६१०८
			३८११०३६०

५। एकविंशति २१ वर्ष-वयसि हरेः पुत्रो जातः, यदा पुत्रस्य वयः १७ सप्तदश तदा पितुर्वयः कियदिति प्रश्नः।

उत्तरम् ३८।

६। कलेः ३१७९ वर्षेषु गतेषु शक-नरपतेर्वर्षारम्भः १४४२ शक-वर्षे गणेशदैवज्ञेन ग्रहलाघवो रचितस्तदा कियन्तः कलिवत्सराः व्यतीताः? उत्तरम् ४६२१।

७। कस्मिंश्चिन्नगरे ३७०८९७ हिन्दुधर्म्मावलम्बिनः २९६०८ यवनाः ९८०२ बौद्धाः ७६० जैनाः ३७२० अन्य-धर्म्मावलम्बिनो जनाः निवसन्ति नगरस्य लोकसंख्यां ब्रूहि?

उत्तरम् ४१४७८७।

८। वृद्धो रामेश्वरः पञ्चपुत्राणां मध्ये स्वीयधनानि विभज्य-प्रथमाय ७८०९५ द्वितीयाय ५४९५२ तृतीयाय ३८८०७ चतुर्थाय ३४६५१ पञ्चमपुत्राय ३२८९० धनानि दत्तवान्, तस्य कति धनान्यासन्? इति वद। उत्तरम् २३९३९५।

अभ्यासार्थं व्यवकलनोदाहरणानि।

१। राशिद्वयस्य योगफलं ७१२६८६ एको राशिः ७८६०४ अपरराशिः कः? उत्तरम् ६३४०८२।

२। पञ्चाशल्लक्षं सप्तसहस्रं नवेति संख्यां लिखेति श्रुत्वा बालकेन ५००७०९ लिखितं कतिन्यूनं लिखितमिति ब्रूहि?

उत्तरम् ४५०६३००।

३। रामस्य धनं ३९८६४० श्यामस्य धनं तदपेक्षया २७८०२ न्यूनं श्यामस्य धनं वद? उत्तरम् ३७०८३८।

४। द्वात्रिंशद् ३२ वर्षे वयसि जनार्द्दनस्य पुत्त्रो जातः। यदा स ६५ वर्षवयस्कस्तदा पुत्त्रस्य वयः कियत्?

उत्तरम् ३३।

(५)	(६)	(७)
५८९७६४	७८५९०२	४८०००
४००८९५	३८०७०	१९७०८
१८८८६९	७४७८३२	२८२९२

गुणने (Multiplication) करणसूत्रम्

सार्द्धवृत्तद्वयम्।

गुण्यान्त्यमङ्कं गुणकेन हन्या-
दुत्सारितेनैवमुपान्तिमादीन्॥ ४॥

गुण्यस्त्वधोऽधोगुण-खण्ड-तुल्य-

स्तैः खण्डकैः संगुणितो युतो वा ।

भक्तो गुणः शुध्यति येन तेन

लब्ध्या च गुण्यो गुणितः फलं वा ॥ ५ ॥

द्विधा भवेद्रूप-विभाग एवं

स्थानैः पृथग्वा गुणितः समेतः ।

इष्टोनयुक्तेन गुणेन निघ्नो-

ऽभीष्टघ्न-गुण्यान्वितवर्जितो वा ॥ ६ ॥

गुणननियमे सार्द्धवृत्तमिन्द्रवज्रया वृत्तमेकमुपजातिकया चाह—गुण्यान्त्यमिति । यो राशिर्गुण्यते स गुण्यः Multiplicand येन गुण्यते सगुणकः Multiplier गुण्यान्त्यं गुण्यस्यान्तिमम् अङ्कं गुणकेन हन्यात् गुणयेत् । एवमुक्तरीतेन स्थानान्तरे चालितेन गुणकेन उपान्तिमादीन् उपान्तिमः आदिर्येषां तान् अङ्कान् हन्यात् सर्व्वस्मिन् गुणिते गुणनफलं Product स्यात् ।

वा अथवा गुण्यः गुणखण्डतुल्यः अधः अधः स्थाप्यः तैः खण्डकैः संगुणितः युतः फलं भवति ।

वा अथवा गुणः येन भक्तः शुध्यति भागशेषा-भावो जायते तेन भाजकेन लब्ध्या भागफलेन च गुण्यः गुणितः फलं भवेत् ।

गुण्यस्त्वधोऽध इत्येकः भक्तोगुण इत्येकः एवंरूपविभाग. द्विधा भवेत् । वा अथवा स्थानैः पृथक्गुणितः समेतः फलं स्यात् ।

वा अथवा गुण्य: इष्टोनयुक्तेन गुणेन निघ्न: अभीष्टघ्न-गुण्यान्वितवर्जित: फलं भवति।

एतेषामुपपत्तय:।

कल्प्यतां गुण्य: २५८ गुणक: ३। गुण्यस्यान्त्याङ्क: ८ गुणकेन गुणित: २४। उपान्तिमाङ्क: ५ गुणकेन गुणित: १५। तत: २ गुणकेन गुणित: ६। अत्र ८ अङ्क: एकस्थानीय: ५ अङ्क: दशस्थानीय:, २ अङ्क: शतस्थानीय:, अत: गुणनफलम् एककादि-स्थानक्रमेण संस्थाप्य योजने फलं स्यात्। तथाकृते—

```
२५८
   ३
────
 २४
१५
६
────
७७४ इति स्थानविभाग:।
```

अथवा २५८=२००+५०+८।*

अतएव २५८×३=२००×३+५०×३+८×३=६०० +१५०+२४=७७४। इति रूपविभाग:

अथवा अव्यक्तयुक्तित:।

कल्प्यतां राशि: (क+ख+ग) अयं घ इत्यनेन गुण्य:, अत्र क: शतकस्थानीय:। ख: दशकस्थानीय:, ग: एकस्थानीय:। गुणक: घ:। तदा (क+ख+ग)×घ=क घ+ख

---

* नव्यमते योगचिह्नं +, वियोगचिह्नं −, गुणचिह्नं ×, भागचिह्नं ÷, वर्ग-चिह्नं २, वर्गमूलचिह्नं $\sqrt{}$, घनचिह्नं ३, घनमूलचिह्नं $\sqrt[3]{}$। इति व्यवह्रियते।

ख + ग घ एकदशादिस्थानक्रमेण संस्थाप्य योगे कृते फलं भवेत्। अत उक्तं स्थानैः पृथग्वा इति।

कल्प्यतां राशिः कः स तु घ इत्यनेन गुणनीयः। यदि कः अयं ख + ग इत्यस्य समानस्तदा —

क × घ = (ख + ग) × घ = ख × घ + ग × घ। अत उक्तं गुण्यस्त्वधोऽध इत्यादि। *

कल्प्यतां क × घ। यदि घ ÷ ख = ग। तर्हि घ = ख × ग।

अतएव क × घ = क × ख × ग।

अत उक्तं भक्तो गुण इत्यादि।

अथवा घ = घ + ख − ख।

अतः क × घ = क × (घ + ख) − क × ख।

वा क × (घ − ख) + क × ख।

अत उक्तं इष्टोनयुक्तेनेत्यादि।

अथोद्देशकः

बाले ! बालकुरङ्गलोलनयने ! लीलावति ! प्रोच्यतां
पञ्चत्र्येकमिता दिवाकरगुणा अङ्काः कति स्युर्यदि।
रूपस्थानविभागखण्डगुणने कल्यासि कल्याणिनि !
छिन्नास्तेन गुणेन ते च गुणिता जाताः कति स्युर्वद॥

---

* स्थानखण्डविभाग रूपखण्डविभागयोरेकैव युक्तिः परन्तु स्थानविभागे एकदशादिस्थानक्रमेण खण्डगुणफलं संस्थाप्य योजने फलं भवेत्, रूपखण्डविभागे तु खण्डगुणफलानां योगे न तथेति विशेषः।

अत्रोदाहरणं शार्दूलविक्रीडितेनाह—बाले बालकुरङ्गेति। हे बालकुरङ्गलोलनयने बालकुरङ्गवल्लोले चञ्चले नयने यस्या-स्तथाभूते, लीलावति क्रीडाकुशले कल्याणिनि बाले बालिके! यदि रूपस्थानविभागखण्डगुणने—रूपविभागस्थानविभागाभ्यां खण्डगुणनविषये कल्यासि निपुणासि तदा पञ्चत्र्येकमिता १३५ अङ्का: दिवाकर १२ गुणा: कति स्युरिति प्रोच्यतां। गुणिता: जाता: ते अङ्का: तेन गुणेन गुणकेन छिन्ना: भक्ता: कति स्युरिति च वद।

न्यास: गुण्य: १३५ गुणक: १२।

गुणयान्त्यमङ्कं गुणकेन हन्यादिति कृते जातम् १६२०।

अथवा रूपविभागे कृते खण्डे ४।८।

आभ्यां पृथग्गुण्ये गुणिते युते च जातं तदेव १६२०।

अथवा गुणकस्त्रिभिर्भक्तो लब्धं ४। एभि-स्त्रिभिश्च गुण्ये गुणिते जातं तदेव १६२०।

अथवा स्थानविभागे कृते खण्डे १।२ आभ्यां पृथग् गुण्ये गुणिते यथास्थानं युते च जातं तदेव १६२०।

अथवा द्व्यूनेन गुणकेन १० द्वाभ्यां २ च पृथग् गुण्ये गुणिते युते च जातं तदेव १६२०।

अथवाष्टयुतेन गुणकेन २० गुण्ये गुणितेऽष्टगुणितगुण्यहीने च जातं तदेव १६२०।

इति गुणनप्रकारः।

अभ्यासार्थमुदाहरणानि।

(१)	(२)	(३)
३६२४	४०८३	२४००
१६५३	५२०७	१७६०
१०८७२	२८५८१	१४४
१८१२०	००००	१६८
२१७४४	८१६६	२४
३६२४	२०४१५	४२२४०००*
५९९०४७२	२१२६०१८१	

४। एकस्य हस्तिनो मूल्यं ३५६८ घोटकस्य च मूल्यं ६८५ सप्तदश १७ हस्तिनां ऊनत्रिंशद् २९ घोटकानाञ्च मूल्यं वद? उत्तरम् हस्तिमूल्यम् ६०६५६। घोटकमूल्यम् १९८६५।

---

* गुण्यस्य गुणकस्य वा यदि दक्षिणपार्श्वे शून्यं तिष्ठेत् तर्हि शून्यं विहाय गुणीकृत्य गुण्यगुणकयोर्दक्षिणपार्श्वस्थशून्यसमसंख्यकशून्यानि गुणफले दक्षिणपार्श्वे स्थापनीयानीति गुणफलं भवेत्।

५। कस्मिंश्चिज्जलपूर्णे पात्रे एकं छिद्रमस्ति तेन प्रति-दण्डेन (घटिकया) ६८ तोलकजलं निःसरति, दिनद्वयेन (१२० दण्डैः) पात्रं जलशून्यं जातं, पात्रे कियज्जलमासीत् ? उत्तरम् ८१६० तोलकानि।

बीजाभ्यासार्थं गुणनम्।

यदि क = ५ ख = ३ ग = ४
घ = २ कल्पते तदा।

क + ख	५ + ३
ग + घ	४ + २
क ग + ख ग	२० + १२
+ क घ + ख घ	+ १० + ६
क ग + ख ग + क घ + ख घ	२० + १२ + १० + ६ = ४८।

भागहारे (Division) करणसूत्रं वृत्तम्।

भाज्याद्धरः शुध्यति यद्गुणः स्याद-
न्त्यात् फलं तत् खलु भागहारे।
समेन केनाप्यपवर्त्त्यहार
भाज्यौ भजेद्वा सति सम्भवे तु ॥ ७ ॥

भागसाधनमुपजातिकयाह—भाज्यादिति।—

अन्त्यात् भाज्यात् अन्त्य भाज्य खण्डस्य क्रमशः यद्गुणः हरः शुध्यति, भागहारे खलु तत् फलं स्यात् । वा अथवा सम्भवे सति केनापि अङ्केन हारभाज्यौ अपवर्त्य भजेत्, फलं भवति ।

अत्रोपपत्तिः ।

भागस्तु वियोगस्य संक्षेपः । १२ ÷ ४ । अत्र १२ − ४ = ८ । ८ − ४ = ४ । ४ − ४ = ० । हारगतः ४ चत्वारः वारत्रयं वियोज्याः अतः १२ ÷ ४ = ३ भागफलं । अत उक्तं भाज्याद्धर इत्यादि ।

कल्प्यतां राशिः क भाज्यं ख इत्यनेन भक्तः । क ÷ ख = $\frac{क}{ख}$

हारभाज्यौ यदि ग इत्यनेन भज्येते तदा $\dfrac{\frac{क}{ग}}{\frac{ख}{ग}}$

छेदं लवञ्च परिवर्त्य इत्यादि नियमेन $\frac{ख}{ग}$ ।

$\frac{क}{ग} \times \frac{ग}{ख} = \frac{क}{ख}$ स एव राशिः स्यात् । अत उक्तं सम्भवे केनापीत्यादि ।

अत्र पूर्वोदाहृते गुणिताङ्कानां खण्डगुणच्छे- दानां भागहारार्थं न्यासः भाज्यः १६२० । भाजकः १२ भजनाल्लब्धो गुणः १३५ । *

* [illegible] भाज्यः स्यात् [illegible] भाजकः स्यात् ।

अथवा भाज्यहारौ त्रिभिरपवर्त्तितौ $\frac{५४०}{४}$ चतुर्भिर्वा $\frac{४०५}{३}$ स्वस्वहारेण हृते फलं तदेव १३५ ।

इति भागहारः ।

अथोदाहरणानि ।

```
           भाज्यः
भाजकः ) ५८०७६४० ( ३७२२८ भागफलम्
 १५६  ) ४६८
        ----
        ११२७
        १०९२
        ----
          ३५६
          ३१२
          ---
          ४४४
          ३१२
          ----
          १३२०
          १२४८
          ----
            ७२ शेषः
```

२ । भाज्यः ३५४२६९८३१ भाजकः ५२३१ भागफलं ६७७२५ शेषः ३५६ ।

३ । ५०५२६७ भाज्यः २८०७ लब्धिः ७ शेषः, भाजकः कः ? उत्तरम् १८० ।

४ । भाजकः ४२०३ लब्धिः ३७००८ शेषः ५ भाज्यः कः ?

उत्तरम् १५५५४४६२९ ।

५। कोऽपि मनुष्यः तस्य ५६८९० मितधनानि पञ्च-पुत्रेभ्यः समं विभज्य दत्तवान् प्रतिपुत्रगतां धनसंख्यां वद ?

उत्तरम् ११३७८।

भागशेषज्ञाने विशेषोपायः।

५८७ ÷ ३२ अत्र लब्धिः १८ शेषः ११

३२ = ४ × ८

४ ५८७
८ १४६ प्रथमशेषः ३।
१८ द्वितीयशेषः २।

सम्पूर्णशेषः = प्रथमशेषः + द्वितीयशेषः × प्रथमभाजकः + तृतीयशेषः × प्रथमभाजकः × द्वितीयभाजकः इत्यादि।

अतएवात्र सम्पूर्णशेषः ३ + २ × ४ = ११ शेषः।

९९७ ÷ ३६ अत्र लब्धिः २७ शेषः २५।

३६ = ३ × ६ × २।

३ ९९७
६ ३३२ प्रथमशेषः १।
२ ५५ द्वितीयशेषः २।
२७ तृतीय शेषः १।

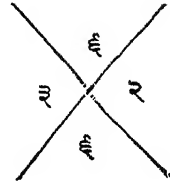
अतः सम्पूर्णशेषः = १ + २ × ३ + १ × ३ × ६ = १ + ६ + १८ = २५ शेषः।

[नवाङ्कैः गुणनस्य शुद्धाशुद्धिनिर्णयोपायः।

गुण्यस्य गुणकस्य च पृथगङ्कानां समष्टितः नवभिर्वि-

भज्य शेषः स्थाप्यः। ततः शेषयोर्गुणफलं नवभिर्विभज्य शेषः स्थापनीयः अयं शेषः यदि गुणफलात् नवविभक्तप्राप्तेन शेषेण समः स्यात् तदा गुणफलं भ्रमशून्यमिति ज्ञायते।

उदाहरणम्।

"गुण्यः ८४ गुणकः ५६ गुणफलम् ४७०४।
गुण्यस्याङ्कयोगः ८ + ४ = १२ नवशेषितः ३।
गुणकस्याङ्कयोगः ५ + ६ = ११ नवशेषितः २।
३ × २ = ६ अयं शेषयोर्घातः।

गुणनफलस्याङ्कयोगः ४ + ७ + ४ = १५ नवशेषितः ६ अयं शेषयोर्घातसमः अतः गुणफलं भ्रमहीनमिति।]

[आर्य्यभटमते गुणनभजनादीनां शुद्धता-ज्ञानोपायः महासिद्धान्ते।

"गुण्यगुणकगुणनभुवां राशीनां स्वाङ्कयोगकः कार्य्यः।
कस्थानान्तन्तद्वद्भाज्यच्छेदाप्तिशेषकादीनाम्॥
तद्गुण्यगुणकहतियुतितुल्ये गुणनोद्भवे स्फुटं गुणनम्।
आप्तिच्छेदकघाते शेषयुते यो भवेदङ्कः॥
तेन समाने भाज्ये स्पष्टं लब्धं तथा शेषम्।
वर्गैक्ये पदयुतिकृतिशेषैक्यसमे स्फुटौ स्वपदवर्गौ॥
घनयोगसमे घनपदयोगघनैक्ये सशेषके तौ च।
एवं गुणनादीनां शोधनिकेयं सुखोपायात्॥"

गुण्यगुणकाङ्कजयुतौ गुण्यगुणकगुणनफलानां योगोत्था-ङ्कानां स्वाङ्कयोगजः अङ्कानां [illegible]स्थानं यावत् योगः कार्य्यः, एकदशकादिस्थानीयानामङ्कानां तावत् योगः कार्य्यः यावत् कस्थानीयः एकस्थानीयोऽङ्को भवेत् तस्ते-नैव प्रकारेण भाज्यच्छेदाप्तिशेषकादीनामङ्कानां योगः एक-स्थानीयः कार्य्यः। आदिशब्देन वर्ग-वर्गमूल-घन-घन-मूलानि तेषां शेषाश्च गृह्यन्ते। गुणनोद्भवे अङ्के गुणफलस्य एकाङ्के गुण्यगुणक क्षतियुतितुल्ये गुण्यगुणकयोरेकस्थानीया-ङ्कयोर्घातजाङ्कानां योगजातैकस्थानीयाङ्केन तुल्ये गुणनफलं शुद्धं ज्ञेयम्।

आप्तिच्छेदकघाते लब्धिस्थानाङ्कभाजकस्थानाङ्कयोर्घाते शेषयुते य एकाङ्को भवेत् स यदि भाज्यस्यैकाङ्कसमः स्यात्तदा भागफलं शेषञ्च शुद्धं ज्ञातव्यम्।

वर्गवर्गमूलशेषैकाङ्कयोर्घातः शेषस्यैकाङ्कयुतः यदि वर्गस्यै-काङ्कसमः स्यात्तर्हि वर्गं वर्गमूलञ्च भ्रमहीनमवगच्छेत्।

घनपदयोगघनैक्ये घनपदस्य योऽङ्कानां योगस्तस्य घनाङ्कस्य एकस्थानाङ्के शेषाङ्कयुते घनस्याङ्कयोगतुल्ये घनं घनमूलञ्च शुद्ध-मवगन्तव्यम्।

उदाहरणम्।

पूर्वोदाहरणे गुण्यः ८४ गुणकः ५६ गुणफलम् ४७०४।

* [illegible]

गुण्यस्याङ्कयोग: ८+४=१२। १+२=३ अयं गुण्यस्यैकाङ्क:।

गुणकस्याङ्कयोग: ५+६=११। १+१=२ गुणकस्यैकाङ्क:।

गुण्यगुणकयोरेकाङ्कघात: २×३=६ अस्यैकाङ्क: ६।

गुणफलस्याङ्कयोग: ४+७+४=१५। १+५=६ अयं ६ अङ्क: गुण्यगुणकयोर्घातस्यैकाङ्क: ६ अस्य सम: अत: गुणफलं शुद्धम्।

भागफलस्य शुद्धताज्ञानोदाहरणम्।

पूर्वोक्तोदाहरणे भाज्य: ३५४२६९८३१ भाजक: ५२३१ भागफल: ६७७२५ भागशेष: ३६५।

भाज्यस्यैकाङ्क: ३+५+४+२+६+९+८+३+१=४१। ४+१=५

भाजकस्यैकाङ्क: ५+२+३+१=११। १+१=२।

भागफलस्यैकाङ्क: ६+७+७+२+५=२७। २+७=९

भागशेषस्यैकाङ्क: ३+५+६=१४। १+४=५।

भाजकभागफलयोरेकाङ्कघात: ९×२=१८ अस्यैकाङ्क: १+८=९। अयं शेषस्यैकाङ्कयुत: ९+५=१४। १+४=५।

अयं भाज्यस्यैकाङ्कसम: अत: भागफलं भागशेषञ्च भ्रमशून्यं इति।

वर्गमूलादीनामुदाहरणम् स्वस्थाने प्रदर्शयिष्यते।]

वर्गकरणसूत्रं वृत्तद्वयम् ।

समद्विघातः कृतिरुच्यतेऽथ
स्थाप्योऽन्त्यवर्गो द्विगुणान्त्यनिघ्नाः ।
स्वस्वोपरिष्टाच्च तथाऽपरेऽङ्का-
स्त्यक्त्वान्त्यमुत्सार्य्य पुनश्च राशिम् ॥ ८ ॥
खण्डद्वयस्याभिहतिर्द्विनिघ्नी
तत् खण्डवर्गैक्ययुता कृतिर्वा ।
इष्टोनयुग्राशिवधः कृतिः स्यादि-
ष्टस्य वर्गेण समन्वितो वा ॥ ९ ॥

गुणविशेषात्मकं वर्गमुपजातिकेन्द्रवज्राभ्यामाह—सम-द्विघातेति। समयोर्द्वयोरङ्कयोर्घातः कृतिः वर्ग इत्युच्यते। इयं पारिभाषिकी संज्ञा। प्रकारान्तरमाह अथेति, अथ अन्त्यवर्गः स्थाप्यः तथा अपरे उपान्तिमादयः अङ्काः द्विगुणान्त्यऽनिघ्नाः स्वस्वोपरिष्टात् स्थाप्याः। अन्त्यं त्यक्त्वा राशिम् उत्-सार्य्य पुनर्निःशेषान्तमेवं कुर्य्यात् सर्वाङ्कयोगे वर्गफलं जायते। प्रकारान्तरं कथ्यते—खण्डद्वयेति। खण्डद्वयस्याभि-हतिर्घातः* द्विनिघ्नी तत्खण्डवर्गैक्ययुता वा प्रकारान्तरेण कृतिः स्यात्। पुनः प्रकारान्तरमाह—इष्टोनेति। इष्टोन-

* बहुराशीनां वर्गेऽपि खण्डद्वयं प्रकल्प्य खण्डद्वयस्येति नियमेन वर्गः कार्यः ।

युग्राशिवधः—एकत्र इष्टोनराशिः, अन्यत्र इष्टयुक्तो राशिः अनयोर्घातः इष्टस्य वर्गेण युक्तः वा अथवा वर्गः स्यात्।

कल्प्यतां राशिः क + ख अस्य वर्गः कार्यः तदा—

$$
\begin{array}{l}
क + ख \\
क + ख \\
\hline
क^2 + कख + \\
\quad + कख + ख^2 \\
\hline
क^2 + २ क ख + ख^2
\end{array}
$$

अत उक्तं स्थाप्योऽन्त्यवर्गम् इत्यादि।

खण्डद्वयस्याभिहतिरित्यादेरपि एवमेव युक्तिः यथा—

क + ख अस्य वर्गः

$$
\begin{array}{l}
क + ख \\
क + ख \\
\hline
क^2 + क ख \\
\quad + क ख + ख^2 \\
\hline
क^2 + २ क ख + ख^2
\end{array}
$$

अत उक्तं खण्डद्वयस्याभिहतिरित्यादि।

अत्र विशेषः—अन्त्यस्य वर्गः स्थाप्य इत्यादि नियमेन यदि वर्गः क्रियते तदा स्वस्योपरिष्टात् संस्थाप्य योगे कृते वर्गः स्यात् किन्तु खण्डद्वयस्याभिहतिरित्यादि नियमेन वर्गकरणे न तथा—

कल्प्यतां राशिः क अस्य वर्गः $क^2$। ख अयं यदि इष्टः कल्प्यते तदा, क + ख − ख = क।

चेत् यदि वर्गविधानमार्गं वर्गसाधननियमं जानासि तर्हि नवानां चतुर्दशानां त्रिहीनस्य शतत्रयस्य पञ्चोत्तरस्य अयुतस्यापि च वर्गं ब्रूहि।

न्यासः। ९। १४। २९७। १०००५।

एषां यथोक्तकरणेन जाता वर्गाः॥८१॥१९६॥ ८८२०९॥ १००१०००२५॥

अथवा नवानां खण्डे ॥४॥५॥ अनयोराहतिः ॥२०॥ द्विनिघ्नी ॥४०॥ तत्खण्डवर्गैक्येन ॥४१॥ युता जाता सैव कृतिः। ८१।

अथवा चतुर्दशानां खण्डे ॥६॥८॥ अनयोराहतिः।४८। द्विनिघ्नी।९६। तत्खण्डवर्गौ। ३६। । ६४। अनयोरैक्येन। १००। युता जाता सैव कृतिः॥ १९६॥

अथवा खण्डे।४। १०। तथापि सैव कृतिः । १९६।

अथवा राशिः। २९७। अयं त्रिभिरूनितः पृथग्युतश्च ॥ २९४ ॥ ३०० ॥ अनयोर्घातः॥

८८२०० ॥ त्रिवर्ग ॥९॥ युतो जातो वर्ग: स एव ॥ ८८२०९ ॥

एवं सर्वत्रापि।

इति वर्ग:।

अभ्यासार्थमुदाहरणानि—

(१) $८३५^२ = ६९७२२५$

(२) $८५१२८^२ = ७२४६८४६६४१$

(३) $७९४६^२ = ६३१३८९१६$

(४) $९०५२०८^२ = ८१९४०१५२३२६४$

वर्गनियमे मदुक्तौ विशेषाविमौ।

इष्टहीनराशेर्वर्गेण सह इष्टघ्नराशेर्द्विगुणो युत: इष्टवर्ग-हीन: राशिवर्ग: स्यात्।

अत्रोपपत्ति: यथा—$क^२$ = राशिवर्ग: अत्र $ख^२$ इष्ट: कल्पित:। $क^२ = क^२ + ख^२ - ख^२$

भास्करोक्तक्षेत्रव्यवहारनियमेन तथा क्षेत्रमितेर्द्वितीया-ध्यायस्य सप्तमप्रतिज्ञाया अनुमानानुसारेण च।

$$क^२ + ख^२ = (क - ख)^२ + २ क ख।$$

$$\therefore क^२ = (क - ख)^२ + २ क ख - ख^२।$$

कल्पयतां क = २५। ख = ५। $(२५-५)^२ + २ \times २५ \times ५ - ५^२ = ४०० + २५० - २५ = ६२५$।

खण्डयोरन्तरस्य वर्गश्चतुर्गुणितखण्डयोर्घातेन युतः राशि-वर्गः स्यात्। अत्रोपपत्तिः—

यथा—

(क + ख) अयं राशिः। अस्य वर्गः कार्य्यः।

पूर्व्वोक्तनियमेन—

$(क+ख)^२ = क^२ + ख^२ + २ क ख$।

$क^२ + ख^२ = (क-ख)^२ + २ क ख$

$\therefore (क+ख)^२ = (क-ख)^२ + २ क ख + २ क ख$

$= (क-ख)^२ + ४ क ख$।

२० = क। ५ = ख। $(२०+५)^२$

$= (२०-५)^२ + ४ \times २० \times ५ = २२५ + ४०० = ६२५$।

वर्गमूले (Square Root) करणसूत्रं वृत्तम्।

त्यक्त्वान्त्याद्विषमात् कृतिं द्विगुणयेन्मूलं समे तद्धृते
त्यक्त्वा लब्धकृतिं तदाद्यविषमाल्लब्धं द्विनिघ्नं न्यसेत्।
पङ्क्त्यां पङ्क्तिहृते समेऽन्यविषयात्त्यक्त्वाप्तवर्गं फलं
पङ्क्त्यां तद्द्विगुणं न्यसेदिति मुहुः पङ्क्तेर्दलं
स्यात्पदम्॥ १०

वर्गमूलसाधनोपायं शार्दूलविक्रीडितेनाह त्यक्त्वान्त्यादिति वर्गराशेर्विषमसमस्थाने ऊर्द्ध्वं तीर्य्यग्रूपं चिह्नयित्वा, अन्त्याद्-विषमात् विषमस्थात् कृतिं वर्गं विशोध्य, मूलं तत् कृतेर्मूल-राशिं द्विगुणयेत्, समे तदादिसमस्थाने तेन द्विगुणेन मूलेन हृते यल्लब्धं, तस्य कृतिं तदाद्यविषमात् त्यक्त्वा, लब्धं द्विनिघ्नं पंक्त्यां पूर्व्वमूलस्य पंक्त्यां न्यसेत् स्थापयेत्। समेतदादिसम-स्थाने पंक्तिहृते, अन्यविषमात् तदादिविषमस्थानात् आप्तस्य वर्गं त्यक्त्वा, तत्फलं द्विगुणं पंक्त्यां न्यसेत् इति मुहुः पुनः पुनः कुर्य्यात्। एवं या पंक्तिस्तद्दलम् अर्द्धं, पदं मूलराशिः स्यात्।

अत्रोपपत्तिः वर्गसाधनस्य द्वितीयप्रकार-व्यत्ययेन सिध्यति तद्यथा—

(क + ख) अस्य वर्गः $क^२ + २कख + ख^२$

$$
\begin{array}{l}
\;\overset{|}{क^२} + \overline{२कख} + \overset{|}{ख^२} \\
\;\underline{क^२} \\
२क)\;२कख\;(ख \\
\;\underline{२कख} \\
\;\;ख^२ \\
\;\;\underline{ख^२}
\end{array}
$$

पंक्तिः

२क + २ख ।

अस्य दलं

क + ख अयं राशिः ।

∴ अत उक्तं त्यक्त्वान्त्याद्विषमादित्यादि ।

अत्रोद्देशकः—

मूलं चतुर्णाञ्च तथा नवानां
पूर्वं कृतानाञ्च सखि! कृतीनाम्।
पृथक् पृथग् वर्गपदानि विद्धि
बुद्धेर्विवृद्धिर्यदि तेऽत्र जाता॥

वर्गमूलोदाहरणं उपजातिकयाह मूलमित्यादि।

हे सखे! यदि अत्र वर्गमूलविषये ते तव बुद्धेः विवृद्धिः जाता तर्हि चतुर्णां नवानाञ्च मूलं तथा पूर्वं कृतानां कृतीनाञ्च वर्गपदानि वर्गमूलानि पृथक् पृथक् विद्धि जानीहि।

न्यासः। ४। ९। ८१। १९६। ८८२०९। १००१०००२५॥

लब्धानि क्रमेण मूलानि। २। ३। ९। १४। २९७। १०००५।

इति वर्गमूलम्।

प्रकारान्तरेण वर्गमूलसाधनम्।

राशेर्विषमस्थानीयाङ्कानामुपरि विन्दून् न्यसेत् यावन्तो विन्दवो वर्गमूलराशेस्तावन्ति खण्डकानि स्युः। अन्त्याद्विषमादूनो यो महत्तमोवर्गराशिस्तं वर्गम् अन्त्यविषमात् त्यक्त्वा यदव-

शिष्यते, तद्दक्षिणभागे उपान्तिमविषमं संस्थाप्य तं भाज्यं कल्पयेत्। ततः पूर्वं यः वर्गराशिरन्त्यविषमाद्विशोधितस्तस्य मूलं पंक्त्या, तद्द्विगुणञ्च भाजकस्थाने विन्यसेत्। भाजकेन भाज्यमेवं विभजेत्, यथा लब्धराशिं भाजकदक्षिणभागे संस्थाप्य तं भाजकं परिकल्प्य च तादृशेन भाजकेन भजने लब्धसंख्यागुणितभाजकं भाज्यात् समो न्यूनो वा स्यात्। लब्धमप्यङ्कं पंक्त्यां न्यसेत् एवमसकृत् करणे पंक्तिर्मूलराशिः स्यात्।

उदाहरणम्।

पंक्तिः

७३९६ (८६
६४
१६६) ९९६ (
९९६
∴

३४१०५६ (५८४
२५
१०८) ९१०
८६४
११६४) ४६५६
४६५६
∴

मूलम् ५८४।

अभ्यासार्थमुदाहरणम्।

(१) १२२५, १८८२२५, ४४०१६०४, ३२२६६९४४१६ आसां संख्यानां क्रमेण मूलानि ३५, ४३५, २०९८, ५६८०४।

(२) कस्मिंश्चिन्नगरे भूम्यधिकारिणामेका सभास्ति। दरिद्रबालकानां विद्याशिक्षार्थं सभ्यैः १००२००१ निष्काः व्ययिताः। यावन्तः सभ्याः प्रत्येकेन तावन्तो निष्का दत्ताः सभायाः सभ्यसंख्यां वद? उत्तरम्—१००१ सभ्याः।

(३) दुर्भिक्षप्रपीड़िताः कतिचन पुरुषाः स्त्रियो बालकाश्च राजसदनं भिक्षार्थं गताः। राजा यावन्तः पुरुषाः प्रत्येकम् तावतः पणान् यावत्यः स्त्रियः प्रत्येकम् तावतीः काकिनीः यावन्तो बालकाः प्रत्येकम् तावतः वराटकान् दत्तवान् एवं पुरुषेभ्यः ५३१४४१ पणाः स्त्रीभ्यः १८३१८४ काकिन्यः बालकेभ्यः ११०२५ वराटकाः दत्ताः पुरुषवनिताबालकानां संख्यां ब्रूहि ?

उत्तरम्—७२९ पुरुषाः ४२८ स्त्रियः १०५ बालकाः।

वर्गमूलस्य शुद्धताज्ञानोपायः।

पूर्वोक्तोदाहरणे वर्गराशिः १२२५ मूलं ३५ शेषः ०।

मूलस्यैकाङ्कः ३ + ५ = ८ अस्य वर्गः ६४ तस्य एकाङ्कः ६ + ४ = १० = १ शेषः ० युतः = १ अयम्, वर्गराशेरेकाङ्कः १ + २ + २ + ५ = १० = १ अस्य समानः अतः मूलं शुद्धम्।

द्वितीयोदाहरणम्।

वर्गराशिः ८८२२३ मूलं २९७ शेषः १४।

मूलस्य एकाङ्कः ९ अस्यवर्गः ८१ अस्य एकाङ्कः ९ शेषस्य एकाङ्कः ५ युतः ५ + ९ = १४ अस्यैकाङ्कः ५ अयं वर्गराशेरेकाङ्कस्य ५ अस्य समः अतः मूलं समीचीनम्।

घने (Cube) करणसूत्रं वृत्तद्वयम्।

समत्रिघातश्च घनः प्रदिष्टः

स्थाप्यो घनोऽन्त्यस्य ततोऽन्त्यवर्गः।

आदिस्त्रिनिघ्नस्तत आदिवर्ग

स्त्र्यन्त्याहतोऽथादिघनश्च सर्व्वे ॥ ११

स्थानान्तरत्वेन युतो घनः स्यात्

प्रकल्प्य तत्खण्डयुगं ततोऽन्त्यम्।

एवं मुहुर्वर्गघनप्रसिद्धा

वाद्याङ्कतो वा विधिरेष कार्य्यः ॥ १२

खण्डाभ्यां वा हतो राशिस्त्रिघ्नः खण्डघनैक्ययुक्।

वर्गमूलघनस्वघ्नो वर्गराशेर्घनो भवेत् ॥ १३

गुणनभेदात्मकं समत्रिघातरूपं घनमुपजातिकाद्वयेनाह समत्रिघातश्चेति। समानां तुल्यानां त्रयाणां घातो घनः प्रदिष्टः पारिभाषिकीयं संज्ञा। अथ प्रकारान्तरम्, अन्त्यस्य घनः स्थाप्यः ततः अन्त्यवर्गः आदिस्त्रिनिघ्नः आदिना त्रयेन च निघ्नः स्थाप्यः। ततः आदिवर्गः त्र्यन्त्याहतः त्रयेण अन्त्येन च निघ्नः स्थाप्यः आदि घनश्च स्थाप्यः। सर्वे सिद्धाः चत्वारः खण्डाः स्थानान्तरत्वेन युताः घनः स्यात्। आदौ स्थानेषु सत्सु, ततः तत्खण्डयुगं प्रकल्प्य तत्र प्रथमं अन्त्यम् द्वितीयम् आदिञ्च प्रकल्प्य एवमेव घनः कर्त्तव्यः। एष पूर्व्वोक्तो विधिः वर्गघनप्रसिद्धौ आद्याङ्कतो वा कार्य्यः। तत्र वर्ग-प्रसिद्धौ यथा—आदिवर्गः स्थाप्यः अपरेऽङ्काः उपान्तिमादयः

द्विगुणाः स्वस्वोपरिष्टात् स्थाप्याः आदिं त्यक्त्वा राशिमुत्सार्य्य पुनरेवमिति। तथा घनप्रसिद्धौ यथा—आदेर्घनः स्थाप्यः ततः आदिवर्गः त्रन्त्याहतः स्थाप्यः, ततोऽन्त्यवर्गः आदित्रिनिघ्नः स्थाप्यः ततोऽन्त्यघनस्य सर्व्वे स्थानान्तरत्वेन युताः पूर्व्वोक्तक्रम-व्यत्ययेन स्थानान्तरत्वेन मिलिताः घनः स्यादिति। घनस्य प्रकारान्तरमनुष्टुभाह खण्डाभ्यामिति राशेः रूपविभागेन द्वे खण्डे कृत्वा ताभ्यां खण्डाभ्यां राशिर्हतस्त्रिघ्नः तयोरेव खण्डयोर्घनैक्येन युतो वा घनः स्यात्। वर्गगतो राशिश्चेत् तन्मूलस्य घनः स्वघ्नः वर्गीकृतः वर्गराशेर्घनः स्यात्।

अत्रोपपत्तिः।

राशिः (क + ख) अस्य घनः कार्य्यः।

$$\begin{array}{l} क + ख \\ क + ख \\ \hline क^{२} + २\ क\ ख + ख^{२} \\ क + ख \\ \hline क^{३} + २\ क^{२}\ ख + ख^{२}\ क \\ \quad + क^{२}\ ख + २\ ख^{२}\ क + ख^{३} \\ \hline क^{३} + ३\ क^{२}\ ख + ३\ ख^{२}\ क + ख^{३} \end{array}$$

अत उपपन्नं स्थाप्यो घनोऽन्त्यस्येति।

रूपविभागोपपत्तिः ।*

$$(क+ख)^३$$
$$=क^३+३क^२ख+३ख^२क+ख^३$$
$$=क^३+३कख(क+ख)+ख^३$$

$(क+ख) = राशिः$ ।

$क =$ प्रथम खण्डम् $ख =$ द्वितीय खण्डम्

$\therefore$ राशिवर्गः $=$ प्र ख^३ $+$ द्वि ख^३ $+$ ३ प्र ख $\times$ द्वि ख $\times$ राशिः

अत उपपन्नं खण्डाभ्यामित्यादि।

वर्गराशेर्घनसाधनोपपत्तिः ।

राशिःक^२ = अस्य घनः कार्य्यः समत्रिघातः घन इति नियमतः—

$$क^२\times क^२\times क^२ = \overline{क\times क\times क\times क\times क\times क}$$
$$= क^३\times क^३$$
$$= (क^३)^२ ।$$
$$\therefore (क^२)^३ = (क^३)^२ ।$$
$$क = \sqrt{क^२}$$

अत उपपन्नं वर्गमूल घनेत्यादि।

अत्रविशेषः ।

यदि (क − ख) राशिः कल्प्यते, तदा समत्रिघातस्य घनः प्रदिष्ट इति नियमेन जायते।

---

* रूपविभाग स्थानविभाग घनयोरेकैवोपपत्तिः विशेषस्तु स्थानविभाग घने स्थानान्तरत्वेन युता घनः स्यादत्र तु न तथा।

$(क - ख)^3 = क^3 - ख^3 - ३ क^2 ख + ३ ख^2 क$

$= क^3 - ख^3 - ३ क ख (क - ख)$

उदाहरणम्।

अत्र यदि क = ३०। ख = ५ कल्प्यते तदा—

$(३० - ५)^3$

$= ३०^3 - ५^3 - ३ \times ३० \times ५(३० - ५)$

$= २७००० - १२५ - ११२५०$

$२७००० - ११३७५ = २५६२५$

अत्रोद्देशकः—

नवघनं त्रिघनस्य घनं तथा
कथय पञ्चघनस्य घनञ्च मे।
घनपदञ्च ततोऽपि घनात् सखे!
यदि घनेऽस्ति घना भवतो मतिः।

घनोदाहरणं द्रुतविलम्बितेनाह नवेति। सखे। घने घनविषये यदि भवतः घना गभीरा मतिर्बुद्धिरस्ति, तर्हि नवघनं, त्रिघनस्य घनं, तथा पञ्चघनस्य घनञ्च, ततः घनराशितो घनपदञ्च मे कथय।

न्यासः। ९। २७। १२५।

जाता क्रमेण घनाः। ७२९। १९६८३। १९५३१२५।

अथवा राशिः । ९ । अस्य खण्डे । ४ । ५ । आभ्यां राशिर्हतः । १८० । त्रिघ्नश्च । ५४० । खण्डघनैक्येन । १८९ । युतो जातो घनः ।७२९।

अथवा राशिः । २७ । अस्य खण्डे ।२०।७। आभ्यां हतस्त्रिघ्नश्च । ११३४० । खण्डघनैक्येन । ८३४३ । युतो जातो घनः । १९६८३ ।

अथवा राशिः । ४ । अस्य मूलम् ।२। घनः । । ८ । अयं स्वघ्नो जातश्चतुर्णां घनः । ६४ ।

अथवा राशिः । ९ । अस्य मूलं । ३ । घनः । । २७ । अस्य वर्गो जातो नवानां घनः । ७२९ । य एव वर्गराशि घनः स एव वर्गमूलघनवर्गः ।

अभ्यासार्थमुदाहरणानि ।

८, १७, ३२, १८३, आसां संख्यानां क्रमेण घनाः ५१२, ४९१३, ३२७६८, ६१२८४८७ ।

इति घनः ।

अथ घनमूले (Cube Root) करणसूत्रं वृत्तद्वयम्।

आद्यं घनस्थानमथाघने द्वे
पुनस्तथान्त्याद्घनतो विशोध्यम्।
घनं पृथक्स्थं पदमस्य कृत्या
त्रिघ्न्या तदाद्यं विभजेत् फलन्तु ॥ १४ ॥
पंक्त्यां न्यसेत् तत् कृतिमन्त्यनिघ्नीं
त्रिघ्नीं त्यजेत्तत्प्रथमात् फलस्य।
घनं तदाद्याद्घनमूलमेवं
पङ्क्तिर्भवेदेवमतः पुनश्च ॥ १५ ॥

घनराशेर्मूल परिज्ञानमुपजातिकाद्वयेनाह आद्यं घनस्थानमित्यादि यस्य घनमूलं गृह्यते तस्याद्यं स्थानं घनस्थानं स्यात् ततः द्वे अघने एवं घनाघनस्थानानि चिह्नयित्वा पुनः अन्त्याद् घनतः घनस्थानात् घनं विशोध्य, पदं तस्य घनस्य पदं पृथक् स्थाप्यम्। अस्य पदस्य कृत्या त्रिघ्न्या तदाद्यम् अघनस्थानं विभजेत्। फलन्तु पंक्त्यां पूर्व्वमूलस्य पंक्त्यां न्यसेत्। तत्कृतिं तस्य मूलस्य कृतिं अन्त्य निघ्नीं त्रिघ्नीञ्च कृत्वा तत्प्रथमात् अघनस्थानात् त्यजेत्। तदाद्यात् घनस्थानाद्

फलस्य घनं त्यजेत्। एवं पंक्तिः घनमूलं भवेत्। एवम् अनेनैव प्रकारेण अतः अस्मात् शेषघनात् पुनः क्रिया कार्य्या।

अत्रोपपत्तिः द्वितीय घनप्रकारव्यत्ययेन।

तद्यथा—

(क + ख) अस्य घनः $क^3 + ३ क^2 ख + ३ ख^2 क + ख^3$

अत्र हि आद्यं $ख^3$ घन स्थानं, ततः द्वे अघने स्थाने ततः $क^3$ घन स्थानम्। अत उक्तं आद्यं घन स्थान मथा घने द्वे।

$$\overset{|}{क^3} + ३ \overline{क^2} ख + ३ \overline{ख^2} क + \overset{|}{ख^3}$$

पंक्तिः क + ख

$क^3$

३$क^2$) ३$क^2$ख (ख

३$क^2$ख

३$ख^2$क

३$ख^2$क

$ख^3$

$ख^3$

∴

अत्र क = अन्त्य खण्डं

ख = आदि खण्डं

अत उक्तम्

अन्त्याद्घनतो

घनं विशोध्येत्यादि।

अत्र पूर्व घनानां मूलार्थं न्यासः ७२९। १९६८३। १९५३१२५।

क्रमेण लब्धानि मूलानि। ९। २७। १२५।

प्रकारान्तरेण घन मूल साधनम्।

घनराशेरेकस्थानीयाङ्कमारभ्यक्रमेण चतुर्थ स्थानस्थाङ्काना-मुपरि विन्दून् न्यसेत्। यावन्तो बिन्दवस्तावन्तो घनराशे-र्विभागाः स्युः। अन्त्याद् घनतस्तदनधिकं महत्तमघनं विशोध्य मूलं पंक्त्यां स्थापयेत्। शेषाङ्कदक्षिणभागे उपा-न्तिमघनं संस्थाप्य तादृशं शेषं भाज्यं कल्पयेत्। ततः मूला-न्त्याङ्कस्य वर्गं त्रिशतागुणं कृत्वा तं भाजकं कल्पयेत्। अनेन भाजकेन पूर्व्वोक्तं भाज्यं विभज्य यल्लभ्यते तं मूलस्योपान्ति-माङ्कं मत्वा स्थानान्तरत्वेन पंक्त्यां विन्यसेत्। ततः मूलास्या-न्त्याङ्कं त्रिशता मूलस्योपान्तिमाङ्केन च संगुण्य फलं उपान्ति-माङ्क वर्गञ्च पूर्व्वोक्त भाजकेन सह संयुज्य तं पुनर्विशुद्धं भाजकं कल्पयेत्। तादृश भाजक गुणितोपान्तिमाङ्कं भाज्याद् विशोध्य-शेषाङ्क दक्षिणभागे आद्यघनं विन्यसेत्। तादृशं शेषं भाज्यं उपान्तिमसहितान्त्यस्य वर्गं त्रिशता संगुण्य भाजकञ्च कल्प-येत्। भाजकेन भाज्यं विभज्य यल्लभ्यते तमाद्याङ्कं मत्वा पंक्त्यां स्थानान्तरत्वेन स्थापयेत्। तत उपान्तिम सहितान्त्य-राशिं त्रिंशताद्याङ्केन च संगुण्य गुणनफलमाद्य वर्गञ्च भाज-केन सह संयुज्य च तादृश भाजक गुणिताद्याङ्कं भाज्याद् विशोधयेत्। एवं मुहुः कृते यदि शेषं न तिष्ठेत् तर्हि पंक्ति-र्घनमूलं भवेत्।

अत्रोदाहरणम्।

		घनः	पंक्तिः
		१५०६९२२३ (	२४७
$२^{२} \times ३०० =$	१२००	८	
$२ \times ३० \times ४ =$	२४०	७०६९	घनमूलम्
$४^{२} =$	१६		
	१४५६	५८२४	
		१२४५२२३	
$२४^{२} \times ३०० =$	१७२८००		
$२४ \times ३० \times ७ =$	५०४०		
$७^{२} =$	४९		
	१७७८८९	१२४५२२३	

अभ्यासार्थमुदाहरणानि।

२७४४, ३२७६८, १२८१२९०४, ५१५०७८१४८०९६ आसां संख्यानां क्रमेणमूलानि १४, ३२, २३४, ८०१६।

घनमूलेशुद्धताज्ञानोपायः।

पूर्व्वोदाहरणे—घनराशिः २७४५ शेषः ० घनमूलं १४ मूलस्यैकाङ्कः $१+४=५$ अस्य घनः १२५ अस्यैकाङ्कः $१+२+५=८$ शेषस्यैकाङ्कः ० युतः ८ अयं. अङ्कः, घनराशेरेकाङ्कः $२+७+४+४=१७$, $१+७=८$ समानः अतः घनमूलं विशुद्धम्।

इति घनमूलम्।

इत्यभिन्न परिकर्म्माष्टकम्।

अथाभिन्न परिकर्म्मान्तर्गत कतिपय प्रचिप्त नियमाः ।

कस्यापि राशेः 'तत्सजातीयांश विशेष परिणमनं लघुकरणम्, तत्तु द्विविधं निम्नतरांश विशेष परिणमनं निम्नग लघुकरणम्, ऊर्द्ध्वतरांश विशेष परिणमनं ऊर्द्ध्वगलघुकरणञ्च ।

अथ निम्नगलघुकरणम्* ।

१३ निष्क ५ द्रम्य ८ पण ३ काकिणीषु कति वराटकाः ? इति प्रश्ने ।

१३	
१६	
२०८	
५	
२१३	
१६	उत्तरम् २७३३४० ।
३४०८	
८	
३४१६	
४	
१३६६४	
३	
१३६३७	
२०	
२७३३४०	

* इदन्तु योगगुणननियमाभ्यां सिध्यतीति पूर्व्वाचार्य्यैः पृथक् नोल्लिखितम्, किन्तु भिन्नपरिकर्म्माध्याये भास्कराचार्य्योल्लिखितेन द्रम्म $\frac{१}{१२८०}$ = १ वराटक इत्यनेनावगम्यते पूर्व्वत्र एव लघुकरणगणितस्य व्यवहारोऽस्तीति मया विद्यार्थिनामवगत्यर्थमत्र पृथक् सविस्तरं सन्निवेशितम् ।

अभ्यासार्थमुदाहरणानि।

१। ७ दिनेषु कति विपलानि? उत्तरम् १५१२०००।

२। ५ वत्सर ७ मास ३ दिन ४८ घटिकासु कियत्यो घटिकाः? उत्तरम् १२०८२८।

३। १२ योजनेषु कति अङ्गुलानि गजपरिमाणानि चेतिवद।

उत्तरम् अङ्गुलमानम् ८२१६०००। गजमानम् १६८८८६०।

४। प्रति भिक्षुकमेकैकानक दानेन २०७ टङ्कनामक रौप्य मुद्राः (रुपिया) १२ आनकाश्च व्ययिताः भिक्षुकसंख्यां ब्रुहि? उत्तरम् ३३२४।

अथोर्द्ध गलघुकरणोदाहरणम्।

१८२८७६ वराटकैः कति निष्काः द्रम्याः पणाः काकिण्यः वराटकाश्च?

```
२०)१८२८७६
   ४)८६४३ काकिण्यः      शेषाः१६ वराटकाः
    १६)२४१० पणाः        शेषाः ३ काकिण्यः
      १६)१५० द्रम्माः      शेषाः १० पणाः
           ८ निष्काः      शेषा ६ द्रम्माः
```

उत्तरम् ८ निष्काः ६ द्रम्माः १० पणाः ३ काकिण्यः १६ वराटकाश्च।

अभ्यासार्थमुदाहरणानि।

१। १२५५९२० पलैः कति मासाः दिनानि घटिकाश्च? उत्तरम् ११ मासाः १८ दिनानि ५२ घटिकाश्च॥

२। ६९८२०० सेकेण्डमानैः कति दिनानि घण्टा मिनिट सेकेण्डमानानीति वद? उत्तरम् ६ दिनानि २२ घण्टा १० मिनिट ४ सेकेण्ड मानानि च।

३। आनकेन चत्वारि ४ आम्रफलानि लभ्यन्ते ३५८४ मितास्राणां मूल्यं कियन्तः टङ्काः? उत्तरम् ५६।

४। १५६८९० इञ्चमानानां माइलादि मानं वद? उत्तरम् २ माइल ८३८ गज २ इञ्च।

महत्तमापवर्त्तनम् (Greatest Common Measure)

द्वौ राशी बहवो वा राशयः येनाङ्केनापवर्त्त्यन्ते अर्थात् येन भजने भागशेषाभावो जायते सोऽङ्कः अपवर्त्तनम्। अपवर्त्तनाङ्कानां मध्ये यः सर्वापेक्षया महान् स महत्तमापवर्त्तनमिति कथ्यते। तदाह भास्कराचार्य्यः—

परस्परं भाजितयो र्ययो र्यः शेषस्तयोः स्यादपवर्त्तनं सः। परस्परं भाजितयोः राश्योः यः शेषः शेषभाजकः स तयोः राश्योः अपवर्त्तनम्। एतन्महत्तमापवर्त्तनं गरिष्ठ साधारण गुणनीयकोविति कथ्यते।

उदाहरणम् ।

३५, ८० अनयोर्महत्तमापवर्त्तनं निर्णय इतिप्रश्ने—

```
३५)८०(२
   ७०
   ---
   १०)३५(३
      ३०
      ---
       ५)१०(२
         १०
         ---
```

उत्तरम् ५

अभ्यासार्थमुदाहरणानि ।

(१) ४०८,१२९६ । (२) ५२,२४८ । (३) ४७६,८९६ । (४) ७१४,१९५५ । (५) ४०९६,११७७६ । (६) १९०९१, ५९४०९६७ ।

एषां प्रश्नानां क्रमेणोत्तरम् २४,४,२८,१७,५१२,११२३ ।

७। केन महत्तमापवर्त्तनराशिना ३१४,९१९ एतौ राशी विभज्य, क्रमेण ८ अष्ट ५ पञ्च च इति भागशेषःस्यात्? उत्तरम् १८ ।

महत्तमापवर्त्तने विशेषः ।

तिसृणां चतसृणां तदधिकसंख्यानां वा महत्तमापवर्त्तन-निर्णये प्रथमं संख्याद्वयस्य महत्तमापवर्त्तनं निर्णीय, ततः महत्तमापवर्त्तनतृतीयसंख्ययोर्महत्तमापवर्त्तनं निर्णेयम् । एव

मग्रेऽपि क्रिया कार्य्या। अन्त्यमहत्तमापवर्त्तन मभीष्ट महत्तमापवर्त्तनसंख्या स्यात्।

उदाहरणम्।

१६८, २३१, ४०६, एतेषां महत्तमापवर्त्तनं निर्णयमिति प्रश्ने, पूर्व्वप्रदर्शितनियमेन १६८,२३१ अनयोर्महत्तमापवर्त्तनम् २१। पुनः २१, ४०६ अनयोर्महत्तमापवर्त्तनम् ७। अतः १६८,२३१,४०६ इति त्रयाणां महत्तमापवर्त्तनम् ७।

अभ्यासार्थमुदाहरणानि।

१। २५५, ४३५, ६१५ एतेषां महत्तमापवर्त्तन—राशिः कः? उत्तरम् १५।

२। ३५८, ८७१, १५२८, एते राशयः केनाङ्केन विभज्य सर्व्वत्रैव ७ मिताङ्कः शेषः स्यात्? उत्तरम् ९।

३। ४९३, ८३७, ८८१, १२१२ एते राशयः केनाङ्केन विभज्य क्रमेण १७, २५, १३, ८ मिताङ्काः अवशिष्टाः स्युरिति वद? उत्तरम् २८।

लघुतमापवर्त्त्यः (Least Common Multiple) वा लघिष्ठसाधारणगुणितकः।

द्वाभ्यां बहुभिर्व्वा ये ये राशयः भक्ता निःशेषा भवन्ति तेषां लघुतमो राशिः लघुतमापवर्त्त्य इति कथ्यते।

लघुतमापवर्त्य निर्णयोपायः।

उद्दिष्ट-राशयः एकस्यां पंक्त्यां संस्थाप्य २, ३, ५, ७ इत्यादिभिः दृढ़संख्याभिः तेषामपवर्त्तनं तथा कार्य्यं यथा उद्दिष्ट-राशयोऽपि दृढ़ाः स्युः। सर्व्वेषामपवर्त्तनसंख्यानां गुणफलं लघुतमापवर्त्तो लघिष्ठसाधारणगुणितको वा राशिः स्यात्।

उदाहरणम्।

१२,१५,२७,९६ एभिरपवर्त्तनीय राशीनां मध्ये सर्व्वा-पेक्षया लघुतमराशिं वद? इति प्रश्ने—

२	१२, १५, २७, ९६
३	६, १५, २७, ४८
२	२, ५, ९, १६
	१, ५, ९, ८

लघुतमो राशिः=२×३×२×१×५×९×८=४३२०।

अभ्यासार्थमुदाहरणानि।

१। १६, २०, ५४। (२) ३३, ९१, १३२, २१०। (३) ४९, ८४, ९५, १२०। (४) २, ३, ४, ५, ६, ७, ८, ९, १० एतेषां क्रमेण लघुतमापवर्त्यं राशिः। २१६०। १२०१२०। १११७२०। २५२०।

५। केन लघुतमाङ्केन सह ५ योजने स राशिः ३५, ९५ मितसंख्याभ्यां निःशेषं भजनीयः स्यात्? उत्तरम् ६६०।

६। कां लघुतमसंख्यां १५६, २१५ आभ्यां पृथक् पृथक् भजने उभयत्र १२ शेषः स्यात्? उत्तरम् १६३९२।

अत्र विशेषः।

लघुतमावर्त्त्य-महत्तमापवर्त्तनसंख्ययोर्घातः राश्योर्घातसमः स्यात्। अतो लघुतमापवर्त्त्यमहत्तमापवर्त्तनयोर्घातः एकेन राशिना भक्तः अपरराशिर्लभ्यते। राश्योर्घातः महत्तमापवर्त्तनेन भक्तः लघुतमापवर्त्त्यः प्राप्यते, लघुतमापवर्त्त्येन भक्तश्च महत्तमापवर्त्तनं प्राप्यते।

उदाहरणम्।

राशिद्वयस्य महत्तमापवर्त्तनम् १८ लघुतमापवर्त्त्यम् १३८६, एको राशिः १२६ अपरः कः? इति प्रश्ने—

लघुतमापवर्त्त्य महत्तमावर्त्तनयोर्घातः १३८६ × १८ = २४९४८। २४९४८ ÷ १२६ = १९८ अपरो राशिः।

२। एकोराशिः २०८ अपरः २७२ महत्तमापवर्त्तनम् १६ लघुतमापवर्त्त्यम् वद? उत्तरम् ३५३६।

३। एको राशिः ६७५ अन्यो राशिः १०२५ तयो र्लघुतमापवर्त्त्याङ्कः २७६७५ महत्तमापवर्त्तनम् कियत्? उत्तरम् २५।

कोष्ठस्थ (बन्धनीस्थ) Bracket राशिविषयक नियमः।

यस्याग्रे (Plus) धन + चिह्न मस्ति, यस्याग्रे वा किमपि चिह्नं नास्ति स धनराशिः। यस्याग्रे (Minus) ऋण − चिह्न मस्ति स राशिः ऋणम्। यस्याग्रे × गुण (Product) चिह्नं वर्त्तते सगुणकः। तदव्यवहित पूर्व्ववर्त्ती राशिः गुण्यः। यस्याग्रे (Divided by) भाग ÷ चिह्नं वर्त्तते स राशिः भाजकः (Diviser) तदव्यवहितपूर्व्ववर्त्ती राशिः भाज्यः। (Divident)

यत्र योग-वियोग-गुण-भाग-चिह्नविशिष्टा राशयःसन्ति तत्राग्रे गुणनं भजनञ्चसम्पाद्य, पश्चाद् योगवियोगौ सम्पादनीयौ।

उदाहरणम्।

९ − ८ ÷ ४ + ९ × ३ − ९ × ३ ÷ ९। = ९ − २ + २७ − २७ ÷ ९ = ९ − २ + २७ − ३ = ७ + २४ = ३१।

एवम् ५ − २८ ÷ ७ + ८ × २ = १७।

यत्र गुणक-भाजकयो रव्यवहितपौर्व्वापर्य्यम्, तत्रादौ पूर्व्वस्य कार्य्यं सम्पादनीयम्।

यथा ४२ ÷ ७ × ५ = ६ × ५ = ३०।

१८ × ५ ÷ ६ = ९० ÷ ६ = १५ इत्यादि।

बन्धनी (Bracket) द्वयमध्य-स्थितराशयः एक एव

राशिरिति कल्पनीयः। बन्धनीद्वययोर्मध्ये यदि चिह्नं न वर्त्तते तदा तत्र गुणचिह्नं कल्पनीयम्॥ यदि बन्धन्याः पूर्व्वं संख्या तिष्ठेत्, संख्याबन्धन्योर्मध्ये किमपि चिह्नं न तिष्ठेत् तदा तन्मध्येऽपि गुणचिह्नं कल्पनीयम्।

— प्रथमबन्धनी (Vinculum)। ( ) द्वितीयबन्धनी (Parenthesis) { } तृतीय बन्धनी (Braces) [ ] चतुर्थबन्धनी (Crochets) यदि एकस्या बन्धन्या मध्ये अपरा बन्धनी तिष्ठेत्, तदा मध्यवर्त्ति बन्धन्याः अन्तर्गत योगवियोगादिकमादौ सम्पादनीयम्।

उदाहरणम्।

$$४-[३-\{४-(३-\overline{४-३})\}]$$
$$=४-[३-\{४-(३-१)\}]$$
$$=४-[३-\{४-२\}]$$
$$=४-[३-२]=४-१=३।$$

यदि बन्धन्याः पूर्व्वं योगचिह्नं + वर्त्तते तदा बन्धन्याः परित्यागेनापि न कापि हानि र्जायते। यथा—

$$१२+(८-५+६)=१२+८-५+६=२१$$

यदि बन्धन्याः पूर्व्वं वियोग — चिह्नं वर्त्तते तदा बन्धनी-परित्यागे तन्मध्यस्थयोगवियोगयो र्विपर्य्ययः कार्य्यः। यथा—

$$१२-(८-५+६)=१२-८+५-६=३$$

अभ्यासार्थमुदाहरणानि ।

१ । १० + ८ ÷ २ + ७ × ३ − ६ ।

२ । ११ + {२५ − (१६ − ८ + ३)}

३ । ५ − [५ + {६ − (५ + ५ − २)}] ।

४ । ८ − [४ − {३ − (२ − २ − १)}]

५ । २ − (१५ + २८ ÷ ४ + ३९ ÷ ३) − २७ + ७(९ + ४ ÷ २)

६ । ४२ − २८ + ७ − ६[− {८ − (९ − ५ − ३)
+ २}५ + ८ ÷ २]

एतेषां क्रमेणोत्तरम् २९ । २५ । २ । ६ । १७ । ४ ।

अथ भिन्न परिकर्म्माष्टकम् ।

अथ जातिचतुष्टयम् ।

अथांशसवर्णनम् । तत्र भागजातौ करणसूत्रं वृत्तम् ।

COMMON DENOMINATION.

अन्योन्यहाराभिहतौ हरांशौ
राश्योः समच्छेदविधानमेवम् ।
मिथो हराभ्यामपवर्त्तिताभ्यां
यद्वा हरांशौ सुधियात्र गुण्यौ ॥१६॥*

परितः सर्व्वत्र गणिते कर्म्म येषां तानि परिकर्म्माणि

---

* अस्यापवर्त्तनविधेःपर्य्यालोचनया लघुतमापवर्त्ताङ्गणितः पूर्व्वमेव व्यवह्रियत- इति ज्ञायते लघुतमापवर्त्ताङ्कनिर्णयोपायो मया पूर्व्वमेवोक्तः ।

यदि ख इत्यनेन गुण्येते तदा $\frac{\text{ग}}{\text{घ}} = \frac{\text{गख}}{\text{खघ}}$ । $\frac{\text{कघ}}{\text{खघ}}, \frac{\text{गख}}{\text{खघ}}$ । इत्यु-भयत्र सम एव हर: स्यात् अत उक्तम् अन्योऽन्यहाराभिहता-वित्यादि ।

कल्प्येतां राशी $\frac{६}{१५}, \frac{८}{२५}$ हरयोरपवर्त्तनाङ्क: ५ ।

अत: समच्छेद: ३ × ५ × ५ = ७५ ।

७५ ÷ १५ = ५ । ७५ ÷ २५ = ३ ।

$$\frac{६ \times ५}{१५ \times ५} = \frac{३०}{७५} \text{ । } \frac{८ \times ३}{२५ \times ३} = \frac{२४}{७५}$$

$$\text{अत:}^{*} \quad \frac{६}{१५} = \frac{३०}{७५} \text{ । } \frac{८}{२५} = \frac{२४}{७५} \text{ ।}$$

अत उक्तं मिथो हराभ्यामपवर्त्तिताभ्यामित्यादि ।

अत्रोद्देशक: ।

रूपत्रयं पञ्चलवस्त्रिभागो
योगार्थमेतान् वद तुल्यहारान् ।
त्रिषष्टिभागश्च चतुर्दशांश:
समच्छिदौ मित्र वियोजनार्थम् ॥

हे मित्र! रूपत्रयं, पञ्चलव:, त्रिभाग:, एतान् योगार्थम् तुल्यहारान् समच्छेदकान् वद । तथा त्रिषष्टि भाग:,

---

* नव्यमते अत इत्यर्थकपदस्य चिह्नम् ∴ यत इत्यर्थकपदस्य चिह्नम् ∵ समान-मित्यर्थकपदस्य चिह्नम् = इति व्यवह्रियते ।

चतुर्दशांश: च एतौ वियोजनार्थम् वियोग करणार्थं सम-च्छिदौ तुल्यहरौ वद ।

न्यास: $\frac{३}{१}$ ।* $\frac{१}{५}$ । $\frac{१}{३}$ जाता: **समच्छेदा:** $\frac{४५}{१५}$ । $\frac{३}{१५}$ । $\frac{५}{१५}$ योगे जातम् $\frac{५३}{१५}$ ।

द्वितीयोदाहरणे न्यास: $\frac{१}{६३}$ । $\frac{१}{१४}$ । **समापवर्त्तिताभ्यां हराभ्यां** ९।२ **संगुणितौ** वा जातौ **समच्छेदौ** $\frac{२}{१२६}$ । $\frac{९}{१२६}$ । वियोगे जातम् $\frac{७}{१२६}$ ।

अपवर्त्तन (Common factor) निर्णय: ।

(क) **सम (युग्म) संख्या** द्वाभ्यामपवर्त्तते । **यथा** १६, १८ ।

(ख) यस्या आद्याङ्क:† शून्यं युग्माङ्को वा सा द्वाभ्या-मपवर्त्तनीया । यथा ३०, २६ ।

(ग) यस्या आद्यस्थानद्वयस्य संख्या चतुर्भि रपवर्त्तते सा संख्या चतुर्भिरपवर्त्तनीया । **यथा** १८०, ३००, ६२८ ।

(घ) **यस्या: संख्याया:** आद्याङ्कत्रयं ८ अष्टाभिरपवर्त्तते सा अष्टाभिरपवर्त्तनीया । **यथा** १०००, ४८६४,

(ङ) यस्या: आद्याङ्क: ५ पञ्च शून्यं वा सा पञ्चाप-वर्त्त्या । यथा १०, १५ ।

---

* कल्प्यो हरोऽरूपमहाररा‍शे: इति १ इति हर: कल्पित: ।

† अङ्कानां वामागतिरत: १२ अस्य राशेराद्याङ्क: २ अन्त्याङ्क: १ एवं सर्व्वत्रज्ञेयम् ।

(च) यस्याः आद्याङ्कः ० शून्यं सा दशापवर्त्त्या । यस्याः शून्यद्वयं सा शतापवर्त्त्या । एवमग्रे बोद्धव्यम् ।

(छ) यस्याः संख्यायाः अङ्कानां योगस्त्रिभिर्नवभिर्व्वापवर्त्तते सा क्रमेण त्रिभिर्नवभिर्व्वापवर्त्तनीया यथा ३७८, ७२९ ।

(ज) यस्याः संख्यायाः सम स्थानीयाङ्कानां योगः विषमस्थानीयाङ्कानां योगतुल्यः, वा समस्थानीयाङ्कयोग-विषमस्थानीयाङ्कयोगयोरन्तरमेकादशापवर्त्त्यं सा एकादशा-पवर्त्तनीया भवेत् । यथा २५५२, ५८२९३४ ।

भागजातौ विशेषो ज्ञातव्यः—

समहरविशिष्ट-भिन्नांशानां मध्ये यस्य लवो गुरुः, स एव गुरुः । यस्य लवो लघुः सएव लघुरिति यथा—

४/१०, ३/१०, ७/१० एतेषां ७/१० सर्व्वापेक्षया गुरुः ३/१० सर्व्वतो लघुः । समलवविशिष्ट-भग्नांशानां यस्य हरो लघुः स गुरुः । यस्य हरो गुरुः स लघुः । यथा ५/८ ५/११ ५/६ एतेषां मध्ये ५/६ गुरुः ५/११ लघुः ।

भागजातावुदाहरणं ।

हरांशौ यदि समेनाङ्केन गुण्येते भज्येते वा तर्हि मान-परिवर्त्तनं न स्यादिति पूर्व्वप्रदर्शित युक्तितः—

१ = १/१ = २/२ = ३/३ = ४/४ इत्यादि ।

२ = ४/२ = ८/४ इत्यादि । ३/८, ५/१२ एतयोः समहर विशिष्ट-

भिन्नांशपरिणयने, ९, १२ एतयोः लघुतमापवर्त्याङ्कः ३६ । ३६ ÷ ९ = ४ । ३६ ÷ १२ = ३ ।

$\frac{२}{९} = \frac{२ \times ४}{९ \times ४} = \frac{८}{३६}$ । $\frac{५}{१२} = \frac{५ \times ३}{१२ \times ३} = \frac{१५}{३६}$ ।

एवमेव युक्तितः $\frac{३०}{३५} = \frac{६}{७}$ । $\frac{४०}{१६} = \frac{२०}{८} = \frac{१०}{४} = \frac{५}{२}$ इत्यादि ।

अभ्यासार्थ-मुदाहरणानि ।

१ । ५, ८, ११, १७ एतेषां प्रत्येकं नवहरविशिष्ट-भिन्नराशौ परिवर्त्तय । उत्तरम् क्रमेण $\frac{४५}{९}$, $\frac{७२}{९}$, $\frac{९९}{९}$, $\frac{१५३}{९}$ ।

२ । $\frac{४}{५}$, $\frac{५}{९}$, $\frac{११}{१५}$ एतेषां प्रत्येकमेव तथा परिवर्त्तय यथा, सर्व्वत्र ९० नवतिर्हरः स्यात् । उत्तरम् $\frac{७२}{९०}$, $\frac{५०}{९०}$, $\frac{६६}{९०}$ ।

३ । $\frac{३६}{४८}$, $\frac{४५}{७२}$, $\frac{२५}{४०}$, $\frac{७७}{८८}$ एतान् तथा परिणय यथा सर्व्वत्रैव ८ हरो भवेत् । उत्तरम् $\frac{६}{८}$, $\frac{५}{८}$, $\frac{३}{८}$, $\frac{७}{८}$ ।

४ । $\frac{२}{३}$ $\frac{७}{२}$ एतयोः प्रत्येकं तथा परिवर्त्तय यथा क्रमेण १२, १८, ९६, ६०० हरःस्यात् ।

उत्तरम् $\frac{८}{१२}$, $\frac{१२}{१८}$, $\frac{६४}{९६}$, $\frac{४००}{६००}$ । $\frac{४२}{१२}$, $\frac{६३}{१८}$; $\frac{३३६}{९६}$, $\frac{२१००}{६००}$ ।

इति भाग जातिः ।

प्रभागजातौ करणसूत्रं वृत्तार्द्धम् ।

COMPOUND FRACTION.

लवा लवघ्नाश्च हरा हरघ्ना
भागप्रभागेषु सवर्णनं स्यात् ।

प्रभागजातौ सवर्णनमुपजातिकार्द्धेनाह लवाल्लवघ्नाश्चेति ।

भागस्य अंशस्य भागाः प्रभागाः; भागस्य प्रभागाः भागप्रभागाः अंशश्चांशस्तस्यांशश्चेत्यर्थः। तेषु लवा लवघ्नाः हराः हरघ्नाः सन्तःसवर्णनमेकी-करणं स्यात्।

अत्रोपपत्तिः।

कल्प्यतां

एकस्य रौप्यमुद्रकस्यार्द्धं ग्रहणीयम्। तदा रौप्यमुद्रकं द्वाभ्यां विभज्य तस्य भागैकं ग्राह्यम्। $१ = \frac{१}{१}$ अस्यार्द्धीकरणे छेदं लवञ्च परिवर्त्त्येति नियमेन $\frac{१}{१} \div \frac{२}{१} = \frac{१}{१} \times \frac{१}{२}$ = रौप्यमुद्रकस्यार्द्धं $\frac{१}{२}$ जातं। तस्यापि पुनः पादत्रयं ग्रहणीयम्। तदा मुद्रार्द्धं $(\frac{१}{१} \times \frac{१}{२})$ चतुर्भिर्विभज्य त्रयो भागाः ग्राह्याः, तर्हि $(\frac{१}{१} \times \frac{१}{२}) \div \frac{४}{१} = \frac{१}{१} \times \frac{१}{२} \times \frac{१}{४}$ अयम् प्रतिभागः, भागत्रयं $= \frac{१}{१} \times \frac{१}{२} \times (\frac{१}{४} \times \frac{३}{१}) = \frac{१}{१} \times \frac{१}{२} \times \frac{३}{४} = \frac{३}{८}$ अत्र लवानां घातः ३ हराणां घातः ८ एवं हि रौप्यमुद्रायाः अष्टभागानां भागत्रयं आनक षट्कमितं जातम्।

अत उक्तं लवा लवघ्नाश्चेत्यादि।

अत्रोद्देशकः।

द्रम्मार्द्धत्रिलवद्वयस्य सुमते पादत्रयं यद्भवेत्
तत्पञ्चांशकषोडशांशचरणः संप्रार्थितेनार्थिने।

दत्तो येन वराटकाः कति कदर्य्येणार्पितास्तेन मे
ब्रूहि त्वं यदि वेत्सि वत्स गणिते जातिं
प्रभागाभिधाम् ॥

अत्रोदाहरणं शार्द्दूलविक्रीड़ितेनाह द्रम्यार्द्धेति। हे सुमते! सुबुद्धे! वत्स! यदि त्वं गणिते प्रभागाभिधां जातिं वेत्सि जानासि, तर्हि द्रम्यार्द्ध-त्रिलवद्वयस्य पादत्रयं यद्भवेत् तत्पञ्चांशस्य यः षोड़शांशस्तस्य चरणः संप्रार्थितेन याचितेन येन कदर्य्येण कृपणेन (स्वल्पतर धनप्रदानाद्दातुः कदर्य्यत्वमुक्तं) अर्थिने याचकाय दत्तः, तेन दात्रा कति वराटका अर्पिताः तान् मे ब्रुहि।

न्यासः $\frac{१}{१}$ । $\frac{१}{२}$ । $\frac{२}{३}$ । $\frac{३}{४}$ । $\frac{१}{५}$ । $\frac{१}{१६}$ । $\frac{१}{४}$ सवर्णिते जातं $\frac{६}{७६८०}$ षड्भि रपवर्त्तिते जातम् $\frac{१}{१२८०}$ एको दत्तो वराटकः *

लाघवार्थं प्रभागजातौ द्वयोर्द्वयो राश्योर्मध्ये × गुणनचिह्नं विन्यस्य हरलवौ यथा सम्भवं समेनाङ्केनापवर्त्त्य च शेषहराणां घातं हरम् लवानां घातञ्च लवम् कल्पयेत्।

यथाद्रम्यार्द्ध त्रिलवेत्युदाहरणे।

$\frac{१}{१}\times\frac{१}{२}\times\frac{२}{३}\times\frac{३}{४}\times\frac{१}{५}\times\frac{१}{१६}\times\frac{१}{४}$ हरलवयोर्द्वाभ्यां त्रिभिश्चापवर्त्तने $=\frac{१}{४}\times\frac{१}{५}\times\frac{१}{१६}\times\frac{१}{४}=\frac{१}{१२८०}$

---

* पूर्व्ववर्णित लघुकरण नियमेन द्रम्य $\frac{१}{१२८०}\times १६=\frac{१६}{१२८०}$ पणः। $\frac{१६}{१२८०}\times ४=\frac{६४}{१२८०}$ काकिनी। $\frac{६४}{१२८०}\times २०=\frac{१२८०}{१२८०}=१$ वराटकः।

उदाहरणम्।

$\frac{२}{३}$ अस्य $\frac{६}{७}$ अस्य $\frac{१४}{२७}$ $= \frac{२}{३}\times\frac{६}{७}\times\frac{१४}{२७} = \frac{१६८}{५६७} = \frac{८}{२७}$

अथवा $\frac{२}{३}\times\frac{\overset{२}{\cancel{६}}}{\cancel{७}}\times\frac{\overset{२}{\cancel{१४}}}{२७} = \frac{८}{२७}$।

अभ्यासार्थं मुदाहरणानि।

१। $\frac{१}{५}$ अस्य $\frac{१}{४}$। २। $\frac{३}{४}$ अस्य $\frac{१}{७}$ अस्य $\frac{२}{५}$। ३। $\frac{२}{३}$ अस्य $\frac{२८}{८५}$। एषां क्रमेणोत्तरम् $\frac{१}{२०}$, $\frac{३}{७०}$, $\frac{५६}{२५५}$।

४। रामस्य सम्पत्तेः $\frac{२}{३}$ अंशस्याधिकारो गोविन्दः, स व्यसनासक्त ऋणजाल-विजड़ित स्तत्परिशोधार्थं स्वीयभागस्य $\frac{१}{४}$ अंशं सुत्तमर्णाय ददौ। रामस्य सम्पत्तेः कियदंश उत्तमर्णेन प्राप्त इति प्रश्ने उत्तरम् $\frac{१}{२}$।

इति प्रभागजातिः।

भागानुबन्धभागापवाहयोः करणसूत्रं सार्धं वृत्तम्।

छेदघ्नरूपेषु लवा धनर्णा
मेकस्य भागा अधिकोनकाश्चेत् ॥१७॥
स्वांशाधिकोनः खलु यत्र तत्र
भागानुबन्धे च लवापवाहे।
तलस्थहारेण हरं निहन्यात्
स्वांशाधिकोनेन तु तेन भागान् ॥१८॥

रूप राशिना सह भागानामंशानामनुबन्धः योजनं भागानुबन्धः, लवानां अंशानामपवाहः वियोजनं लवापवाहः तयोः साधनमुपजात्याह छेदघ्नरूपेष्विति। एकस्य भागा अधिकोनकाश्चेत् छेदघ्नरूपेषु छेदगुणित-रूपसंख्यासु लवाः अंशाः क्रमेण धनर्णं योग वियोगौ कार्य्यम्। यदि प्रश्ने भागाधिको रूपः स्यात्, तदा छेद-गुणित-रूपेषु भागाः धनं, यदि भागोनरूप स्तदा छेद-गुणित-रूपो भागोनः कार्य्य इत्यर्थः।

अत्रोपपत्तिः।

कल्प्यताम् $क + \frac{ग}{ख} = \frac{कख + ग}{ख}$। $क - \frac{ग}{ख} = \frac{कख - ग}{ख}$।
अतः $क \pm \frac{ग}{ख} = \frac{कख \pm ग}{ख}$ अतउक्तं छेदघ्नरूपेष्वित्यादि।

$$\frac{क}{ख} + \frac{क}{ख} \times \frac{घ}{ग} = \frac{क}{ख} + \frac{कघ}{खग} = \frac{कग + कघ}{खग} = \frac{(ग + घ)क}{ख}$$

ऋण पक्षे $\frac{क}{ख} - \frac{क}{ख} \times \frac{घ}{ग} = \frac{कग - कघ}{खग} = \frac{(ग - घ)क}{खग}$।

अतः $\frac{क}{ख} \pm \frac{क}{ख} \times \frac{घ}{ग} = \frac{(ग \pm घ)क}{खग}$

अतउक्तं तलस्थ हारेणेत्यादि।

अत्रोद्देशकः।

साङ्घ्रि द्वयं त्रयं व्यङ्घ्रि कीदृग् ब्रूहि सवर्णितम्।
जानास्यंशानुबन्धं चेत् तथा भागापवाहनम्॥

अत्र प्रथममुदाहरणमनुष्टुभाह । हे सखे ! चेत् यदि अंशानुबन्धं तथा भागापवाहनं जानासि, तर्हि साङ्घ्रिद्वयम्, त्र्यङ्घ्रित्रयम्, सवर्णितं एकराशीकृतं कीदृक् स्यादिति ब्रूहि ।

न्यासः $\begin{array}{c|c} 2 & 3 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{array}$ । सवर्णिते जातम् $\frac{9}{4}$ । $\frac{11}{4}$ ।

उद्देशकः ।

अङ्घ्रिः स्वत्र्यंशयुक्तः स निजदलयुतः
कीदृशः कीदृशौ द्वौ
त्र्यंशौ स्वाष्टांशहीनौ तदनु च रहितौ
तौ त्रिभिः सप्तभागैः ।
अर्द्धं स्वाष्टांशहीनं नवभिरथ
युतं सप्तमांशैः स्वकीयैः
कीदृक् स्याद् ब्रूहि वेत्सि त्वमिह यदि
सखेऽंशानुबन्धापवाहौ ॥

द्वितीयोदाहरणं स्रग्धरयाह अङ्घ्रिरित्यादि । हे सखे ! यदि त्वं अंशानुबन्धापवाहौ वेत्सि जानासि, तदा इह भागानुबन्धे भागापवाहे च विषये अङ्घ्रिः स्वत्र्यंशयुक्तः

स्वकीय-त्रिभागैकभागेन युक्तः, स पुनः निजदलयुतः निजार्द्ध-युक्तः कीदृशः स्याद् ब्रूहि ? तथा त्र्यंशौ द्वौ त्रिभागानां भागद्वयं स्वाष्टांशहीनौ स्वकीयाष्टमांशेन रहितौ तदनु च पुनश्च स्वत्रिभिः सप्तभागैः रहितौ स्वकीय-सप्तभागानां भागत्रयेण हीनौ कीदृशौ स्यातामिति वद ? तथा अर्द्धं स्वाष्टांशहीनं स्वकीयाष्टमांशेन हीनं अथ स्वकीयैः सप्त-मांशैर्नवभिः युक्तं सत् कीदृक् स्यादित्यपि ब्रूहि ? अस्मिन् उदाहरणे त्रयः प्रश्नाः । तत्र प्रथमं भागानुबन्धस्य, द्वितीयं भागापवाहस्य, तृतीयमुभयमिश्रितस्य ।

न्यासः $\frac{१}{४}$ $\frac{२}{३}$ $\frac{१}{२}$

$\frac{१}{३}$ $\frac{\dot{१}}{८}$ $\frac{\dot{१}}{८}$ । सवर्णिते जातम् $\frac{१}{२}$ । $\frac{१}{३}$ । $\frac{१}{१}$ ।

$\frac{१}{२}$ $\frac{\dot{३}}{७}$ $\frac{९}{७}$

अथवा प्रभागजातिनियमेन अंशान् निर्णीय यथाप्रश्नं योगवियोगाभ्यां फलं सिध्यति ।

प्रथमम् ।

$\frac{१}{४}$ अस्य $\frac{१}{३} = \frac{१}{१२}$ ।

$\frac{१}{४} + \frac{१}{१२} = \frac{३+१}{१२} = \frac{४}{१२} = \frac{१}{३}$ ।

$\frac{१}{३} \times \frac{१}{२} = \frac{१}{६}$ ।　$\frac{१}{३} + \frac{१}{६} = \frac{२+१}{६} = \frac{३}{६} = \frac{१}{२}$ ।

द्वितीयम्।

$$\frac{\cancel{२}}{३}\times\frac{१}{\cancel{८}_{४}}=\frac{१}{१२}।$$

$$\frac{२}{३}-\frac{१}{१२}=\frac{८-१}{१२}=\frac{७}{१२}। \quad \frac{\cancel{७}}{\cancel{१२}_{४}}\times\frac{\cancel{३}}{\cancel{७}}=\frac{१}{४}।$$

$$\frac{७}{१२}-\frac{१}{४}=\frac{७-३}{१२}=\frac{४}{१२}=\frac{१}{३}।$$

तृतीयम्।

$$\frac{१}{२}\times\frac{१}{८}=\frac{१}{१६}। \quad \frac{१}{२}-\frac{१}{१६}=\frac{८-१}{१६}=\frac{७}{१६}।$$

$$\frac{७}{१६}\times\frac{९}{७}=\frac{९}{१६}। \quad \frac{७}{१६}+\frac{९}{१६}=\frac{७+९}{१६}=\frac{१६}{१६}=\frac{१}{१}।$$

अथवा

स्वांशाधिकोनराशेर्मुख्यराशेश्च प्रभागजातिवत् सवर्णने फलं भवेत् तथाकृते अङ्घ्रिः स्वत्र्यंश युक्त इत्युदाहरणे।

(१) $\frac{१}{\cancel{४}}\times\frac{\cancel{४}}{\cancel{३}}\times\frac{\cancel{३}}{२}=\frac{१}{२}।$ (२) $\frac{\cancel{२}^{१}}{३}\times\frac{\cancel{४}^{१}}{\cancel{८}_{\cancel{२}_{१}}}\times\frac{\cancel{४}^{१}}{\cancel{४}}=\frac{१}{३}।$

(३) $\frac{१}{\cancel{२}_{१}}\times\frac{\cancel{४}}{\cancel{८}}\times\frac{\cancel{१६}^{\cancel{२}}}{\cancel{४}}=\frac{१}{१}।$

साङ्घ्रिद्वयं इत्यादिकं मिश्रभग्नांश इत्यपि कथ्यते तेषि $२\frac{१}{६}$ इत्यादिना प्रकारेण लिख्यन्ते तेषां सवर्णनं, अमिश्र-भग्नांशेषु परिणमनमिति कथ्यते। तथा कृते $२\frac{१}{४}=\frac{९}{४}$।

$७\frac{३}{६}=\frac{४५}{६}$ इत्यादि।

अभ्यासार्थ-मुदाहरणानि।

$१\frac{१}{४}$, $२\frac{५}{१७}$, $५\frac{४}{९}$, $७\frac{२२}{२५}$, $११\frac{२५}{६३}$ एषां क्रमेण सवर्णनम् $\frac{५}{४}$, $\frac{३९}{१७}$, $\frac{४९}{९}$, $\frac{१९७}{२५}$, $\frac{७१८}{६३}$।

यथा मिश्रभग्नांशा अमिश्र-भग्नांशेषु परिणाम्यन्ते तथा येषां भग्नांशानां लवो हरादधिकः तथा विधा अमिश्र-भग्नांशा अपि मिश्रभग्नांशेषु परिणाम्यन्ते तद् यथा—

$\frac{९}{४}$ = ४) $\frac{९}{\frac{८}{१}}$ (२ $२\frac{१}{४}$। $\frac{११}{६}$। ६) $\frac{११}{\frac{६}{५}}$ (१ $१\frac{५}{६}$। इत्यादि।

उदाहरणानि।

(१) $\frac{११}{२}$। $\frac{३७}{५}$। $\frac{२४}{७}$। $\frac{४५}{८}$। $\frac{१४५}{१३}$। $\frac{८३०}{१५}$। $\frac{३१८}{१०७}$।

एते राशयः मिश्रभग्नांश-परिणताः क्रमेण

$५\frac{१}{२}$। $७\frac{२}{५}$। $३\frac{३}{७}$। $५\frac{५}{८}$। $११\frac{२}{१३}$। $५५\frac{५}{१५}$। $२\frac{१०४}{१०७}$।

चक्रवृद्धादिक* मपि भागानुबन्धभागापवाह-नियमेन साधितुं शक्यते।

उदाहरणम्।

यदि वर्षे शतस्य पञ्चकलान्तरं स्यात् तदा ४०० मित

---

* यद् कलान्तरं निर्द्दिष्टकालान्तरे मूलधनं भवेत्। तत्मूलधनेन सह संयुक्त तस्यापिच पुनः कलान्तरं भवेत्। एवं नियमेन कलान्तरसाधनं चक्रवृद्धिः।

धनं चक्रवृद्ध्या वत्सरद्वयेन सकलान्तरं किं स्यादिति वद? पञ्च हि शतस्य विंशोऽंशः । अतः प्रथमवर्षान्ते सकलान्तरं मूलधनं भागानुबन्धनियमेन मूलधनस्य $\frac{२१}{२०}$ अंशः, द्वितीय-वर्षान्ते तस्यापि $\frac{२१}{२०}$ अतः $४०० \times \frac{२१}{२०} \times \frac{२१}{२०} = ४४१$ ।

(२) यदि वर्षे शतस्य चत्वारि कलान्तरं स्यात्, तर्हि वत्सरत्रयेण ५००० पञ्च सहस्र रौप्यमुद्रकानि सकलान्त-राणि चक्रवृद्ध्या कियन्ति स्यादिति ब्रूहि ?

$५००० \times \frac{२६}{२५} \times \frac{२६}{२५} \times \frac{२६}{२५} = ५६२४\frac{८}{२५}$ ।

(३) केनापि पल्लीग्रामस्थ-गोपालकेन १मणमितदुग्धे तस्य $\frac{१}{२}$ जलं मिश्रयित्वा जलमिश्रितदुग्धं नगरं प्रति दुग्ध-प्रेरकाय विक्रीतम् । तेनापि पुनस्तस्मिन् तद्दुग्धस्य $\frac{१}{४}$ जलं विमिश्र्य गृहस्थानां सदनेषु दुग्ध-विक्रयकारिणे विक्रीतम् तेनापि पुन स्तज्जलमिश्रितदुग्धे तस्य $\frac{१}{५}$ जलं मिश्रितं एवं हि जलमिश्रितदुग्धं कियन्मितं जातम्? उत्तरम् $१\frac{१७}{१८}$ मण मितम् ।

ADDITION AND SUBTRACTION OF FRACTIONS.

अथ भिन्नसंकलितव्यवकलितयोः करणसूत्रं वृत्तार्द्धम् ।

योगोऽन्तरं तुल्यहरांशकानां
कल्प्यो हरो रूपमहारराशेः ॥

भिन्न-संकलित-व्यवकलिते इन्द्रवज्रापूर्व्वार्द्धेनाह योगोऽन्तर-मित्यादि। तुल्यहरांशकानां—तुल्यौ हरौ ययोः अंशयोः तौ तुल्यहरौ अंशौ, तुल्या हरा येषां ते तुल्यहराः अंशाः, तुल्यहरौ च तुल्यहराश्च ते तुल्यहराः एवं हि अंशकौ च अंशकाश्च ते अंशकाः। तुल्यहरा ये अंशकाः तेषां अर्थात् तुल्य-हर-विशिष्ट-द्वयोरंशयोः अथवा तुल्य-हरविशिष्टबहूनामंशानां योगः कार्य्यः, अन्तरञ्च कार्य्यम्। अहरराशेः न विद्यते हरो यस्य स अहरः एवम्विधस्य राशेः समच्छेद विधानार्थं रूपं एकं हरः कल्प्यः, यतः एकेन गुणने भजने वा राशेरविकृतत्वमेव।

अत्रोपपत्तिरतिसरला समच्छेद-विधानेन समजातित्वाद् योगान्तरे कर्त्तुं युज्यते, यतः "योगोऽन्तरं तेषु समानजात्यो-र्विभिन्नजात्योश्च पृथक् स्थितिश्च" इति नियमः।

अत्रोद्देशकः।

पञ्चांशपादत्रिलवार्द्धषष्ठा-
नेकीकृतान् ब्रूहि सखे ! ममैतान्।
एभिश्च भागैरथ वर्ज्जितानां
किं स्यात् त्रयाणां कथयाशु शेषम्॥

अत्रोदाहरणमिन्द्रवज्रयाह पञ्चांशपादेति। हे सखे!

पञ्चांश-पाद-त्रिलवार्द्ध-षष्ठान् पञ्चभागैकभागश्चतुर्थांशः, तृतीयांशः, अर्द्धांशः, षष्ठांशश्च एतान् एकीकृतान् युक्तान् कृत्वा किं स्यात् मम ब्रूहि ? अथ एभिर्भागैः संयोजनाज्जातांशैर्वर्ज्जितानां त्रयाणां शेषं किं स्यात् इति च आशु कथय ?

न्यासः $\frac{१}{५}$ । $\frac{१}{४}$ । $\frac{१}{३}$ । $\frac{१}{२}$ । $\frac{१}{६}$ ऐक्ये जातम् $\frac{२९}{२०}$ ।

अथैतैर्वर्ज्जितानां त्रयाणां शेषम् $\frac{३१}{२०}$ ।

अभ्यासार्थं योगोदाहरणानि ।

(१) $\frac{३}{४}$, $\frac{१}{४}$, $\frac{२}{४}$ । (२) $\frac{३}{१५}+\frac{८}{१५}+\frac{७}{१५}+\frac{११}{१५}$ ।

(३) $\frac{७}{१२}+\frac{२०}{१६}+\frac{६}{२४}+\frac{११}{१८}+\frac{१४}{२७}$ ।

(४) $३\frac{१}{१५}+\frac{७}{१०}+२\frac{८}{९}+७+\frac{३५}{८}+५\frac{२२}{२५}$ ।

(५) $\frac{८}{११}+\frac{१७}{३३}+१२\frac{२}{९}+८+६\frac{९}{४४}+\frac{३२}{२०}$ ।

एषां क्रमेणोत्तरम् $१\frac{२}{४}$ । $१\frac{१४}{१५}$ । $३\frac{११८४}{३०२४}$ ।

$२४\frac{८३९}{१८००}$ । $३०\frac{५३३}{१९८८}$ ।

वियोगोदाहरणानि ।

(१) $\frac{४}{५}-\frac{१}{५}$ । (२) $\frac{७}{८}-\frac{२}{६}$ । (३) $५\frac{९}{२४}-\frac{७}{१५}$ ।

(४) $७\frac{१२}{१८}-४\frac{७}{१२}$ एषां क्रमेणोत्तरम् $\frac{३}{५}$ । $\frac{१३}{२४}$ । $४\frac{१०९}{१२०}$ ।

$३\frac{१}{१२}$ ।

(५) मुकुन्दो दिननाथः शिवनाथश्चेति त्रयो वनिजो मिलित्वा व्यवसाये प्रवृत्ताः । मूलधनस्य $\frac{५}{७}$ मुकुन्देन दत्तः,

$\frac{1}{5}$ दिननाथेन, शेषः शिवनाथेन दत्तः, शिवनाथस्यांशं वद ?
उत्तरम् $\frac{3}{35}$ ।

MULTIPLICATION OF FRACTIONS.

भिन्नगुणने करणसूत्रं वृत्तार्द्धम् ।

अंशाहतिश्छेद-वधेन भक्ता
लब्धं विभिन्ने गुणने फलं स्यात् ॥१९॥

भिन्नगुणनमिन्द्रवज्रोत्तरार्द्धेनाह अंशाहतिरित्यादि ।
अंशाहतिः अंशानां घातः, छेद-वधेन छेदानां घातेन भक्ता सती यल्लब्धं, तत् विभिन्नगुणने फलं स्यात् ।

अत्रोपपत्तिः सुगमैव । यतः पूर्व्वमुक्तं लवो भाज्यः; हरस्तु भाजकः । अतः लवानां घातः भाज्यः हराणां घातेन भाजकेन भक्तः गुणनफलं भवेत् ।

अत उक्तं अंशाहतिरित्यादि ।

अत्रोद्देशकः ।

सत्र्यंशरूपद्वितयेन निघ्नं
ससप्तमांशद्वितयं भवेत् किम् ।
अर्द्धं त्रिभागेन हतं च विद्धि
दक्षोऽसि भिन्ने गुणनाविधौ चेत् ॥

अत्रोदाहरणमुपजात्याह सत्र्यंशेति । हे सखे ! चेत् यदि त्वं भिन्ने गुणनाविधौ भिन्न-गुण-नियमे दक्षोऽसि तर्हि सत्र्यंशद्वितयं त्र्यंशाधिकद्वयं सत्र्यंशरूपद्वितयेन त्र्यंशाधिकद्वयेन निघ्नं गुणितं सत् किं भवेदिति विद्धि । अर्द्धं त्रिभागेन हतं गुणितं किं भवेदिति च विद्धि जानीहि ।

न्यासः $२\frac{१}{३}$ । $२\frac{१}{७}$ सवर्णिते जातम् $\frac{७}{३}$ । $\frac{१५}{७}$ गुणिते च जातम् $\frac{५}{१}$ ।

न्यासः $\frac{१}{२}$ । $\frac{१}{३}$ गुणिते जातम् $\frac{१}{६}$ ।

अभ्यासार्थमुदाहरणानि ।

(१) $\frac{२}{३}\times\frac{५}{६}$ । (२) $\frac{९}{१६}\times\frac{१२}{७}$ । (३) $\frac{१५}{४}\times\frac{१८}{१}$ । (४) $६\frac{३}{७}\times७\frac{४}{५}$ । (५) $४\frac{९}{१५}\times४०$ एषां क्रमेणोत्तरम् $\frac{५}{९}$, $\frac{२७}{२८}$, $६७\frac{१}{२}$, $५०\frac{१}{७}$, १८४ ।

(६) एकस्य पुस्तकस्य मूल्यं $४\frac{१}{४}$ विंशतिपुस्तकानां मूल्यं कियत् ? उत्तरम् ८५ ।

भिन्नभागहारे करणसूत्रं वृत्तार्द्धम् ।

छेदं लवञ्च परिवर्त्त्य हरस्य शेषः ।
कार्य्योऽथ भागहरणे गुणना-विधिश्च ।

भिन्नभागहारं वसन्ततिलक-पूर्व्वार्द्धेनाह छेदं लवञ्चेति । भागहरणे हरस्य भाजकराशेः छेदं लवञ्च परिवर्त्त्य छेदं

अंशं कृत्वा अंशञ्च छेदं कृत्वा शेषः अंशाहतिश्छेदवधेन भक्तेति गुणनाविधिः कार्य्यः तदा फलं भवेत् ।

अत्रोपपत्तिः ।

द्वौ अर्द्धेन विभज्यौ इत्यस्य अयमर्थः द्वौ तथा विभज्यौ यथा प्रतिभागे अर्द्धं पतेदिति । अत्र फलं चत्वार इति बालैरपि ज्ञायते । तत्र $\frac{२}{१} \div \frac{१}{२} = \frac{२}{१} \times \frac{२}{१} = \frac{४}{१} = ४$ । एवं सर्व्वत्र । अत उक्तं छेदं लवञ्चेति ।

अत्रोद्देशकः ।

सत्र्यंशरूपद्वितयेन पञ्च
त्र्यंशेन षष्ठं वद मे विभज्य ।
दर्भीयगर्भाग्रसुतीक्ष्णबुद्धि-
श्चेदस्ति ते भिन्नहृतौ समर्था ॥

भागहारोदाहरणमिन्द्रवज्रयाह सत्र्यंशेति । हे सखे ! चेत् यदि भिन्नहृतौ समर्था भिन्नभागहार-सम्पादिनी ते तव दर्भीय-गर्भाग्र-सुतीक्ष्णबुद्धिः गर्भस्थकुशस्य अग्रभाग-तुल्यसुसूक्ष्म-बुद्धिः अस्ति तर्हि पञ्च, सत्र्यंशरूपद्वितयेन त्र्यंशाधिकद्वयेन विभज्य, तथा षष्ठम्, षड्भागैकभागः त्र्यंशेन त्रिभागैकभागेन विभज्य च किं स्यादिति मम वद ?

न्यासः $\frac{७}{३}, \frac{५}{१}$ । $\frac{१}{३}, \frac{१}{६}$ । यथोक्तकरणेन जातम् $\frac{१५}{७}$ । $\frac{१}{२}$ ।

अभ्यासार्थमुदाहरणानि ।

(१) $\frac{३}{७} \div \frac{८}{९}$ । (२) $१०\frac{१}{५} \div ५\frac{३}{५}$ । (३) $\frac{५५}{७२} \div २२$ ।
(४) $२० \div ३\frac{५}{७}$ । (५) $(\frac{१}{३} \times ३\frac{१}{२}) \div (\frac{२}{१३} \times ५\frac{१}{८})$ ।

(६) $(४\frac{७}{९} + \frac{९}{१६}) \div (१२\frac{२}{५} - ३\frac{१}{४})$ ।

एषां क्रमेणोत्तरम् $\frac{२७}{५६}$, $\frac{५१}{२८}$, $\frac{५}{१४४}$, $५\frac{५}{१३}$, $१\frac{१५}{४१}$, $\frac{३८४५}{६४४४}$ ।

(७) भाज्यः $\frac{३}{२४}$ भागफलञ्च $\frac{५}{१४}$ भाजकः कः ?

उत्तरम् $\frac{७}{२०}$ ।

(८) राहोर्दैनिकगतिः $३\frac{११}{६०}$ कलाः कियद्भिर्दिनैः स राश्येकमतिक्रमितुं समर्थः ? उत्तरम् । $५६५\frac{८५}{१९१}$ ।

भिन्नवर्गादौ करणसूत्रं वृत्तार्द्धम् ।

वर्गे कृती घनविधौ तु घनौ विधेयौ
हारांशयोरथ पदे च पद-प्रसिद्ध्यै ॥२०॥

भिन्नवर्गादिचतुष्टयं वसन्ततिलकोत्तरार्द्धेनाह वर्गे कृतीत्यादि । वर्गे भिन्नराशेर्वर्गे क्रियमाणे हारांशयोः कृती विधेये, तदा वर्गफलं स्यात् घनविधौ भिन्नस्य घने क्रियमाणे हारांशयोः घनौ विधेयौ तर्हि घनफलं लभ्यते । पदयोः प्रसिद्ध्यै वर्गमूल-घनमूलसिद्ध्यर्थं क्रमेण हारांशयोः पदे-कार्य्ये वर्गमूलं घनमूलञ्च ग्रहणीयम् ।

अत्रोपपत्तिः

वर्गेण वर्गं गुणयेद् भजेच्चेति नियमात् हरांशयोरेव वर्गादिकं कार्य्यं यतः अंशवर्गे हरवर्गहृते राशिवर्गः स्यात्, एवं घनादावपि ।

अत्रोद्देशकः ।

सार्द्धत्रयाणां कथयाशु वर्गं
वर्गात् ततो वर्गपदं च मित्र ! ।
घनं च मूलं च घनात् ततोऽपि
जानासि चेद्वर्गघनौ विभिन्नौ ॥

अत्रोदाहरणमुपजात्याह सार्द्धत्रयाणामित्यादि । हे मित्र ! चेत् यदि विभिन्नौ वर्गघनौ जानासि, तर्हि सार्द्धत्रयाणां वर्गं कथय, ततः तस्मात् वर्गात् वर्गपदं च आशु कथय । तथा सार्द्धत्रयाणां घनं कथय, ततः तस्मात् घनात् मूलं घनमूलमपि च कथय ।

न्यासः $३\frac{१}{२}$ छेदघ्नरूपे कृते जातम् $\frac{७}{२}$ ।

अस्यवर्गः $\frac{४९}{४}$ अतो मूलम् $\frac{७}{२}$ । घनः $\frac{३४३}{८}$ अस्यमूलम् $\frac{७}{२}$ ।

अभ्यासार्थमुदाहरणानि ।

(१) $\frac{२}{३}$, $\frac{८}{९}$, $१\frac{७}{२५}$, $\frac{७}{१२}$ अस्य $\frac{२}{३}$, एषां क्रमेण वर्गाः $\frac{४}{९}$, $\frac{६४}{८१}$, $१\frac{३९९}{६२५}$, $\frac{४९}{१४४}$ । घनाः $\frac{८}{२७}$, $\frac{५१२}{७२९}$, $२\frac{१५१८}{१५६२५}$, $\frac{३४३}{१७२८}$ ।

(२) $\frac{८१}{१९६}$, $\frac{२५६}{७२९}$, $२\frac{१}{४}$, $३२\frac{३२}{४९}$ आसां संख्यानां क्रमेण वर्गमूलानि $\frac{९}{१४}$, $\frac{१६}{२७}$, $\frac{३}{२}$, $५\frac{५}{७}$ ।

(३) $\frac{२७}{६४}$, $\frac{२१६}{३४३}$, $५\frac{२३}{६४}$, $\frac{१२५}{५१२}$, $६\frac{३५}{२१६}$ आसांक्रमेण घनमूलानि $\frac{३}{८}$, $\frac{६}{७}$, $१\frac{३}{४}$, $\frac{५}{८}$, $१\frac{५}{६}$ ।

आसन्नमूलसाधनोपायः ।

अत्र भास्करोक्तः प्रकारः ।

वर्गेण महतेष्टेन हताच्छेदांशयोर्वधात् ।
पदं गुण-पद-क्षुन्न-च्छिद्भक्तं निकटं भवेत् ।

छेदांशयोर्वधात् महदिष्टवर्गेण हताद् यन्मूलं तत् गुण-पद-क्षुन्न-छिद्भक्तं—गुणपदेन महदिष्टवर्गस्य पदेन गुणितो यः छित्हरः तेन विभक्तं सत् निकटं आसन्नमूलं भवेत् ।

अत्रोपपत्तिः

$$\frac{क}{ख}=\frac{क\times ख}{ख\times ख}=\frac{क\times ख\times ग^{२}}{ख\times ख\times ग^{२}} \text{ ।} \quad \therefore \sqrt{\frac{क}{ख}}=\frac{\sqrt{क\times ख\times ग^{२}}}{\sqrt{ख\times ख\times ग^{२}}}$$

$$=\frac{\sqrt{क\times ख\times ग^{२}}}{\sqrt{ख\times ख}\times\sqrt{ग^{२}}}=\frac{\sqrt{क\times ख\times ग^{२}}}{ख\times\sqrt{ग^{२}}} \text{ ।}$$

अत उक्तं वर्गेण महतेष्टेनेत्यादि ।

उदाहरणम् ।

$\frac{२}{३}$ अस्य आसन्नमूलसाधने यदि १०००महदिष्टः कल्प्यते तर्हि

$$\frac{\sqrt{२\times ३\times १०००^{२}}}{\sqrt{३\times ३}\times\sqrt{१०००^{२}}}=\frac{\sqrt{६००००००}}{३\times १०००}=\frac{२४४९}{३०००}$$ आसन्नमूलम् ।

अभ्यासार्थमुदाहरणानि।

१। यदि १०० अयं मह्रदिष्टः कल्प्यते तदा $\frac{१}{२}$, $\frac{२}{५}$, $\frac{३}{७}$, $\frac{८}{९}$, ५$\frac{३}{४}$। आसां संख्यानां क्रमेण आसन्नवर्गमूलानि $\frac{१४१}{२००}$, $\frac{३१६}{५००}$, $\frac{४५८}{७००}$, २$\frac{८२}{१००}$, २$\frac{१५९}{४००}$।

विततभग्नांशः। (Continued fraction)

भागनियमेन $\frac{५}{३} = \frac{१}{१} \div \frac{३}{५}$।

$\frac{३}{५} = \frac{१}{१} \div \frac{५}{३}$। अतएव विततभग्नांशे—

$$\frac{५}{३} = १ + \frac{२}{३} = १ + \cfrac{१}{\cfrac{३}{२}} = १ + \cfrac{१}{१ + \cfrac{१}{२}}$$

$$\frac{३}{५} = \cfrac{१}{१ + \cfrac{१}{१ + \cfrac{१}{२}}}$$ ।

$$\frac{९}{१७} = \cfrac{१}{\cfrac{१७}{९}} = \cfrac{१}{१ + \cfrac{८}{९}}$$

$$= \cfrac{१}{१ + \cfrac{१}{\cfrac{९}{८}}} \qquad = \cfrac{१}{१ + \cfrac{१}{१ + \cfrac{१}{१}}}$$

अभ्यासार्थमुदाहरणानि।

(१) $\frac{३६}{३१}$। (२) $\frac{३१४}{११८}$। (३) $\frac{६३}{१२०}$ आसां संख्यानां विततभग्नांशपरिणमनेनयथाक्रमेण।

(१) $१+\cfrac{१}{६+\cfrac{१}{५}}$ ।　　(२) $२+\cfrac{१}{१+\cfrac{१}{१+\cfrac{१}{१+\cfrac{२}{३८}}}}$

(३) $\cfrac{१}{१+\cfrac{१}{१+\cfrac{१}{६+\cfrac{३}{६}}}}$

अत्र प्रथमोदाहरणोत्तरस्य सरलता-सम्पादनेन, $६+\frac{१}{५}=\frac{३१}{५}$ ।

$\frac{१}{\frac{३१}{५}}=\frac{१}{१}\div\frac{३१}{५}=\frac{५}{३१}$ ।　$१+\frac{५}{३१}=\frac{३६}{३१}$ ॥　**इत्यादि** ॥

तथा द्वितीयप्रश्नोत्तरस्य सरलतासम्पादने ।

$१+\frac{२}{३८}=\frac{४०}{३८}$ ।　$१\div\frac{४०}{३८}=\frac{३८}{४०}$ ।　$१+\frac{३८}{४०}=\frac{७८}{४०}$ ।

$१\div\frac{७८}{४०}=\frac{४०}{७८}$ ।　$१+\frac{४०}{७८}=\frac{११८}{७८}$ ।　$१\div\frac{११८}{७८}=\frac{७८}{११८}$ ।

$२+\frac{७८}{११८}=२\frac{७८}{११८}$ वा $\frac{३१४}{११८}$ ।

एवं हि सर्व्वत्र विततभग्नांशानां सरलता सम्पादनीया

अभ्यासार्थमुदाहरणानि ।

१ । $१+\cfrac{१}{२+\cfrac{१}{३+\cfrac{१}{४+\cfrac{१}{५}}}}$ ।　　२ । $५+\cfrac{२}{३-\cfrac{१}{१+\cfrac{१}{७-\cfrac{३}{४}}}}$ ।

३। $$\frac{६-५\frac{३}{४}}{१+\cfrac{१}{३-\cfrac{१}{४\frac{१}{२}}}} \div \frac{५\frac{१}{४} \text{ अस्य } २\frac{३}{७}}{\cfrac{३\frac{१}{२}}{२\frac{१}{७}}}$$

४। $$\left(१+\frac{१+\frac{१}{५}}{५}\right) \div \left(१+\frac{५}{१\frac{१}{५}}\right)$$

५। $$\left\{\frac{२}{३-\cfrac{१}{२-१\frac{१}{२}}} - \frac{१}{१२} \times \left(५\frac{१}{२} - \frac{४}{\frac{३}{४}-\frac{१}{६}}\right)\right\} \div \left\{\frac{१\frac{३}{४}+३\frac{१}{२}}{४\frac{१}{२}}\right\}$$

६। $$\frac{१}{२} - \left[\frac{२}{७} - \frac{३}{४२}\left\{४ - \left(\frac{३}{८} \times \overline{\frac{५}{६} - \frac{७}{१८}}\right)\right\}\right]$$

आसां सरलतासम्पादने क्रमेणोत्तरम्।

$१\frac{६८}{१५७}$, $५\frac{२९}{३१}$, $१, \frac{६}{२५}$, $१, \frac{१५}{२८}$।

विततभग्नांशानामासन्नमूलसाधनोपायः।

पूर्वोदाहरणे $१+\cfrac{१}{६+\frac{१}{५}}$ अत्र प्रथममासन्नमानं १।
द्वितीयासन्नमानं $१+\frac{१}{६}$। तृतीयं यथार्थमानं $१+\frac{५}{३१}$।

$$१+\cfrac{१}{२+\cfrac{१}{३+\cfrac{१}{४+\cfrac{१}{५}}}}$$ अत्र प्रथमासन्नमानम् १।

द्वितीयासन्नमानम् $१+\frac{१}{२}=\frac{३}{२}$।

तृतीयासन्नमानम् $१+\cfrac{१}{२+\frac{१}{३}}=१+\frac{३}{७}=\frac{१०}{७}$ ।

चतुर्थासन्नमानम् $१+\cfrac{१}{२+\cfrac{१}{३+\cfrac{१}{४}}}=१\frac{१३}{३०}$ ।

पञ्चमं यथार्थमानम् $१+\cfrac{१}{२+\cfrac{१}{३+\cfrac{१}{४+\cfrac{१}{५}}}}=१\frac{६८}{१५७}$ ।

दशमलवगणितम् ।

यस्याः संख्यायाश्छेदो दश, दशघातो वा सा दशमलवसंख्या इति कथ्यते। दशमलवस्तु, Decimal Point (·), इति चिह्नेन ज्ञायते। यावतीनां संख्यानां पूर्व्वं दशमलवबिन्दुर्व्वर्त्तते भिन्नलवपरिणयने छेदे एक इति संख्यायाः परं तावन्ति शून्यानि निवेश्यानि।

यथा—$·३=\frac{३}{१०}$ $·०३=\frac{३}{१००}$ । $·३५=\frac{३५}{१००}=\frac{७}{२०}$ । $५=५·०$ । $४·७५=\frac{४७५}{१००}=४\frac{३}{४}$ इत्यादि ।

अभ्यासार्थमुदाहरणानि ।

·५, १·७, ·८२४, ४·०००९, ·६३५, ५·०२८, ·२४ ।

आसां क्रमेण भिन्नसंख्याः

$\frac{१}{२}$, $१\frac{७}{१०}$, $\frac{१०३}{१२५}$, $४\frac{९}{१००००}$, $\frac{१२७}{२००}$, $५\frac{७}{२५०}$, $\frac{६}{२५}$ ।

भिन्नसंख्याया दशमलव व्युत्पादनम्—

छेदेन निःशेषान्तं लवस्य भजने यावन्ति शून्यानि लव-दक्षिणपार्श्वे आक्षियन्ते भागफले तावतीनां संख्यानां प्राक् दशमलवबिन्दुं विन्यसेत् यथा—

$\frac{२}{५}$, ५) २·० (·४   अतः $\frac{२}{५}$ = ·४ ।
२०

$\frac{१३}{५}$ ५) १३ (२·६
१०
३०   अतः $\frac{१३}{५}$ = २·६
३०

$\frac{३}{४०}$ ४०) ३० (·०७५
०
३००   अतः $\frac{३}{४०}$ = ·०७५ इत्यादि ।
२८०
२००
२००
∴

अभ्यासार्थमुदाहरणानि ।

$\frac{३}{१०}$, $\frac{७}{८}$, २$\frac{४}{५}$, $\frac{३}{४००}$, ४$\frac{२७}{३२}$, १७$\frac{८}{२५}$ ।

आसां दशमलवसंख्याः क्रमेण ।

·३, ·८७५, २·८, ·००७५, ४·८४३७५, १७·३२

दशमलवसंकलनम्।

५·७	१·३१८	५·४८७३५
१२·५३२	२८·०००७	·१७
·१७	५०८·०	११२·०
·०००७	३·१२५७३	७·०००४
४·०	·०३	२५·७६
२२·४०२७	५४०·४७४४३	१५०·४१७७५

अभ्यासार्थमुदाहरणानि।

(१) ३·७०३, ·१५७, ३००, ·०००५।

२। १·०००२, ५·०७, ६·१८, ५१६, २७·५२८६।

३। ·०००२५, ८२, ५·४०,२०·५, २९१८·८२५२।

आसां संख्यानां योगः क्रमेण—

३०७·८६०५, ५५५·७७८८, ३०२६·७२५४५।

दशमलवव्यवकलनम्।

१·५	३१८·०	४२·१५०८
·३४८	३·१८३	१९·८०७९
१·१५२	३१४·८१७	२२·३४२९

अभ्यासार्थमुदाहरणानि।

१। ५८·००५—·७४९८। २। ७—·००१।

३। ४·५८—२·९०२८। ४। ६१७· ७८००२—८· ८७८९१

क्रमेणोत्तरम् ५७·२५५२। ६·९९९। १·६७७२। ६०८·९०१११।

दशमलवगुणनम्।

गुण्यगुणकयोरखण्ड-संख्यावद्गुणं कृत्वा, तयोर्दक्षिण-भागादारभ्य यावतीभ्यः संख्याभ्यः प्राग् दशमलवबिन्दुर्वर्त्तते, गुणफल-दक्षिणभागादारभ्य तावतीभ्यः संख्याभ्यः प्राग् दशमलवबिन्दुं निवेशयेत्। गुणफले यदि तावत्यः संख्या न विद्यन्ते, तर्हि गुणफल-वामपार्श्वे यावतां शून्यानामावश्यकं तावन्ति शून्यानि निविश्य, दशमलवबिन्दुः स्थापनीयः दशम लवराशे दक्षिणभागस्य शून्यानां परित्यागे न मान-परिवर्त्तनम् यथा—

```
   ८·५          १७·६२५         ·००१८
   ३·७           ५·२             १५
 ------       ---------       --------
   ५९५          ३५२५०            ९०
  २५५          ८८१०            १८
 ------       ---------       --------
  ३१·४५        ९१·६५००          ·०२७०
              =९१·६५           =·०२७
```

अभ्यासार्थ-मुदाहरणानि।

१। ७·३×५·६। २। ५×·००२। ३। ·०२०५ ×·००८×·०००८। ४। ·३×·०३×·००३×३×३०। ५। ·१७×१७×१·७×·०१७ क्रमेणोत्तरम् ४३·०७। ·०१। ·००००००१३१२। ·००२४७। ·०८३५२१।

दशमलवभागहार।

भाज्यभाजकावितिद्वयमभिन्नसंख्यां मत्वाऽभिन्नभागहार-रीत्या निःशेषान्तं भजेत्। यदि भाज्यस्य शेषस्तिष्ठेत्तर्हि यथा सम्भवं भाज्ये शून्यानि संस्थाप्य निःशेषान्तमेकस्याः संख्यायाः पुनः पुनरावर्त्तान्तं वा भागः कार्य्यः, भाजक-दशमलवस्थानेभ्यो भाज्यदशमलवस्थानानि यावन्त्यधिकानि भागफल-दक्षिणपार्श्वादारभ्य तावतीभ्यः संख्याभ्यः प्राग दशम लवबिन्दुं विन्यसेत्। लब्धौ यदि तावत्यः संख्या न स्यु स्तर्हि लब्धिसंख्या-वामपार्श्वे यथाप्रयोजनं शून्यानि निविश्य दशमलवबिन्दुं स्थापयेत्। भाज्यदशमलवस्थानसंख्या यदि भाजकदशमलवस्थान संख्यातो न्यूना स्यु स्तदा यावता न्यूना भागफलदक्षिणपार्श्वे तावन्ति शून्यानि निवेश्यानि लब्धिश्चाभिन्नसंख्या स्यादिति।

उदाहरणम्।

भाजकः भाज्यः लब्धिः

```
५·३ ) ३१·२७ ( ५·९
      २६५
      ४७७
      ४७७
      ———
```

```
भाजकः   भाज्यः   लब्धिः
१२·५ ) ·८४६ ( ·०६७६८
        ७५०
       -----
        ९६०
        ८७५
       -----
         ८५०
         ७५०
       -----
         १०००
         १०००
       -----
```

```
भाजकः   भाज्यः   लब्धिः
·०१४४ ) १७२·८ ( १२०००
        १४४
       -----
        २८८
        २८८
       -----
```

अभ्यासार्थमुदाहरणानि ।

१ । १·५२५ ÷ ·२५ । २ । ३·४८२२३ ÷ ००४७ ।

३ । ५०६८९८ ÷ ·१७०१ । ४ । ३१·२ ÷ ·०३२५ ।

५ । ·१३४४६ ÷ ६७·२३ क्रमेणोत्तरम् ६·१ । ७४०·९ ।

२९८००१० । ९६० । ·००२ ।

दशमलवसंख्यानां वर्गः घनश्च ।

अत्राभिन्नवर्ग घनवद् गुणादि कार्य्यं सम्पाद्य दशम-लवगुणवद् विविच्य दशमलवबिन्दुं विन्यसेदिति यथा—

·२ अस्य वर्गघन करणे—

·२
·२
———
·०४ वर्गः
·२
———
·००८ घनः

२·५ अस्य वर्गघनौ कार्य्यौ

२·५
२·५
———
६·२५ वर्गः
२·५
———
१५·६२५ घनः

·०७ अस्यवर्गः घनश्च कार्य्यस्तर्हि—

·०७
·०७
———
·००४९ वर्गः
·०७
———
·०००३४३ घनः

अभ्यासार्थमुदाहरणानि ।

·५,·००३,१·०१७,४·०००६,१५·०८, आसां क्रमेण वर्गः ·२५,·००००९,१·०३४२८९,१६·००४८००३६,२२७·४०६४ ।

क्रमेण घनश्च ·१२५, ·०००००००२७, १·०५१८७१९१३, ६४·०३२००५२८०२८८,३४२९·२८८५१२ ।

दशमलववर्गमूलम् ।

अभिन्नराशिमूलवद् दशमलवसंख्यानां वर्गमूलं साधनीयम् । वर्गराशौ दशमलवस्थानानां समत्वे तदर्द्ध-तुल्यानि मूलराशौ स्थानानि भवन्ति । विषमत्वे च वर्गराशे-र्दक्षिणभागे शून्यं दत्वा समत्वं सम्पाद्य, तदर्द्धतुल्यानि मूलराशौ स्थानानि कार्य्याणि । मूलराशेर्दक्षिणभागतः स्थानतुल्यान्तरे प्राग् दशमलवबिन्दुं विन्यसेदिति ।

उदाहरणम् ।

१०·२४ अस्य मूलं साधनीयम्

```
   | _|
 १०·२४  ( पंक्तिः
  ९     (    ६४
६ )१२(  २   दलम्
   १२       ----
  ----       ३२
   ४      मूलम् ३·२
   ४
  ---
```

४·०८१ अस्य वर्गमूलं निर्णेयम् वर्गराशौ दशमलवस्थानानां विषमत्वाच्छून्यं निवेश्य अभिन्न-वर्गमूलनियमेन ४·०८१० अस्य मूलम् २·०२ । शेषः ६ ।

अभ्यासार्थ मुदाहरणम् ।

१ । २·२५, १०·०४८९, २५·०८००६४, ·०००३२४

आसां क्रिया मूलम् १·५, ३·१७, ५·००८, ·०१८ ।

२ । ·००००००१७६९ अस्यमूलम् ·०००४२ शेषः ५ ।

३ । ६४३८·४५८८ अस्य मूलम् ८०·२४ शेषः १२ ।

दशमलवघनमूलम् ।

अभिन्नराशिघनमूलवद् दशमलवसंख्यानां घनमूलं सम्पादनीयम् । मूलराशौ, घनराशेर्दशमलवस्थानानां त्र्यंश-तुल्य-स्थानानि भवन्ति । अतो घनराशेर्दशमलवस्थानानां संख्या त्रिभिरपवर्त्तनीया भवितुमर्हन्ति । स्थानानां संख्या यदि तावत्यो न भवन्ति, तदा घनराशेर्दक्षिणभागे यथा प्रयोजनं शून्यानि दत्त्वा त्रिभिरपवर्त्तनयोग्यतां सम्पाद्य,

घनमूलं साधनीयम् । मूलराशेर्द्दक्षिणभागतः घनराशे-र्दशमलवस्थानानां त्र्यंशतुल्यस्थानान्तरे प्राग् दशमलवबिन्दुः स्थापनीयः । यथा ४·०९६ आद्यं घनस्थानमित्यादिना साधितमूलम् १६ । घनराशौ स्थानत्रयमस्ति, अतः मूल-राशावेकस्थानान्तरे दशमलवबिन्दुं विन्यस्य लब्धं मूलम् १·६ एवं सर्व्वत्र मूलं ग्राह्यम् ।

अभ्यासार्थमुदाहरणानि ।

१ । १५·६२५, ·००८, ·०००५१२, ३०·११५०४६९१२ आसां संख्यानां मूलं क्रमेण २·५, ·२, ·०८, ३·०१८ ।

आवर्त्तदशमलवः (Recurring Decimals)

यस्य भिन्नराशे, र्दशमलवे परिवर्त्तने न कदाच भागशेषा-भावः एकएव अङ्का द्वौवा त्रयो वा अङ्काः पुनः पुनरुत्पद्यन्ते स आवर्त्तदशमलवः पौनःपुनिकदशमिकांशो वा राशिः कथ्यते ।

यदि एक एवाङ्क आवर्त्तते, तदा तस्योपरि (·) इत्यावर्त्त-चिह्नं विन्यस्यम् । यदि द्वावङ्कावावर्त्तेते, तर्हि द्वयोरुपरि, यदि वहवोऽङ्का आवर्त्तन्ते, तदा प्रथमस्य शेषस्य चोपरि आवर्त्तचिह्नं विन्यसेदिति । यथा—

$\frac{२}{३}$ = ·६६६६ इत्यादि = ·$\dot{६}$ ।

$\frac{३}{११}$ = २७२७२७ इत्यादि = ·$\dot{२}\dot{७}$ ।

$\frac{१}{७}$ = ·१४२८५७१४२८५७ = ·$\dot{१}$४२८५$\dot{७}$ ।

यस्य भिन्नराशेर्हरः केवलं द्वयोः पञ्चानां वा घातेनोत्पन्नः, तस्य दशमलवपरिवर्त्तने स ससीमदशमलवो भवेत् । अन्यथाऽसीमदशमलवः । असीमदशमलव एव संख्या आवर्त्तन्ते । यथा—

$\frac{३}{८} = \frac{३}{२\times२\times२} = \cdot३७५$ अयं ससीमदशमलवः ।

$\frac{७}{२५} = \frac{७}{५\times५} = \cdot२८$ ससीमः ।

$\frac{७}{२०} = \frac{७}{२\times२\times५} = \cdot३५$ ससीमः ।

$\frac{५}{६} = \frac{५}{३\times२} = \cdot८३३३\cdots$ असीमः $= \cdot८\dot{३}$ ।

$\frac{२}{१५} = \frac{२}{३\times५} = \cdot१३३३$ इत्याद्यसीमः $= \cdot१\dot{३}$ ।

आवर्त्तदशमलवे योहि प्रदेशः पुनः पुनराव्वर्त्तते स आवर्त्तांशः, तदितरांशोऽनावर्त्तांशश्च कथ्यते । यस्मिन्नावर्त्तदशमलवे केवलमावर्त्तांशो वर्त्तते सोहि विशुद्धावर्त्तदशमलवः, यत्रावर्त्तांशोऽनावर्त्तांशश्च तिष्ठेत् स मिश्रावर्त्तदशमलवो निगद्यते ।

यथा—$\cdot\dot{६}$ अयं विशुद्धावर्त्तदशमलवः ।

$\cdot८\dot{३}$ अयं मिश्रावर्त्तदशमलवः ।

अभ्यासार्थमुदाहरणानि ।

$\frac{१}{३}, \frac{४}{९}, \frac{५}{११}, ४\frac{१}{६}, \frac{२}{७}, ५\frac{३}{११}, १\frac{७}{१३}$ ।

आसां संख्यानामावर्त्तदशमलवपरिवर्त्तने क्रमेण

$\cdot\dot{३}, \cdot\dot{४}, \cdot\dot{४}\dot{५}, ४\cdot१\dot{६}, \cdot\dot{२}८५७१\dot{४}, ५\cdot\dot{२}\dot{७}, १\cdot\dot{५}३८४६\dot{१}$ ।

विशुद्धावर्त्तदशमलवानां भग्नांशपरिणयनम् ।

$$\cdot\dot{३} = \cdot३३३३\cdots\cdots$$

$$१० \times \cdot\dot{३} = ३\cdot३३३३\cdots\cdots$$

$$१ \times \cdot\dot{३} = \cdot३३३३\cdots\cdots$$

$$\therefore ९ \times \cdot\dot{३} = ३ \quad \therefore \cdot\dot{३} = \frac{३}{९} = \frac{१}{३} \text{ ।}$$

एवंहि

$$\cdot\dot{४}\dot{५} = \cdot४५४५४५\cdots\cdots$$

$$१०० \times \cdot\dot{४}\dot{५} = ४५\cdot४५४५\cdots\cdots$$

$$१ \times \cdot\dot{४}\dot{५} = \cdot४५४५\cdots\cdots$$

$$\therefore ९९ \times \cdot\dot{४}\dot{५} = ४५ \quad \therefore \cdot\dot{४}\dot{५} = \frac{४५}{९९} = \frac{५}{११} \text{ ।}$$

एवमेव $\cdot\dot{२}८५७१\dot{४} = \frac{२८५७१४}{९९९९९९} = \frac{२}{७}$ ।

उपरोक्तयुक्तितोऽयमेवावगम्यते विशुद्धावर्त्तदशमलवानां भग्नांशपरिवर्त्तने आवर्त्तप्रदेशे यावन्मिता अङ्काः, हरस्थाने तावन्तो नवमिता अङ्का विन्यस्याः लवस्थाने च दशमलवचिह्नमावर्त्तचिह्नञ्च परित्यज्य राशिरेव स्थाप्यः । यथा $\cdot\dot{६} = \frac{६}{९} = \frac{२}{३}$ । $\cdot\dot{२}\dot{७} = \frac{२७}{९९} = \frac{३}{११}$ । $\cdot\dot{१}४२८५\dot{७} = \frac{१४२८५७}{९९९९९९} = \frac{१}{७}$ ।

मिश्रावर्त्तदशमलवानां भग्नांश-परिवर्त्तनम्।

$\cdot ८\dot{३} = \cdot ८३३३३ \cdots\cdots$

$१०० \times \cdot ८\dot{३} = ८३\cdot ३३३ \cdots\cdots$

$१० \times \cdot ८\dot{३} = ८\cdot ३३३ \cdots\cdots$

$\therefore ९० \times \cdot ८\dot{३} = ७५$

$\therefore \cdot ८\dot{३} = \frac{८३-८}{९०} = \frac{७५}{९०} = \frac{५}{६}$ ।

$४\cdot १\dot{६} = ४\cdot १६६६६ \cdots\cdots$

$१०० \times ४\cdot १\dot{६} = ४१६\cdot ६६६ \cdots\cdots$

$१० \times ४\cdot १\dot{६} = ४१\cdot ६६६ \cdots\cdots$

$\therefore ९० \times ४\cdot १\dot{६} = ३७५$

$\therefore ४\cdot १\dot{६} = \frac{४१६-४१}{९०} = \frac{३७५}{९०} = ४\frac{१}{६}$ ।

उपरोक्तयुक्त्यावगम्यते मिश्रावर्त्तदशमलवानां भग्नांश-परिणयने आवर्त्तप्रदेशे यावन्तोऽङ्का हरस्थाने तावन्तो नवमिता अङ्काः स्थातव्याः। तद्दक्षिणभागेच दशमलवचिह्ना द्दक्षिणभागेऽनावर्त्तप्रदेशे यावन्मिता अङ्कास्तावन्ति शून्यानि स्थापनीयानीति हरो भवेत्। लवस्थाने च राशेर्दशमलवचिह्नमावर्त्तचिह्नञ्च परित्यज्य, तस्मात् पुनरनावर्त्त प्रदेशीयाङ्कान् वियुज्यच यो राशिर्भवेत् स एव लवः स्थाप्यः। यथा $\cdot ३\dot{४} = \frac{३४-३}{९०} = \frac{३१}{९०}$ । $१\cdot\dot{७} = \frac{१७-१}{९} = \frac{१६}{९} = १\frac{७}{९}$ । $\cdot ०४\dot{९} = \frac{४९-४}{९००} = \frac{४५}{९००} = \frac{१}{२०}$ । $२\cdot ३\dot{७}\dot{५} = \frac{२३७५-२३}{९९०} = \frac{२३५२}{९९०}$ ।

अभ्यासार्थमुदाहरणानि ।

$\cdot\dot{४}\dot{५}$, $\cdot ३\dot{५}$, $१\cdot ०\dot{१}\dot{८}$, $५\cdot १\dot{२}०\dot{३}$, $\cdot ००८०\dot{१}\dot{५}$, $९\cdot\dot{९}९९\dot{९}$ । $७\cdot ९\dot{९}$, $\cdot ००२\dot{७}$ आसां संख्यानां भग्नांशपरिणयने क्रमेण $\frac{५}{११}$, $\frac{१६}{४५}$, $\frac{५६}{५५}$, $५\frac{६०१}{४९९५}$, $\frac{५२९}{६६०००}$, १०, ८, $\frac{१}{३६०}$ ।

आवर्त्तदशमलवानां परिकर्माष्टकम् ।

आवर्त्तदशमलवराशीन् भग्नांशराशिषु परिणाम्य भग्नांशसंकलनादि घनमूलान्तकर्मवत् सर्वं सम्पादनीय-मिति । यथा

$$\cdot ८\dot{३}+\cdot\dot{६}=\frac{५}{६}+\frac{२}{३}=\frac{९}{६}=१\cdot ५ ।$$

$$\cdot ८\dot{३}-\cdot\dot{६}=\frac{५}{६}-\frac{२}{३}=\frac{१}{६}=१\cdot\dot{६} ।$$

$$\cdot\dot{४}\dot{५}\times १\cdot ०\dot{१}\dot{८}=\frac{५}{११}\times\frac{५६}{५५}=\frac{५६}{१२१}=\cdot ४६२८\cdots ।$$

$$१\cdot ०\dot{१}\dot{८}\div\cdot ३\dot{५}=\frac{५६}{५५}\div\frac{१६}{४५}=\frac{५६}{५५}\times\frac{४५}{१६}=\frac{६३}{२२}=२\cdot ८\dot{६}\dot{३} ।$$

$$(\cdot ८\dot{३})^{२}=\left(\frac{५}{६}\right)^{२}=\cdot ६९\dot{४}$$

$$\sqrt{१\cdot\dot{७}}=\sqrt{\frac{१६}{९}}=\frac{४}{३}=१\cdot\dot{३} ।$$

$$(२\cdot\dot{७})^{३}=\left(\frac{५}{१८}\right)^{३}=\frac{१२५}{५८३२}=\cdot ०२१४३ ।$$

$$\sqrt[३]{\cdot २९\dot{६}}=\sqrt[३]{\frac{८}{२७}}=\frac{२}{३}=\cdot\dot{६} ।$$

आवर्त्तदशमलवान् भग्नांशेषु परिणाम्य तेषां संकल-नादि प्रदर्शितानि । अथ प्रकारान्तरेण भग्नांशपरिणामं

विनैव संकलादि प्रदर्शनार्थं तेषां सदृशावर्त्त * दशमलव परिवर्त्तनादि कतिपयविशेषनियमः प्रदर्श्यते ।

आवर्त्तदशमलवे विशेषो नियमः ।

आवर्त्तदशमलवेऽनावर्त्तांशस्य दक्षिणस्थाद् यस्मात् कस्माच्चिदङ्काद्रावर्त्तांशं यदीतुं शक्यते, तर्हिमानपरिवर्त्तनं न स्यात् ।

यथा ·१६̇ = १६६̇ = १६६६̇ । इत्यादि ।

·३४̇५̇ = ·३४५̇४̇ = ·३४५४̇५̇ इत्यादि ।

आवर्त्तांशाङ्कस्थानसंख्याया यथाभीष्टं द्वैगुण्यं त्रैगुण्यं वा कर्त्तुं युज्यते तदापि न मानपरिवर्त्तनम् ।

·७̇५̇ = ·७̇५७५̇ = ·७̇५७५७५̇ ।

·२̇८६̇ = २८६२८६̇ = ·२̇८६२८६२८६̇ इत्यादि ।

उपरोक्तनियमद्वयादावर्त्तदशमलवान् सदृशावर्त्तदशमलवेषु परिवर्त्तितुं शक्यते ।

यथा २·४̇, ·३७̇६̇, ·१̇३४̇ इति राशित्रयं कल्पितम् ।

अत्रावर्त्तस्थानसंख्याक्रमेण १, २, ३ एषां लघुतमावर्त्तं ६ । सर्व्वाधिकानावर्त्तांश स्थान संख्या १ अतः सर्व्वत्रैव

---

* येषामावर्त्ताङ्कस्थानसंख्या अनावर्त्ताङ्कस्थानसंख्याच परस्परं तुल्यास्ते सदृशावर्त्त दशमलव इतिकथ्यन्ते ।

यथानावर्त्तांशः १ इति सदैवावर्त्तांशश्च ६ इत्यङ्कमिता भवेत्तथा कर्त्तव्यमेवं कृते क्रमेण—

२·४४̇४४४४४̇, ·३७६३७६̇३̇, १३̇४१३४१̇ ।

अभ्यासार्थमुदाहरणानि ।

१ । ·२७̇, ·६̇७̇, ·२̇७८̇, ·०३५̇, ३·०२̇८̇, ५·०̇१७̇ आसां संख्यानां दशमलवविन्दोः पञ्चमस्थानाद् यद्यावर्त्तांश आरभ्यते तदा क्रमेण ·२७७७७̇, ·६७६७६̇७̇, ·२७८२१̇८२̇, ·०३५५५̇, ३·०२८२८̇२̇, ५·०१७०१̇७०̇, ·२७८२७̇८२̇, ·०३५५५̇, ३·०२२८̇२̇, ५·०१७०१̇७०̇ ।

२ । ·६̇, ·४̇८̇, ·२४५̇७६̇, ३·०८̇१̇ एते राशयः सदृशावर्त्त दशमलवपरिणताः क्रमेण ·६̇६६६६६६६̇, ·४८४̇८४८४८̇, २४५̇७६५७६̇, ३·१८१̇८१८१८̇ ।

२ । ·२३̇, ·४०८, ३̇२̇, ७·५९·२̇९५̇४ एते सदृशावर्त्त-दशमलव परिणताः क्रमेण ·२३३३̇३३३̇, ·४०८३̇२२३̇, ७·५९२९̇५४२̇ ।

आवर्त्तदशमलवसंकलनव्यवकलने ।

संयोज्यावर्त्तदशमलवान् सदृशावर्त्तदशमलवेषु परिवर्त्त्य दशमलव-योग-वियोगवद् तेषां योगवियोगौ कार्य्यौं । परन्त्वा-वर्त्तांशस्य सर्व्व-वामस्थाङ्कानां योगो यदि नवाधिकःस्यात्

तर्हि तत्र यावान् दशमिताङ्कोऽस्ति योगफल-दक्षिणपार्श्व-स्थाङ्के तावन्मिताङ्कः संयोज्यः । वियोगेतु गुरुराशेरावर्त्तांशस्य सर्व्ववामस्थाङ्को यदि नवाधिकः स्यात्तदा वियोगफले चैकमिताङ्कः वियोज्य इति ।

यथा ·५३ + ४·७८६ + ·०३४५ ।

सदृशावर्त्तदशमलवपरिणताः—

·५३ = ·५३३३३३   २·३८४२ — ·६८४
४·७८६ = ४·७८६८६८६   २·३८४२४२४२
·०३४५ = ·०३४५३४५   ·६८४६८४६८
५·३५४७३६४ + १   १·६९९५५७७४ — २
५·३५४७३६५   १·६९९५५७७२

अभ्यासार्थमुदाहरणानि ।

१ । ·७५९ + ००२ + ४·३७२ ।

२ । ·१२५४ + ०९३८ + ·०३ + ४·०००७२ ।

३ । ३·४ + १·५७६ + ७२ + ·४५६७ + ·००७ ।

४ । १·००१ + ७·५९ + १८ + ·७८२ + ·०१२३ ।

५ । ४·८२ — ·००७८ । ६ । ५·१३०४ — १·०६८ ।

७ । ·९ — ·००७२ । ८ । ३० — ·१०५ ।

९ । ३·८३ — ·१२३४ । १० । ४४·५०४ — २७ ।

आसां क्रमेणोत्तरम् ५·१३४१९०५५, ४·२५९९१२४९५७५४०७, ७७·४४१२९१, २७·३८६२५१७० । ४·८१४३, ४·०६१७४३५, ·८९२७, २९·८९९, ३·७१४९८३, १७·५०४ ।

अभ्यासार्थं गुणनभजनोदाहरणानि।

१। $\cdot\dot{७} \times \cdot०\dot{८}$। २। $३\cdot\dot{६} \times ५\cdot००\dot{६}\dot{२}$।

३। $४\cdot००\dot{२} \times \cdot२\dot{९}\dot{०}$। ४। $८\cdot\dot{७} \times ६\cdot\dot{८}$।

५। $\cdot०१\dot{४}२५\dot{३} \times \cdot२००\dot{५}\dot{७}$। ६। $\cdot\dot{५}\dot{६} \div \cdot०००\dot{८}$।

७। $\cdot०\dot{३}४\dot{२} \div \cdot\dot{४}\dot{५}$। ८। $\cdot\dot{५} \div \cdot\dot{६}$।

९। $\cdot००\dot{५}\dot{२} \div ४\cdot\dot{२}\dot{८}$। १०। $८\cdot०\dot{५} \div \cdot०००\dot{७}$।

आसां क्रमेणोत्तरम् $\cdot०\dot{६}९१३५८०२\dot{४}$, $१८\cdot३३९\dot{३}$, $१\cdot२९२२८१\dot{२}$, $७०\cdot\dot{२}$, $\cdot०००२८५८८९१\cdots$। $६३६\cdot\dot{३}\dot{६}$, $\cdot००७\dot{५}३\dot{१}$, $\cdot८\dot{३}$, $\cdot०००१२२६४१५०९४३४$, $१०३१८\cdot\dot{५}७१४२\dot{८}$।

११। $$\frac{४\cdot\dot{२} - ३\cdot१\dot{४}}{१\cdot\dot{३} + २\cdot\dot{१}०\dot{२}} \times \frac{४ \times १\cdot३}{८\cdot८\dot{१} \times \cdot३७}$$।

१२। $$\frac{\frac{५}{६}\text{ अस्य }\frac{१८}{३५} + \frac{१}{७} \times २\cdot\dot{३}}{३ - \left(\frac{३}{५} + \frac{७}{१०}\right) \div २\cdot\dot{३}\dot{६}}$$।

१३। $८००६४ \div \left\{\cdot८४\dot{६} + \frac{१}{३०}\text{ अस्य }\cdot२९१\dot{६}\right\}$।

१४। $$\frac{३\cdot\dot{५} - १\cdot८\dot{३}}{९\cdot\dot{७} - ६\cdot\dot{४}} \times \frac{१}{७०} \div \frac{७\cdot१ \times \cdot१\dot{०}\dot{१}}{२\cdot\dot{१}\dot{५}}$$।

१५। $\left\{३७ + \frac{३७\cdot०\dot{३}\dot{७}}{१०००}\right\}\cdot७४$। एषां क्रमेणोत्तरम् $\cdot५$, $\cdot\dot{३}८०९५\dot{२}$, $४७६५७\cdot\dot{१}४२८५\dot{७}$, $\cdot०५$, $२७\cdot४०७\dot{६}\dot{५}$।

अभ्यासार्थं वर्गघनोदाहरणानि ।

•७३, •६, १•६, •४ •८३ एषां क्रमेण वर्ग: •५३७, •४, •०२७, •१९७५३०८६४, •६९४ । घनश्च •३९४३७०, •२९६, •००४६२९, •८७७९१४९…, •५७८७०३ ।

दशमलवानामासन्नमानग्रहणम् ।

यत्र भिन्नराशेर्वास्तवदशमलवमानं निर्णेतुमशक्यं अथवा यत्र दशमलवराशौ सुदीर्घाङ्कश्रेणी जायते तत्रासन्नमानं गृह्यते । तत्र हि मानमासन्नमिति ज्ञापनार्थं (…) इति चिह्नं व्यवह्रियते । यथा $\frac{१८}{१९}$=९४७३६८… । आसन्नमानग्रहणे परित्यक्तांशस्य वामभागस्थाङ्क: यदि पञ्च, तदधिको वा भवेत्तदा गृहीतांशस्य सर्व्वदक्षिणस्थाङ्के १ मिताङ्कं योजयेदिति यथा $\frac{१८}{१९}$=•९४७३६८…अस्य तृतीय-दशमलव-स्थानपर्य्यन्तं राशि: •९४७ । चतुर्थ-दशमलव-स्थानपर्य्यन्तं •९४७४ । पञ्चम-दशमलव-स्थानपर्य्यन्तं •९४७३७ ।

आसन्न-योग-वियोग-फल-साधनम् ।

योगवियोगयो: फलसाधने दशमलवबिन्दोर्दक्षिणपार्श्वेऽभीष्टस्थानं यावदुत्तरं यदि पृच्छकस्याभिलषितं स्यात्, तर्हि पूर्व्वप्रदर्शित-नियमेनाभीष्टस्थानाद् द्व्यधिकस्थान-

तुल्यं राशिं वर्द्धयित्वा योग-वियोगौ सम्पादनीयौ। ततोऽभीष्ट-स्थानादधिक-स्थानस्थितान् तद्दक्षिणस्थानाङ्कान् परित्यजेदित्यासन्नमानम् ।

पूर्व्वनियमोदाहरनार्थं प्रदर्शितानां ·५३̇ + ४·७८̇६̇ + ·०३̇४५̇ आसां योगफलं ६ षष्ठदशमलवस्थानपर्य्यन्तं निर्णयमितिप्रश्ने—

·५३̇ = ·५३३३३३	३३
४·७८̇६̇ = ४·७८६८६८	६८
·३̇४५̇ = ·०३४५३४	५३
५·३५४७३६	५४

पूर्व्वप्रदर्शित वियोगोदाहरणे — २·३८४̇२̇ — ·६̇८४̇ वियोगफल ५ पञ्चदशमलवस्थानपर्य्यन्तं निर्णयमिति प्रश्ने—

२·३८४̇२४	२४
·६८४६८	४६
१·६९९५५	७८

उत्तरम् १·६९९५५

अभ्यासार्थमुदाहरणानि ।

पूर्व्वोल्लिखितावर्त्त-दशमलव-योग-वियोगोदाहरणोक्त-प्रश्नानामुत्तरं ५ पञ्चदशमलव-स्थानपर्य्यन्तं निर्णयमिति प्रश्ने, क्रमेणोत्तरम् ५·१३४१९, ४·२५९९१, ७७·४४१२९,

२७·३८६२५, ४·८१४३४, ४·०६१७४, ·८६२७७, २९·८९४८६, ३·७१४६८, १७·५०४५० ।

अभीष्टस्थान-दशमलव-गुणफल-साधनम् ।

यदाभीष्टस्थानं यावद् गुणफलमावश्यकीयं भवेत्तदा गुण्य-गुणकावखण्डराशिद्वयं विविच्य, गुण्यगुणकयोः स्थानसंख्यां यथाप्रयोजनं शून्येन तुल्यां कृत्वा गुणकस्य वामभागस्थाङ्केन गुण्यस्य दक्षिणभागस्थाङ्कमारभ्य सर्व्वाङ्कान् गुणयेत् । ततः गुणकस्य वामभागाद् द्वितीयाङ्केन गुण्यस्य दक्षिणभागाद् द्वितीयाङ्कान् गुणयेत् । एवं क्रमेण गुणकस्य प्रत्येकेनाङ्केन संगुण्य, खण्डगुणफलान्यध्योऽधस्तथा स्थापनीयानि यथा सर्व्वेषामेव खण्डगुणफलानां सर्व्वदक्षिणस्था अङ्का एकस्यामेव पंक्तौ तिष्ठेयुः । सर्व्वेषां खण्ड-गुणफलानां योगं कृत्वाऽखण्ड स्थानञ्च दशमलवबिन्दुना चिह्नं * कृत्वाऽभीष्टस्थानादधिक-स्थानस्थितानङ्कान् परित्यजेदिति ।

यथा— ·३२५०४ × १३·०२५४ । गुणफलं चतुर्थदशम-लवस्थानपर्य्यन्तं निर्णयमिति प्रश्ने—

---

* ३ × ·३ = ·९ । ३·५ × ·३ = १·०५ । ३·५ × ३ = १०·५ इत्यादिना पूर्व्वप्रदर्शित-दशमलव-गुणफल-साधन-नियमेन गुण्यगुणकयोर्वामभागस्थाङ्कगुणफलं विविच्य दशम-लवचिह्नं विन्यसेत् ।

·४५३ × ·०१६९८४ गुणफलं पञ्चदशमलवस्थानपर्य्यन्तं निर्णेयमिति प्रश्ने—

```
४५३०१
११६९८४
--------
 ४५३०
 २७१८
  ४०५
   १६
--------
·००७६६ | ९
```

उत्तरम् ·००७६६

```
 ३२५०४०
 १३०२५४
---------
 ३२५:४०
  ९७५१२
    ६५०
    १६०
     १२
---------
४·२३३७ | ४
```

उत्तरम् ४·२३३७

प्रकारान्तरेणाभीष्टस्थान-गुणफल-साधनम् ।

गुण्यगुणकयोर्दशमलवचिह्नं परित्यज्य गुणकं विपर्य्यस्तं कृत्वा गुण्यस्याङ्कानधोऽधस्तथास्थापयेद् यथा गुणकस्यैकाङ्कः गुण्यास्याभीष्टस्थानीयाङ्कस्याधस्तिष्ठेत् । गुण्ये यदि तावन्ति स्थानानि न सन्ति, तर्हि यथा प्रयोजनं गुण्यस्य दक्षिणभागे शून्यानि विन्यस्य तथाविधं संस्थापयेत् । ततो गुणकस्य प्रत्येकेनाङ्केन तदुपरिस्थाङ्कमारभ्य वामपार्श्वस्थ-सर्व्वानङ्कान् संगुण्य खण्डगुणफलानि तथाऽधोऽधः स्थापयेद् यथा सर्व्वेषां खण्ड-गुणफलानां दक्षिणस्था अङ्का एकस्यामेव पंक्त्यां भवेयुः । अत्र ह्येवमपि चिन्तयेद् गुणकस्य प्रत्येकाङ्केन

गुणनारम्भस्थानाद् दक्षिणभागस्थाङ्कस्य गुणने यदि गुणनफलं चतुरधिकं स्यात्तदारम्भस्थानीयाङ्कगुणफले १मिताङ्कं योजयेत्। यदि चतुर्द्दशाधिकं तर्हि द्वयमेवमग्रेऽपि बोध्यम्। ततः सर्व्वेषां खण्ड-गुणफलानां योगं कृत्वा गुण-फल-दक्षिण-भागादभीष्टस्थानतुल्यान्तरे दशमलवबिन्दुं विन्यसेदिति।

यथा—

५·१०२७×३·२८३५। गुणफलं चतुर्थदशमलवस्थान-पर्य्यन्तं, ·००७०६२७४×२८·२०४३२ गुणफल षष्ठदशम-लवस्थानपर्य्यन्तञ्च निर्णेयम्।

५·१०२७	७०६२७४
५ ३८२३	२३४०२८२
१५३०८१	·१४१२५५
१०२०५	५६५०२
४०८२	१४१२
१५३	२८
२६	२
१६·७५४७	·१९९१९९

आवर्त्तदशमलव-गुणने विशेषः।

यदि गुणकोऽखण्डराशिरथवा ससीमदशमलवो भवेत्तदा भग्नांशे परिवर्त्तनं विनाप्यावर्त्तदशमलवानां गुणफलं साधितुं शक्यते। तादृशे गुणफले गुण्यस्यावर्त्तस्थानसंख्यातुल्या

गुणफलस्यावर्त्तस्थानसंख्या भवेत् । आवर्त्तांशस्य सर्व्ववाम-स्थाङ्कं संगुण्य, यद्दशकं प्राप्यते तद् गुणफले योजयेदिति यथा—३२·५̇३̇ × ७ ।

३२·५̇३̇	३२·५̇३̇	३२·५̇३̇
७	४·२८	४·२८
२२७·७१	२६०२̇४̇ + ४	२६०२̇८̇
+ ३	६५०̇६̇ + १	६५०७̇०̇
२२७·७̇४̇	१३०१̇२̇ + २	१३०१४१४
		१३९२५१̇२̇ + १
		१३९·२५१̇३̇

यदि गुणकः दश, शतं, सहस्रादिकं वा भवेत्तर्हि १ एक मिताङ्कस्य दक्षिण-पार्श्वे यावन्ति शून्यानि गुण्यस्य दक्षिण-भागे तावत् स्थानान्तरे दशमलवबिन्दुं चालयेदिति गुण-फलंस्यात् यथा— ·७६७̇२̇ × १० = ७·६७̇२̇ ।

३·८̇३५̇ × १०० = ३·८३५̇८३̇ × १०० = ३८३·५̇८३̇ ।

·००७६८̇ × १००० = ७·६८̇ इत्यादि ।

अभ्यासार्थ-मुदाहरणानि ।

१ । १२·१७२८ × ·१६२७२५ ।

२ । ·६८८०५ × ·३२·०८९६ ।

३ । ·२५८ × ·०१२३४ एषां चतुर्थदशमस्थानपर्य्यन्तं गुणफलं क्रमेण १·९८०७, ·३१७१, ·००३१ ।

४ ।　५२·५६७८६ × ४·८७६५४ ।

५ ।　४७·००४६५ × ·७९८५ ।

६ ।　·७८३२०५ × ·४२१५ आसां संख्यानां पञ्चम दशमलवस्थानपर्य्यन्तं क्रमेण गुणफलं २५६·३५९१८, ३७·५३३२०, ·३३०१२ ।

७ ।　१४·२̇४३̇, ३·४२̇७ एतयो ११ रेकादशभिर्गुणने क्रमेण फलं १५६·६̇७५̇, ३७·७०̇१ ।

८ ।　५·१̇६४̇ × ८·२६ । ९ । ७·०२८ × ·७५ । क्रमेण फलं ५·२७१२̇०̇, ४२·६०४̇०३̇ ।

आसन्नदशमलवभागसाधनम् ।

पूर्व्वोक्त-दशमलव-भाग-साधन-नियमेन भाज्यस्य दशम-लवविन्दुं दक्षिणभागे चालयित्वा भाज्यमखण्डसंख्यां मन्येत् । ततः भागफले यावन्तोऽखण्डाङ्का उत्पत्स्यन्त इति चिन्तयेत् । अखण्डाङ्कानां प्रश्नोक्ताभीष्टदशमलव-स्थानीयाङ्कानाञ्च योगतुल्या भागफले अङ्का भवन्ति । भागफलाङ्केभ्योऽधिकान् भाजकदक्षिणभागस्थानङ्कान् परित्यजेत् । ततः प्रथमाङ्कनिर्णयात् परमवशिष्टाङ्कानां दक्षिणपार्श्वे भाज्यादङ्कमपातयित्वा भाजकादेवैकैकाङ्क-क्रमेण सर्व्वाङ्कान् त्यजेदेवं नवं नवं भाजकं * परिकल्प्य

---

* नव-नव-भाजक-गुणित-भागफलस्यैकैकाङ्कं यदा नव-नव-भाज्याद् विशोधयेत् तदा परित्यक्तस्य प्रथमाङ्के भागफलाङ्केन गुणिते यद्गुणफलदशकं तदपि वियोज्यराशौ विमिश्य विशोधयेत् ।

भागफलं साधयेत्। भागफले यावन्तोऽङ्का भाजके यदि तावन्तो न भवन्ति तदा पूर्व्वोक्तसाधारण-दशमलव-भाग-साधन-नियमेनेव भागे क्रियमाणे यदा भागफलस्यावशिष्टा-निर्णेया अङ्का भाजकादेकमिता न्यूनाः स्युस्तदारभ्यैव क्रमशो भाजकादङ्कत्यागमारभेदित्येवं भागफलं भवेत्।

यथा—

२५·२७३८५४ ÷ ६·१२३४५ चतुर्थदशमलवस्थानपर्य्यन्तं ८६२·१७८९ ÷ ·२६६९८३ तृतीयदशमलव-स्थानपर्य्यन्तलब्धफलं निर्णेयमिति प्रश्ने—

६१२३४) २५२७३८५·४ (४·१२७४
२४४९३८
——————
७८००
६१२३
——————
१६७७
१२२४
——————
४५३
४२८
——————
२५
२४
——————
१

```
२६६८४)८६२१७८६००(३१६५·१४८
       ८०६५२
       ------
       ५२६५८
       २६६८४
       ------
       २५६७४६
       २४२८५६
       ------
        १३८६३
        १३४६२
        -----
          ४०१
          २६६
          ---
          १३२
          १००
          ---
           २५
           २०
           --
            ५
```

आवर्त्तदशमलव-भागहारे विशेषः।

अखण्डसंख्यया आवर्त्तदशमलवानां भागहारे दशम लवभागसाधन नियमेनैव भागः कार्य्यः। परन्तु शेषस्य दक्षिण पार्श्वे शून्यमपातयित्वा आवर्त्तांशस्याङ्कानेव क्रमेण पातयेत्। यदि भाजकः सशोमदशमलवः स्यात्तर्हि १०, १०००, १०००, इत्यादिभि र्यथा दशमलया गुणने भाजकोऽखण्ड

राशिर्भवेत् तया संख्यया भाज्यं भाजकञ्च संगुण्य, पूर्व्वोक्ताखण्ड संख्या-भाग-साधन-नियमेन भजेदिति । यथा—

१३·२३̇४̇ ÷ ७

७ | १३·२३४३४३४···

फलम् ३·८९̇०६२०४̇

अपरम् १३·२३̇४̇ ÷ १५

१५ | १३·२३४३४३४···

फलम् ·८८२२८९५६···

२·३६̇४̇ ÷ ३·७

भाज्यभाजकौ दशभिः संगुण्य जातौ

३७ | २३·६४६४६४६४···

फलम् ·६̇३९०९३̇

अभ्यासार्थमुदाहरणानि ।

१ । ३२८·४५८ ÷ ३०·२६७ ।

२ । ५७·२३४ ÷ २४·७८ ।

३ । ५·४७०३ ÷ ८·४५६७ । आसां क्रमेण तृतीय-दशमलव-स्थानपर्य्यन्तं भागफलम् १०·८५२, २·३०९, ·६४७ ।

४ । १४८·५०४८२७ ÷ ·०००१२३१४५ ।

५ । $\dfrac{\cdot ०७५९}{२\frac{१}{७} - \frac{२३}{२४}} \div \dfrac{३\frac{४}{१५} - \frac{१९}{२०}}{१४\cdot ७५}$ ।

चतुर्थ-दशमलव-स्थानपर्य्यन्तं क्रमेणोत्तरम् १२०५९४२·०८०७ । ·२७५२ ।

६ । १०·२५६̇७̇ ÷ ८ । ७ । ·५९̇२५̇ ÷ २७ ।

८ । ७·५९̇२५̇ ÷ १२ । ९ । ३·४३̇२̇ ÷ ·०२८ ।

१० । ·०८१ ÷ ·८७०६७६ ।

आसां क्रमेणोत्तरम् १·२८२०६५, ·०२१६४७८···, ·६३२७१६···, १२२·५८२६७२, ·०६८४६५६··· ।

भिन्नलवलघूकरणम् ।

(१) $\frac{३}{४२७}$ निष्केन कति वराटकाः ? इति प्रश्ने—

$\frac{३}{४२७} \times \frac{१६}{} = \frac{४८}{४२७}$ द्रम्मः । $\frac{४८}{४२७} \times \frac{१६}{} = \frac{७६८}{४२७}$ पणः ।

$\frac{७६८}{४२७} \times \frac{४}{} = \frac{३०७२}{४२७}$ काकिण्यः ।

$\frac{३०७२}{४२७} \times \frac{२०}{} = \frac{६१४४०}{४२७} = १४३\frac{३७९}{४२७}$ वराटकाः ।

(२) १५ पञ्चदशवराटकानां निष्कमानं कियदितिप्रश्ने—

$\frac{१५}{२०} = \frac{३}{४}$ काकिणी । $\frac{३}{४} \times \frac{१}{४} = \frac{३}{१६}$ पणः ।

$\frac{३}{१६} \times \frac{१}{१६} = \frac{३}{२५६}$ द्रम्मः । $\frac{३}{२५६} \times \frac{१}{१६} = \frac{३}{४०९६}$ निष्कः ।

(३) ७ योजन ३ क्रोशानां $\frac{२}{५}$ अंशस्य गजमानं कियदितिप्रश्ने

$७ \times ४ = २८$ । $२८ + ३ = ३१$ क्रोशाः ।

$३१ \times \frac{२}{५} = \frac{६२}{५}$ क्रोशाः । $\frac{६२}{५} \times \frac{२}{} = \frac{१२४}{५}$ माइल ।

$\frac{१२४}{५} \times \frac{१७६०}{} = ४३६४८$ गजपरिमानम् ।

(४) द्वादश १२ घटकानां ·५२ मितांशेन कियन्तो यवा इति प्रश्ने—

·५२	
१२	
६·२४	घटकाः
१४	
८७·३६	वस्ताः

८७·३६	वस्ताः
३	
२६२·०८	गुञ्जाः
२	
५२४·१६	यवाः

(५) पञ्चखारीनां ·२३̇ अंशस्याढ़कमानं ब्रूहीतिप्रश्ने —

$\cdot\dot{\text{२}}\text{३} = \frac{\text{७}}{\text{३०}}$ । $\text{५} \times \frac{\text{७}}{\text{३०}} = \frac{\text{७}}{\text{६}}$ खारी । $\frac{\text{७}}{\text{६}} \times \text{१६} \times \text{४} = \text{१०८}$ आढ़काः ।

(६) ३ दिन ५ घटिकानां $\frac{\text{३}}{\text{५}}$ अंशम्, ८ दिन ७ घटिकानां $\frac{\text{२}}{\text{३}}$ मानस्यांशे परिवर्त्तय इति प्रश्ने —

$$\frac{\text{३ दि ५ घ} \times \frac{\text{३}}{\text{५}}}{\text{८ दि ७ घ} \times \frac{\text{२}}{\text{३}}} = \frac{\text{१८५} \times \frac{\text{३}}{\text{५}}}{\text{४८७} \times \frac{\text{२}}{\text{३}}}$$

$$= \frac{\overset{\text{३७}}{\cancel{\text{१८५}}} \times \text{३} \times \text{३}}{\text{४८७} \times \cancel{\text{५}} \times \text{२}} = \frac{\text{३३३}}{\text{९७०}}$$ ।

अभ्यासार्थमुदाहरणानि ।

१ । ७ निष्कानां $\frac{\text{५}}{\text{६}}$ अंशस्य काकिणीमानं वद ? उत्तरम् १४९३ $\frac{\text{१}}{\text{३}}$ काकिण्यः ।

२ । $\frac{\text{३}}{\text{८}}$ योजनेन कति हस्ता ? ५ पञ्च हस्तैश्च कति योजनानि ? उत्तरम् १२००० हस्ताः, २ $\frac{\text{१}}{\text{६४००}}$ योजनम् ।

३ । $\frac{\text{५}}{\text{७}}$ क्रोशस्य दण्डमानानि, तथा २० दण्डमानानां क्रोशमानं वद ? क्रमेणोत्तरम् ९०५१४ $\frac{\text{२}}{\text{७}}$, $\frac{\text{१}}{\text{६३२६}}$ ।

४ । ५ टङ्कानां ·२५ + आनकदशकानां ·८३̇ + ७टङ्का ९ आनकानां ·६̇ । उत्तरम् ७ टङ्काः ५ आनकाः ।

५ । १·३ मणस्य ·०२̇ + ३·२८ मणानां ·४५̇ + ·७ मणस्य ·७५̇ । उत्तरम् २·०८ ।

६। ११·७३२ टङ्का:, ३ माइल आनानां ·०६२५, ७ दिवास्य ·१८१७ डिग्रीमानस्य ·८५ एषां मानं पृथक् पृथक् वद इति प्रश्ने। क्रमेणोत्तरं ११ टङ्का ११·७१२ आनका:, २२० गजमानं १ दिनं १६ घटिका: ४४·०४ पलानि, ५१ मिनिटमानम्।

७। २०५८·७२ तोलकै: कतिसेरा: ? उत्तरम् २५ सेरा: ५६·७२ तोलकानि।

८। ४ टङ्का $२\frac{३}{४}$ आनकानां ३·७५ × साङ्के सप्तविंशति $२७\frac{१}{२}$ टङ्कानां ·५६ + $६\frac{१}{४}$ टङ्कानां ·०२७ इमं राशिं ७२ टङ्का $७\frac{१}{३}$ आनकानां दशमलवे परिणय ? उत्तरम् ·४४५।

९। यस्य राशे: $\frac{३}{४}$ अस्य ·७५ = ७मण १५ सेर मित: तस्य राशे ·७ कियत् ? उत्तरम् ४ मणा: $२६\frac{२}{३}$ सेरा:।

१०। ७२८०८५·२४ कुडवै: कति खार्य्य:। उत्तरम् ७११ खार्य्य: १ आढ़क: १ प्रस्थ: १·२४ कुड़व:।

इति भिन्नपरिकर्म्माष्टकम्।

अथ शून्यपरिकर्म्मसु करणसूत्रमार्य्याद्वयम्।

योगे खं क्षेपसमं,

वर्गादौ खं, खभाजितो राशि:।

खहर: स्यात्, खगुण: खं,

खगुणश्चिन्त्यश्च शेषविधौ॥ २१॥

शून्ये गुणके जाते,
खहारश्चेत् पुनस्तदा राशिः।
अविकृत एव ज्ञेय,
स्तथैव खेनोनितश्च युतः॥ २२॥

शून्यपरिकर्म्माष्टकमार्य्याद्वयेनाह। खं योगे क्षेपसमं भवति। वर्गादौ वर्ग, वर्गमूल, घन, घनमूलेषु खं भवति। खभाजितो खभक्तो राशिः खहरः खहरसंज्ञः स्यात्। खगुणः खगुणितो राशिः खं स्यात्। शेषविधौ कर्त्तव्ये सति खगुणश्चिन्त्यः, अर्थात् राशेः शुन्ये गुणके यदि तस्यान्यो विधि रस्ति तर्हि खगुणो राशिः खं स्यादिति शून्यं न कार्य्यं शून्यमेव गुणकत्वेन स्थाप्यं यदि शेषविधाने कृते खंहरः स्यात्तदा शून्यगुणकहरयोर्नाशे कृते राशिर्भवितुमर्हतीति। शून्ये गुणके जाते खंहारश्चेत् तदा अविकृत एव राशिर्ज्ञेयः। खेनोनितः युतश्च राशिस्तथैव अविकृत एव स्यात्।

अत्रोपपत्तिः।

शून्यसञ्ज्ञानामभावसूचकम्। अतः खेन सह क्षेपस्य योगे योगफलं क्षेपसममेव स्यात्। तथैव राशितः खमूनितं राशि रेव स्यात्। खं त्रिभिर्गुणनीयमित्यभावसूचकानां शून्यानां त्रयं योज्यमित्यर्थतः सिद्ध्यति। अतः $0 + 0 + 0$ इति। अत उक्तं खगुणो राशिः खमिति।

यथा यथा भाजकोऽपचीयते तथा तथा भागफलं वर्द्धते। यदि भाजकः परिमितः स्यात्तर्हि भागफलमपि परिमितं स्यात्। शून्यं ह्यपरिमितमतः खविभक्तोराशिरप्यपरिमित इति खहर उक्तः।

अत्रोद्देशकः।

खं पञ्चयुग् भवति किं वद खस्य वर्ग-
मूलं घनं घनपदं खगुणाश्च पञ्च।
खेनोद्धृता दश च कः खगुणो निजार्द्ध-
युक्तस्त्रिभिश्च गुणितः खहृतस्त्रिषष्टिः।

अत्रोदाहरणं वसन्ततिलके नाह खमिति।

हे सखे! खं पञ्चयुक् किं भवति? खस्य वर्गं, मूलं-वर्गमूलं, घनं, घनपदञ्च वद। पञ्च खगुणाः, दश खेनोद्धृताश्च किं स्यादितिवद। अथ खगुणस्त्रिन्यस्य शेषविधा वित्यस्योदाहरणं— कः राशिः खगुणः पुनः खगुणोराशि निजार्द्ध-युक्तस्तत स्त्रिभिर्गुणितः खहृतः त्रिषष्टिः स्यादिति वद।

न्यासः ०। एतत् पञ्चयुतं जातम् ५।
खस्यवर्गः। ०। मूलम्। ०। घनम् ०।
घनमूलम्। ०।

न्यासः ।५। एते खेन गुणिता जाताः । ० ।

न्यासः । १० । एते खभक्ताः $\frac{१०}{०}$ ।

अज्ञातो राशिस्तस्य गुणः । ० । स्वार्द्धं

क्षेप $\frac{१}{२}$ । गुणः ३ । हरः । ० । दृश्यम् ६३ ।
ततो वक्ष्यमाणेन विलोमविधिना इष्टकर्म्मणा
वा लब्धोराशिः १४ । अस्य गणितस्य ग्रहगणिते
महानुपयोगः ।

गुणकः ० भाजकः $\frac{६३ \times ०}{०}$ = २१ × ० ।

युक्तः $\frac{१}{२}$ हीनः २१ ÷ ३ = ७ ।

गुणकः ३ भाजकः २१ × ० — ७ = १४ × ० ।

भाजकः ० गुणकः $\frac{१४ \times ०}{०}$ = १४ । अयं राशिः ।

दृश्यम् ६३ ।

इति शून्यपरिकर्म्माष्टकम् ।

अथ व्यस्तविधौ करणसूत्रं वृत्तद्वयम् ।

छेदं गुणं गुणं च्छेदं वर्गं मूलं पदं कृतिम् ।
ऋणं स्वं स्वमृणं कुर्य्याद् दृश्ये राशिप्रसिद्धये ॥२३॥

अथ स्वांशाधिकोने तु लवाढ्योनो हरो हरः ।
अंशस्त्वविकृतस्तत्र विलोमे शेषमुक्तवत् ॥ २४ ॥

विलोम-विधावभीष्टराशि-साधनमनुष्टुब्द्वयेनाह छेद-मित्यादि—विलोमविधौ राशि-प्रसिद्धये दृश्ये छेदं गुणं प्रकल्प्य, गुणं छेदं प्रकल्प्य वर्गं मूलं वर्गमूलं प्रकल्प्य, मूलञ्च कृतिं वर्गं प्रकल्प्य, ऋणं स्वं धनं तथा स्वं ऋणं प्रकल्प्य च विधिं कुर्य्यात् ।

अथ विलोमे स्वांशाधिकोणे स्वीयलवैरधिकोणे क्रमेण-स्वलवैर्युक्तोनो हरः हरः स्यात् । तत्र स्वांशाधिकोणे विषये अंशस्तु अविकृत एव ज्ञेयः शेषं धनर्ण-छेदगुण-व्यत्ययादिक-मुक्तवत् कार्य्यम् ।

अत्रोपपत्तिः

भाज्य ÷ भाजकः = भागफलम् । अतः भागफलं × भाजकः = भाज्यः ।

गुण्यः × गुणकः = गुणफलम् ∴ गुणफलं - गुणकः = गुण्यः । गुणफलं ÷ गुण्यः = गुणकः ।

क + ख = योगफलम् ∴ योगफलम् − क = ख । योगफलम् — ख = क ।

क—ख = वियोगफलं । अतः वियोगफलं + ख = क ।

अत उक्तम् छेदं गुणमित्यादि ।

कल्पितो राशिः $\frac{क}{ख}$ अयं तस्य $\frac{घ}{ग}$ अंशेन $\frac{कघ}{खग}$ अनेन संयोज्य जातः $\frac{(ग+घ)क}{खग}$ ।

अत हि विलोम गणिते $\frac{(ग+घ)क}{खग}$ अयम् $\frac{घ}{ग}$ अंशश्च ज्ञातोऽस्ति $\frac{क}{ख}$ राशि निर्णयः ।

अत्राज्ञातराशेः $\frac{घ}{ग}$ अंशः $\frac{कघ}{खग}$ अयं यदि ज्ञातुं शक्यते तदा तं $\frac{क(ग+घ)}{खग}$ अस्माद् वियुज्य $\frac{क}{ख}$ इदं लभ्यते अतः $\frac{कघ}{खग}$ अयं ज्ञातव्यः । सहि दृश्यराशेः $\frac{(ग+घ)क}{खग}$ अस्य $\frac{घ}{ग+घ}$ अंशस्य समानः । ग+घ = लवाद्यहरः । घ = अंशः । अत उक्तं स्वांशाधिके लवाढ्यहरः हरः अंशस्त्वविकृत एव ।

लवोने तु । $\frac{क}{ख} \times \frac{घ}{ग} = \frac{कघ}{खग}$ ।

$$\frac{क}{ख} - \frac{कघ}{खग} = \frac{(ग-घ)क}{खग}$$

विलोमगणिते दृश्ये $\frac{(ग-घ)क}{खग}$ अस्मिन् यदि तस्य $\frac{घ}{ग-घ}$ अंशः $\frac{कघ}{खग}$ अयं यदि युज्यते तदा $\frac{क}{ख}$ राशिः प्राप्यते । (ग—घ) अयं लवोन हरः । घ अयं अंशोऽविकृत एव । अत उक्तं स्वांशोने लवोन हरः हरः अंशस्त्वविकृत इति ।

अथोद्देशकः।

यस्त्रिघ्नस्त्रिभिरन्वितः स्वचरणै र्भक्तस्ततः सप्तभिः
स्वत्र्यंशेन विवर्जितः स्वगुणितो हीनो द्विपञ्चाशता।
तन्मूलेऽष्टयुते हृते च दशभि र्जातं द्वयं ब्रूहि तं
राशिं वेत्सि हि चञ्चलाक्षि
विमलां बाले विलोमक्रियाम्।

अत्रोदाहरणं शार्दूलविक्रीडितेनाह यस्त्रिघ्नेति। हे चञ्चलाक्षि! चञ्चले अक्षिणी यस्यास्तथाभूते बाले बालिके यदि विमलां निर्दूषणां विलोमक्रियां वेत्सि जानासि, तर्हि यः राशिः त्रिघ्नःततः त्रिभिः स्वचरणैः अन्वितः युक्तः, ततः सप्तभिःभक्तः, स्वत्र्यंशेन विवर्जितः वियुक्तः, ततः स्वगुणितः वर्गीकृतः, ततः द्विपञ्चाशता हीनः, तन्मूले तस्य मूलराशौ अष्टयुते ततः च दशभिःहृते सति द्वयं जातं तं राशिं ब्रूहि॥

न्यासः गुणः ३ क्षेप $\frac{3}{4}$। भाजकः ७ ऋणम् $\frac{1}{3}$। वर्गः। ऋणम् ५२। मूलम्। क्षेपः ८। हरः १०। दृश्यम् २। यथोक्तकरणेन जातो राशिः २८।

प्रश्नोक्त-धनर्णादि-व्यत्ययेन । $२ \times १० = २०$ ।
$२० - ८ = १२$ । $१२^२ = १४४$ । $१४४ + ५२ = १९६$ ।
$\sqrt{१९६} = १४$ । $१४ \times \frac{१}{३-१} = ७$ । $१४ + ७ = २१$ ।
$२१ \times ७ = १४७$ । $१४७ \times \frac{३}{४ \times ३} = ६३$ ।
$१४७ - ६३ = ८४$ । $८४ \div ३ = २८$ । ∴ राशिः २८ ।

इति व्यस्तविधिः ।

अथेष्टकर्म्मसु दृश्यजाति-शेषजाति-विश्लेष-जात्यादौ करणसूत्रं वृत्तम् ।

उद्देशकालापवदिष्ट राशिः
क्षुण्णोहृतोंऽशै रहितो युतो वा
इष्टाहतं दृष्टमनेन भक्तं
राशिर्भवेत् प्रोक्तमितीष्टकर्म्म ॥२५॥

अथेष्टकर्म्मेन्द्रवज्रयाह उद्देशकालापवदिति । इष्टराशिः उद्देशकस्य आलापवत् क्षुण्णः गुणितः हृतः भक्तः अंशैः स्वकीयांशैः रहितः वा युतः कार्य्यः । ततः दृष्टाहतं दृष्टं ज्ञातराशिः अनेन भक्तं फलं राशिः भवेत् ।

अत्रोपपत्तिः ।

उद्देशकालापवदिष्टराशेः गुणादिकरणे यत् स्यात् तेन यदीष्ट राशिःलभ्यते तदा दृष्टेन किमित्यनुपातेन वास्तव-राशिः प्राप्यते । अत उक्तं उद्देशकालापवदिति ।

अत्रोद्देशकः ।

पञ्चघ्नः स्वत्रिभागोनो दशभक्तः समन्वितः ।
राशित्र्यंशार्द्धपादैःस्यात् कोराशिर्द्व्यूनसप्ततिः ॥

अत्रोदाहरणमनुष्टुभाह पञ्चघ्न इत्यादि । यः राशिः पञ्चघ्नः पञ्चगुणितः स्वत्रिभागोनः स्वकीय तृतीयांशेन हीनः दशभक्तः राशि त्र्यंशार्द्धपादैः समन्वितः युक्तः द्व्यूनसप्ततिः अष्टषष्टिः स्यात् स राशिः कः ?

न्यासः । गुणः ५ । ऊनः $\frac{1}{3}$ । भाग १० । राशित्र्यंशार्द्धपादैः $\frac{1}{3}$।$\frac{1}{2}$।$\frac{1}{4}$। समन्वितो दृष्टः ६८ ।

अत्र किलेष्टराशि ३ । पञ्चघ्नः १५ । स्वत्रिभागोनः १० । दशभक्तः १ । अत्र कल्पित-राशे ३ स्वांशार्द्धपादाः $\frac{3}{3}$ । $\frac{3}{2}$ । $\frac{3}{4}$ । एतैः समन्वितो जातः $\frac{17}{4}$ । अनेन दृष्ट ६८ मिष्टाहतं भक्तं जातोराशिः ४८ । एवं यत्रोदाहरणे राशिः

केनचिद् गुणितो भक्तो वा राश्यंशेन रहितो युतो वा दृष्टस्तत्रेष्टं राशिं प्रकल्प्य तस्मिन्नुद्देशकालापवत् कर्म्मणि कृते यन्निष्पद्यते तेन भजेद्दृष्टमिष्टगुणं फलं राशिः स्यात्।

दृश्यजात्युदाहरणम्।

अमल-कमल-राशे स्त्र्यंशपञ्चांशषष्ठै
स्त्रिनयन-हरि-सूर्य्या येन तुर्य्येण चार्य्या।
गुरुपदमथषड्भिः पूजितं शेषपद्मैः
सकल-कमल-संख्यां क्षिप्रमाख्याहि तस्य।

दृश्यजात्युदाहरणम् मालिन्याह अमलेति।

अमल-कमल-राशेः त्र्यंश, पञ्चांश, षष्ठैः क्रमेण त्रिनयन, हरि, सूर्य्याः पूजिताः। तुर्य्येण चतुर्थांशेन च आर्य्या दुर्गा पूजिता। अथ शेषपद्मैः षड्भिः गुरुपदं पूजितं तस्य पूजकस्य सकल-कमल-संख्यां क्षिप्रं शीघ्रं आख्याहि वद।

न्यासः। $\frac{1}{3}$ । $\frac{1}{5}$ । $\frac{1}{6}$ । $\frac{1}{4}$ । दृश्यम् ६।

अत्रेष्टमेकं १ राशिं प्रकल्प्य प्रागवज्जातो राशिः १२०।*

* व्यस्त-विधिनापीदं साधितुं शक्यते।

शेषजात्युदाहरणम्।

स्वार्द्धं प्रादात् प्रयोगे नवलव-
युगलं योऽवशेषाच्च काश्यां।
शेषाङ्घ्रिं शुल्कहेतोः पथि
दशमलवान् षट् च शेषाद्गयायां॥
शिष्टा निष्कत्रिषष्टि र्निजगृह
मनया तीर्थपान्थः प्रयात
स्तस्य द्रव्यप्रमाणं वद यदि
भवता शेषजातिः श्रुतास्ति॥

शेषजात्युदाहरणम् स्रग्धरयाह स्वार्द्धमित्यादि। अत्र केवलं शेषांशाः सन्तीति शेषजातिरितिनाम। हे मित्र! यदि भवता शेषजातिः श्रुतास्ति तर्हि यः तीर्थपान्थः संगृहीतधनस्यार्द्धं प्रयागे प्रादात्, अवशेषात् नवलवयुगलं नवभागानां भागद्वयं काश्यां प्रादात्, पथि शुल्कहेतोः शेषाङ्घ्रिं प्रादात्, षट् दशमलवान् दशभागानां भाग षट्कं च गयायां प्रादात्, निष्कत्रिषष्टिः शिष्टाः अवशिष्टा अनया शिष्ट्या स तीर्थपान्थः निजगृहं प्रयातः। तस्य द्रव्यप्रमाणं वद।

न्यासः । $\frac{१}{२}$ । $\frac{२}{९}$ । $\frac{१}{४}$ । $\frac{६}{१०}$ दृश्यम् ६३ ।
अत्र रूपं १ राशिं प्रकल्प्य भागान् शेषादपास्य जातम् $\frac{७}{६०}$ । भागापवाहविधिना वा सिद्ध्यतीदम् अनेन दृष्टे ६३ दृष्टगुणिते भक्ते जातं द्रव्यमानम् ५४० । इदं विलोमसूत्रेणापि सिद्ध्यति ।

विश्लेषजात्युदाहरणम् ।

पञ्चांशोऽलिकुलात् कदम्ब
मगमत् त्र्यंशः शिलीन्ध्रं तयो-
र्विश्लेषस्त्रिगुणो मृगाक्षि
कुटजं दोलायमानोऽपरः ।
कान्ते केतकमालती
परिमल-प्राप्तैक-कालप्रिया-
दूताहूत इतस्ततो
भ्रमति खे भृङ्गोऽलि संख्यां वद ॥

विश्लेषजात्युदाहरणं शार्दूलविक्रीडितेनाह पञ्चांश इत्यादि ।* अलीनां भ्रमराणां कुलात् समूहात् पञ्चांशः

---

* शेषजातौ केनचित् प्रक्षिप्तोऽयं नियमः ।

छिद्घातभक्तेन स्वोनहारघातेन भाज्यः प्रकटाख्यराशिः ।
राशिर्भवेच्छेषभवे तथेदं विलोमसूत्रादपि सिद्धिमेति ॥

अन्यदपि युथार्द्धमिति, हारस्तारेति, पञ्चाच्यं त्युदाहरणत्रयमत्र प्रक्षिप्तमस्ति तदश्लीलतायुक्तमिति त्यक्तम् ।

कदम्बं कदम्बपुष्पं प्रति अगमत्। त्र्यंशः अलिकुलादेव त्रिभागैकभागः शिलीन्ध्रं कदलीपुष्पं शिलीन्ध्रनामक वृक्षविशेषस्य पुष्पं वा (शिलीन्ध्रशब्दस्य क्लीवलिङ्गे कदलीपुष्पवाचित्वं पुंलिङ्गे वृक्षविशेष वाचित्वमिति मेदिनी) अगमत्। तयोः पञ्चांशत्र्यंशयोः विश्लेषत्रिगुणः अन्तरस्य त्रिगुणः पञ्चांशद्वयं कुटजं अगमत्। केतकमालतीपरिमलप्राप्तैककालप्रियादूताहुतः केतक्याः पुष्पं केतकं मालत्याः पुष्पं मालती तयोः परिमलौगन्धौ, प्राप्तः एककालो याभ्यां तौ प्राप्तैककालौ, प्रिययोः दूतौ प्रियादुतौ प्राप्तैककालौ च प्रियादूतौ च तौ, केतकमालतीपरिमलौ प्राप्तैककालप्रियादूतौ इवेति ताभ्यां आहुतः अतएव दोलायमानः अपरः भृङ्गः खे आकाशे इतस्ततः भ्रमति। हे मृगाक्षि ! कान्ते ! अलिसंख्यां वद।

न्यासः। $\frac{1}{5}$। $\frac{1}{3}$। $\frac{2}{5}$। दृश्यम् १। जात मलिकुलमानम् १५। एवमन्यत्र।

दृष्टकर्म्माप्यनयैवयुक्त्या सिद्ध्यतीति, यथा केनचिदङ्केन गुणितो भक्तो स्वांशैरूपैर्व्वा युतोनो राशिर्यत्र दृष्टस्तत्रादौ कामप्येकां संख्यामिष्टं प्रकल्प्योद्दिष्टकालापवत् तस्मिन् सर्व्वं कर्म्म संपाद्य, प्रश्नोक्तपक्षद्वयस्य संख्ये साध्ये। मिथस्ते यदि समे स्यातां तदेष्टराशिरेवाभीष्टराशिः। यदि समे नस्त

स्तर्हि तयोरन्तरं प्रथमपक्षतो द्वितीयपक्षस्य संख्याया न्यूनत्वे धनमधिकत्वे च ऋणं कल्प्यम्। एवं द्वितीयमिष्टं प्रकल्प्य धनमृणं वा द्वितीयमन्तरं निर्णेयम्। तयोरन्योऽन्येष्टगुणितयो र्योग उभयोरेवान्तरयोर्धनत्वे उभयोर्ऋणत्वे वा तयो रन्तरयो र्वियोगेन भक्तोऽन्यथा योगेनभक्तोऽभीष्टराशि र्भवेत्।

अथात्र भास्करोक्तोदाहरणम्।

एकस्य रूपत्रिशती षडश्वा अश्वा दशान्यस्य तु तुल्यमूल्याः।
ऋणं तथा रूपशतं च तस्य तौ तुल्यवित्तौ च किमश्वमूल्यम्॥
यदाद्यवित्तस्य दलं द्वियुक्तं तत्तुल्यवित्तो यदि वा द्वितीयः।
आद्यो धनेन त्रिगुणोऽन्यतो वा पृथक् पृथङ्मे वद वाजिमूल्यम्॥

१। अत्र प्रथममश्वमूल्यमिष्टं ५०। षड्भिर्गुणितं षण्णामश्वानां मूल्यं ३००। एतच्छतत्रययुतं जातः प्रथमः पक्षः ६००। पुनरेतदेवेष्टं ५०। दशघ्नं ५००। रूपशतोनं ४०० द्वितीयः पक्षः। पक्षयोरन्तरं २०० इदं प्रथमपक्षतो द्वितीयपक्षस्य न्यूनत्वाद्धनं। एवं पुनरश्वमूल्यमिष्टं ८० पूर्ववत् साधितयोः पक्षयोरन्तरं धनं ८०। अनयोः २००। ८० अन्तरयोरन्योऽन्येष्टहतयोः १६०००। ४००० वियोगे जातं १२००० अन्तरयोर्वियोगेन १२० भक्तं लब्धमश्व-मूल्यम् १००।

२। एवं द्वितीयोदाहरणे ५० इष्टकल्पिते जातः प्रथमः पक्षः ३०२ द्वितीयःपक्षः स एव ४०० अनयोरन्तरमृणं ९८।

एवमशीतिमितेष्टे सिद्धमन्तरमृणं ३०८ अनयो रन्योऽन्येष्ट गुणयो ७८४०। १५४०० वियोगे ७५६० अन्तरयोर्वियोगेन २१० विहृते लब्धं अश्वमूल्यम् ३६।

३। एवं तृतीयोदाहरणे सिद्धमश्वमूल्यं २५ पञ्चविंशतिः।

अथान्यदाचार्य्योक्तमेवोदाहरणम्।

एको ब्रवीति मम देहि शतं धनेन
त्वत्तो भवामि हि सखे द्विगुण स्ततोऽन्यः
ब्रूते दशाऽर्पयसि चेन्मम षड्गुणोऽहं
त्वत्तस्तयोर्वद धने मम किं प्रमाणे॥

अत्र प्रथमं द्वयोरिष्टधनं तथा कल्पनीयं यथा तत्रैकालापःस्वयंघटते। तथा कल्पिते धने ३०। १६० द्वितीयालापे आद्यस्य धनं २० दशोनं १० षड्गुणं ६० दशाधिकेन द्वितीयस्य धनेन १७० समं नास्तीति पक्षयो-रन्तरं जातमृणं ११०। पुनः कल्पिते इष्टधने १००। २०० अत्रापि प्रथमालापो घटते। द्वितीयालापे आद्यस्य धनं दशोनं षड्गुणं ५४० दशाधिकेन द्वितीयस्य धनेन २१० समानं न स्यादिति पक्षयोरन्तरं धनं ३३०। तयोः ११०। ३३० ऋणधनयोरन्तरयोरन्योऽन्येष्ट २०। १०० हतयोः ११०००। ६६०० योगः १७६०० अन्तरयो र्योगेन ४४० हृते जातं ४० इदमाद्यस्य धनं। अतो निर्णीतं द्वितीयस्य धनम् १७०।

अभ्यासार्थमुदाहरणानि ।

१ । कस्यापि वंशस्य $\frac{1}{3}$ कर्द्दमे मग्नः $\frac{3}{8}$ जले १४ हस्तमितः सलिलोपरि दृष्टः वंशस्य दैर्घ्यं वद ? उत्तरम् ४८ हस्ताः ।

२ । लोकनाथो वृद्धवयसि स्वीयसम्पत्तेः $\frac{1}{5}$ प्रथम-पुत्राय, $\frac{1}{6}$ द्वितीयाय, तयोरन्तरस्य ७$\frac{1}{3}$ तृतीयपुत्राय, शेषं ११०२ रौप्यमुद्राः स्त्रियं दत्तवान्। लोकनाथस्य सम्पत्ते मूल्यं कियत्। उत्तरम् २८२३ $\frac{5}{6}$ मुद्राः ।

३ । पञ्च भ्रातरो मिलित्वा पितुरृणं परिशोधितवन्तः। ज्येष्ठेन $\frac{1}{3}$ अंशः परिशोधितः शेषमन्यैर्भ्रातृभिः समांशेन परिशोधितं, एवं हि प्रत्येकेन ज्येष्ठभ्रातृतः ८४ मुद्राः न्यूना उत्तमर्णाय दत्ताः, पितुरृणपरिमाणं ब्रुहि। उत्तरम् ५०४ मुद्राः ।

संक्रमणे सूत्रं वृत्तार्द्धम् ।

योगोऽन्तरेणोनयुतोऽर्धितस्तौ-

राशी स्मृतौ संक्रमणाख्यमेतत् ।

संक्रमणगणितेन राश्योः परिज्ञानमिन्द्रवज्रापूर्व्वार्द्धेनाह योगोऽन्तरेणेति। योगः एकत्र अन्तरेण ऊनः अन्यत्र अन्तरेण

युतः उभयत्र अङ्कितः तौ अङ्कितद्वयं राशी स्मृतौ एतद् योगान्तरत्वेन परस्परं संहृष्टत्वात् संक्रमणमित्युच्यते।

अत्रोपपत्तिः।

कल्पितौ राशी क, ख।

क + ख − ख = क। ∴ क + ख − ख + क = २क।

= क + ख + क − ख = २क। ∴ $क = \frac{(क + ख) + (क − ख)}{२}$।

एवं हि ख + क − क = ख। ∴ क + ख − क + ख = २ख।

पूर्व्वप्रदर्शित कोष्ठस्थ नियमेन।

क + ख − क + ख = (क + ख) − (क − ख) = २ख।

∴ $ख = \frac{(क + ख) − (क − ख)}{२}$ अत उक्तं योगोऽन्तरेणेति।

अत्रोद्देशकः।

ययोर्योगः शतं सैकं वियोगः पञ्चविंशतिः।
तौ राशी वद मे वत्स वेत्सि संक्रमणं यदि॥

अत्रोदाहरणमनुष्टुभाह ययोर्योग इत्यादि।

हे वत्स! यदि संक्रमणाख्य-गणितं वेत्सि जानासि, तर्हि ययोः राश्योः योगः सैकं शतं एकाधिकं शतं वियोगश्च पञ्चविंशतिः तौ राशी राशिद्वयं मे वद।

न्यासः। योगः १०१। अन्तरम् २५।

जातौ राशी ३८। ६३।

वर्गसंक्रमणे करणसूत्रं वृत्तार्द्धम्।

वर्गान्तरं राशिवियोगभक्तं
योगस्ततः प्रोक्तवदेव राशी ॥२६॥

वर्गसंक्रमणे राशिपरिज्ञानमिन्द्रवज्रोत्तरार्द्धेनाहवर्गान्तर-मित्यादि। वर्गान्तरं राश्योः वर्गान्तरं राशिवियोग भक्तं राश्योः अन्तरेण हृतं योगः स्यात्। ततः राश्योः योगान्तराभ्यां प्रोक्तवत् पूर्व्वप्रदर्शित-संक्रमण-गणितवत् एव राशी साध्यौ।

अत्रोपपत्तिः।

वर्गान्तरं योगान्तर घातसमं स्यादिति नियमेन—

$$क^2 - ख^2 = (क + ख)(क - ख)।$$

$$\therefore \quad \frac{क^2 - ख^2}{क - ख} = क + ख। \text{ एवं } \frac{क^2 - ख^2}{क + ख} = क - ख।$$

ततः संक्रमणगणितेन राशिज्ञानं। अत उक्तं वर्गान्तर मित्यादि।

अत्रोद्देशकः।

राश्योर्ययो र्वियोगोऽष्टौ तत्कृत्योश्च चतुःशती।
विवरं ब्रूहि तौ राशी शीघ्रं गणितकोविद ॥

अत्रोदाहरणमनुष्टुभाह राश्योरित्यादि। ययोः राश्योः वियोगः अन्तरं अष्टौ, तत्कृत्योश्च विवरं तयोः राश्योः वर्गान्तरं चतुःशती हे गणितकोविद! तौ राशी शीघ्रं वद।

न्यासः। राश्यन्तरम् ८। कृत्यन्तरम् ४००।
जातौ राशी २१। २६।

अत्र विशेषः।

एवं घनान्तरज्ञानेऽपि घनान्तरं राश्योर्वियोगेनभक्तं वियोगस्य वर्गेण हीनं चतुर्भिर्गुणितं त्रिभिर्भक्तं वियोगवर्गेणयुक्तं मूलं राश्योर्योगःस्यात्। ततः संक्रमण गणितेन राशिज्ञानम्।

उदाहरणम्।

यथा घनान्तरं ९८ राश्यन्तरं २ यथोक्तनियमेन राशी ३। ५।

इति विषमकर्म्म। (Finding of the quantities)

अथ किञ्चिद्वर्गकर्म्म प्रोच्यते।

OPERATION RELATIVE TO SQUARES.

इष्टकृतिरष्टगुणिता व्येका
दलिता विभाजितेष्टेन।
एकः स्यादस्य कृतिर्दलिता
सैकाऽपरो राशिः ॥२७॥

रूपं द्विगुणेष्टहृतं सेष्टं
प्रथमोऽथवाऽपरो रूपम्।
कृतियुतिवियुती व्येके
वर्गौ स्यातां ययो राश्योः॥ २८॥

वर्गकर्म्मसाधनमार्य्याद्वयेनाह इष्टकृतिरित्यादि। इष्टकृतिः अष्टगुणिता व्येका एकहीना दलिता अर्द्धिता इष्टेन-विभाजिता एकः राशिः स्यात्। अस्य राशेः कृतिः दलिता सैका एकयुता अपरः राशिः स्यात्।

अथवा ययोः राश्योः कृतियुतिवियुती वर्गयो र्योगः अन्तरं वा व्येके उभयत्रैव एकवियुक्तं वर्गौ स्यातां मूलप्रदे भवतः तत्र रूपं द्विगुणेष्टहृतं सेष्टं इष्टयुक्तं प्रथमः राशिः स्यात् रूपं अपरः राशिः।

अत्रोपपत्तिः।

कल्पितः प्रथमराशिः $क+१$ द्वितीयः ख। कृतियुति वियुती व्येके वर्गौ स्यातामिति प्रश्ने—

वियोगपक्षे—

$(क+१)^२ - ख^२ - १ = $ वर्गः।

$= क^२ + २क + १ - १ - ख^२ = व$।

$= क^२ २क - ख^२ = व$।

अत्र $\text{२क} = \text{ख}^{२}$ यदि कल्प्यते तर्हि

$= \text{क}^{२} + \text{ख}^{२} - \text{ख}^{२} = \text{क}^{२} =$ वर्गराशिः ।

योगपक्षे—

$(\text{क} + १)^{२} + \text{ख}^{२} - १ =$ वर्गराशिः ।

$= \text{क}^{२} + \text{२क} + १ - १ + \text{ख}^{२} = \text{व}$ । $= \text{क}^{२} + \text{२क} + \text{ख}^{२} = \text{व}$ । $\text{२क} = \text{ख}^{२}$ कल्पितः । $\therefore \text{क}^{२} + \text{ख}^{२} + \text{ख}^{२} = \text{व}$ । $= \text{क}^{२} + \text{२ख}^{२} = \text{व}$ । $\text{२क} = \text{ख}^{२} \therefore \text{क} = \frac{\text{ख}^{२}}{२}$ । $\text{क}^{२} = \frac{\text{ख}^{४}}{४} \therefore \text{क}^{२} + \text{२ख}^{२} = \frac{\text{ख}^{४}}{४} + \text{२ख}^{२} = \text{व}$ । $\text{ख}^{२}$ अनेन भक्ते (वर्गो वर्गेण भक्तो वर्गत्वं न त्यजति) $\frac{\text{ख}^{२}}{४} + २ = \text{व}$ ।

$\frac{१}{४} \times \text{ख}^{२} + २ = \text{ग}^{२}$ कल्पना $\therefore \text{ग}^{२} - \frac{१}{४}\text{ख}^{२} = २$ ।

$\frac{\text{ग}^{२} - \frac{१}{४}\text{ख}^{२}}{\text{ग} - \frac{१}{२}\text{ख}} = \frac{२}{\text{ग} - \frac{१}{२}\text{ख}}$ । वर्गान्तरं योगान्तरघातसममिति ।

$\text{ग} + \frac{१}{२}\text{ख} = \frac{२}{\text{ग} - \frac{१}{२}\text{ख}}$ । $\text{ग} - \frac{१}{२}\text{ख} =$ इष्टं यदि कल्प्यते तदा ।

$\text{ग} + \frac{१}{२}\text{ख} = \frac{२}{\text{इ}}$ | वियोगे जातम्

$\text{ग} - \frac{१}{२}\text{ख} = \text{इ}$ | $\text{ख} = \frac{२}{\text{इ}} - \text{इ}$ । अत्र यदि $\frac{१}{\text{२इ}}$ इष्टं कल्प्यते तदा ।

$$२ \div \frac{१}{\text{२इ}} = २ \times \frac{\text{२इ}}{१} - \frac{१}{\text{२इ}} = \frac{२ \times \text{४इ}^{२} - १}{\text{२इ}}$$

$$= \frac{\text{८इ}^{२} - १}{\text{२इ}} = \text{ख}$$ ।

मम प्रवद। यत्र बीजगणिते षोढ़ोक्तबीजगणितम् षट्-प्रकारकाऽव्यक्तगणितं परिभावयन्तः परिशीलयन्तः पटवः अपि जनाः बीजगणिते सुनिपुणाः अपि मूढ़ा इव क्लिश्यन्ति।

अत्र प्रथमानयने कल्पितमिष्टम् $\frac{1}{2}$ अस्य कृतिः $\frac{1}{4}$ अष्टगुणिताः २ व्येका १। दलिता $\frac{1}{2}$ इष्टेन $\frac{1}{2}$ विभाजिता प्रथमो राशिः १।

अस्य कृतिः १ दलिता $\frac{1}{2}$ सैका $\frac{3}{2}$ अयमपरो राशिः। एवं जातौ राशी $\frac{1}{1}$। $\frac{3}{2}$।

अथ द्वितीयप्रकारेणेष्टम् १ अनेन द्विगुणेन रूपं भक्तं $\frac{1}{2}$।

इष्टेन सहितं जातः प्रथमो राशिः $\frac{3}{2}$। द्वितीयो रूपमेव १। एवं राशी $\frac{3}{2}$। $\frac{1}{1}$।

एवं द्विकेनेष्टेन $\frac{9}{4}$। $\frac{1}{1}$। त्रिकेण $\frac{19}{6}$। $\frac{1}{1}$। त्र्यंशेन $\frac{1}{3}$ जातौ राशी $\frac{11}{6}$। $\frac{1}{1}$।

अथवा सूत्रम्।

इष्टस्य वर्गवर्गौ घनश्च तावष्टसंगुणौ प्रथमः।
सैको राशी स्याता मेवं व्यक्तेऽथवाऽव्यक्ते ॥२६॥

प्रकारान्तरेण राशीज्ञानमार्य्ययाह इष्टस्येत्यादि। इष्टस्य राशेः वर्गवर्गः वर्गस्य पुनर्वर्गः घनश्च कार्य्यः तौ राशी अष्टसंगुणौ राशी स्यातां, प्रथमः राशिः पुनः सैकः कार्य्यः। एवं व्यक्ते अथवा अव्यक्ते वर्गकर्म्म साध्यम्।

अत्रोपपत्तिः।

कल्पितौ राशी ८ क^{४} + १, क^{३}।

अनयोर्वर्गौ ६४ क^{८} + १६ क^{४} + १, क^{६}।

युतिवियुती व्येके = ६४क^{८} + १६क^{४} $\pm$ क^{६} अस्यमूल्य भवत्येव। अत उक्तं इष्टस्येति।

इष्टम् $\frac{१}{२}$। अस्य वर्गवर्गः $\frac{१}{१६}$। अष्टघ्नः $\frac{१}{२}$। सैकोजातः प्रथमोराशिः $\frac{३}{२}$ पुनरिष्टम् $\frac{१}{२}$ अस्य घनः $\frac{१}{८}$ अष्टगुणो जातो द्वितीयो राशिः $\frac{१}{१}$ एवं जातौ राशी $\frac{३}{२}$। $\frac{१}{१}$। अथैकेनेष्टेन ९। ८ द्विकेन १२९। ६४। त्रिकेन ६४९। २१६।

एवं सर्व्वेष्वपि प्रकारेष्विष्टवशादानन्त्यम्।

पाटीसूत्रोपमं बीजं गूढमित्यवभासते
नास्ति गूढममूढानां नैव षोढेत्यनेकधा ॥३०॥

सुबुद्धीनां स्तावन-व्याजेन आत्मनोबुद्धि-प्राचुर्य्य मनुष्टुभा व्यञ्जयति पाटीसूत्रोपममित्यादि। बुद्धिमतां बीजं बीज-गणितम् पाटीसूत्रोपमं पाटीगणित-तुल्यसहज बोध्यं मन्दानां गूढ़ मिति अवभासते। अमूढ़ानां सुबुद्धीनां गूढ़ं अबोध्यं नास्ति। षोढ़ा षट्प्रकारकमपि न किन्तु अनेकधा स्यात्।

अत्र ज्ञानराजदैवज्ञ नप्ता बालकृष्णदैवज्ञः

इष्टः प्रथमो राशिर्निजार्द्ध निघ्नतः स एवान्यः।
अनयोः कृतियुति वियुती रूपयुते मूलदे स्यातां॥
रूपद्वयादल्प इष्टे कल्पिते कृतिवियुतिपक्षे नैतत् घटते।

लक्ष्मीदास मिश्राः।

चतुर्गुणेष्ट माद्यः स द्विघ्नोऽभीष्टसंगुणोऽपरोराशिः।
अनयोः कृतियुतिवियुती रूपयुते मूलदे स्याताम्॥
रूपार्द्धादल्प इष्टे कल्पिते चेदं कृतिवियुतिपक्षे न घटते।

इति वर्गकर्म्म।

अथ मूलगुणके करणसूत्रं वृत्तद्वयम्।

QUADRATIC EQUATION.

गुणघ्नमूलोनयुतस्य राशे
र्दृष्टस्य युक्तस्य गुणार्द्धकृत्या।

मूलं गुणार्द्धेन युतं विहीनं
वर्गीकृतं प्रोष्टुरभिष्टराशिः ॥३१॥
यदा लवैश्चोनयुतः स राशि
रेकेन भागोनयुतेन भक्त्वा।
दृश्यं तथा मूलगुणञ्च ताभ्यां
साध्यस्ततः प्रोक्तवदेव राशिः ॥३२॥

योराशिः स्वमूलेन केनचिद् गुणितेनोनो दृष्टस्तस्य मूलगुणार्द्धकृत्या युतस्य यत् पदं तद् गुणार्द्धेन युतं कार्य्यम्। यदि गुणघ्नमूलयुतो दृष्टस्तर्हि हीनं कार्य्यम्। तस्य वर्गो राशिःस्यात्।

अथ वर्ग कर्म्म विषयत्वेन मूलगुणकमुपजातिकाद्वयेनाह गुणघ्नेत्यादि।

प्रथमः श्लोकः ग्रन्थकृतैव व्याख्यातः अथ द्वितीयो व्याख्यायते—गुणघ्नमूलयुतोनः स राशिः यदा लवैश्च ऊनयुतोदृष्ट स्तदा तैर्भागैः क्रमेण ऊनयुतेन एकेन दृश्यं तथा मूल-गुणञ्च भक्त्वा, तत स्ताभ्यां दृश्यमूलगुणकाभ्यां प्रोक्तवत् गुणघ्नमूलोनेत्यादिना राशिः साध्यः।

अत्रोपपत्तिः।

प्रश्नानुसारेण कल्प्यतां $क \pm ख\sqrt{क} = ग$ अत्रैस्य वर्ग-योजने मूलं स्यादिति।

$$क \mp ख\sqrt{क} + \left(\frac{ख}{२}\right)^२ = ग + \left(\frac{ख}{२}\right)^२ ।$$

$$= \sqrt{क} \mp \frac{ख}{२} = \sqrt{ग + \left(\frac{ख}{२}\right)^२}$$

$$= \sqrt{क} = \sqrt{ग + \left(\frac{ख}{२}\right)^२} \pm \frac{ख}{२} ।$$

$$\therefore क = \left\{\sqrt{ग + \left(\frac{ख}{२}\right)^२} \pm \frac{ख}{२}\right\}^२$$

अत उक्तं गुणघ्नमूलेनेत्यादि।

यदा लवैरित्यत्रालापाऽनुसारेण।

$$क \mp \frac{घ}{च} क \mp ख\sqrt{क} = ग ।$$

$$= क\left(१ \mp \frac{घ}{च}\right) \mp ख\sqrt{क} = ग$$

$$= क \pm \frac{ख\sqrt{क}}{१ \mp \frac{घ}{च}} = \frac{ग}{१ \mp \frac{घ}{च}}$$

ततः गुणघ्नमूलोनेत्यस्यैव घटते। अत उक्तं यदा लवैरित्यादि।

मूलोनेदृष्टे तावदुदाहरणम्।

बाले मराल-कुल-मूल-दलानि सप्त

तीरे विलास-भर-मन्थरगान्यपश्यम्।

कुर्व्वच्च केलि-कलहं कलहंस-युग्मं *

शेषं जले वद मरालकुल प्रमाणम् ॥

मूलोने राशौ दृष्टे वसन्ततिलकेनोदाहरणमाह बाले मरालेति । मरालानां हंसानां कुलस्य समूहस्य यन्मूलं तस्य दलानि सप्त अर्थात् मूलस्य सप्तार्द्धं तीरे विलासभरमन्थरगानि विलासभरेण मन्थरं मन्दं मन्दं गच्छन्तीति तथाभूतानि अपश्यम् । शेषं कलहंसयुग्मं राजहंसद्वयं (कलहंसो हि राजहंस इति विश्वः) जले केलिकलहं कुर्व्वत् दृष्टं हे ! बाले ! मरालकुलप्रमाणं वद ॥

अत्र सप्तार्द्धं मूलगुणकः $\frac{७}{२}$ दृश्यम् २ । दृष्टस्यास्य २ गुणार्द्धकृत्या $\frac{४९}{१६}$ युतस्य $\frac{८१}{१६}$ मूलम् $\frac{९}{४}$ गुणार्द्धेन $\frac{७}{४}$ युतम् ४ वर्गीकृतं जातं हंसकुल-मानम् १६ ।

मूलयुतदृष्टे तावदुदाहरणम् ।

यत्पदैर्नवभिर्युक्तः स्याच्चत्वारिंशताधिकम् ।

शतद्वादशकं विद्वन् कः स राशि र्निगद्यताम् ।

---

* किलहंसयुग्ममित्यपि पाठोदृश्यते ।

अथ मूलयुते राशावुदाहरणमनुष्टुभाह स्वपदैरित्यादि
यः राशिः नवभिः स्वपदैः युक्तः चत्वारिंशताधिकं
शतद्वादशकं द्वादशशतंः स्यात् भो विद्वन् ! स राशिः क इति
निगद्यताम् कथ्यताम् ।

न्यासः । मूलगुणकः ९ दृश्यम् १२४० । उक्त-
प्रकारेण जातो राशिः ९६१ ।

उदाहरणम् ।

यातं हंसकुलस्य मूलदशकं मेघागमे मानसं
प्रोड्डीय स्थलपद्मिनी वनमगादष्टांशकोऽम्भस्तटात् ।
बाले बालमृणालशालिनी जले केलिक्रियालालसं
दृष्टं हंसयुगत्रयं च सकलां यूथस्य संख्यां वद ॥

मूलोनेऽंशोने च राशौ दृष्टे शार्दूलविक्रीडितेनोदाहरण
माह यातं हंसेत्यादि । हंसकुलस्य मूलदशकं मेघागमे
वर्षाकाले मानसं मानसं सरोवरं वर्त्तमानतिब्बतदेशीय-
सरोवरविशेषं प्रति यातम् । तत् सरस्तु कैलासपर्व्वते ब्रह्मणा
निर्म्मितम् ।

कैलासपर्व्वते राम ! मनसा निर्म्मितं परम् ।
ब्रह्मणा नरशार्दूल ! तेनेदं मानसं सरः ।
इति रामायणे आदिकाण्डे २४ सर्गः ॥

वर्षागमे हंसा मानसं गच्छन्तीति प्रसिद्धिः। हंसकुलस्याष्टांशकः अम्भस्तटात् जलतीरात् प्रोड्डीय स्थलपद्मिनीनां स्थले पद्मिनीव तेषां स्वनामख्यातपुष्पविशेषाणां वनं अगात्। बालमृणालशालिनि जले बालानि कोमलानि यानि मृणालानि तैः शालत इति तथाभूते जले केलिक्रियालालसं केलि-क्रिडायामनुरक्तं हंसयुगत्रयं हंसषट्कं दृष्टम्। हे बाले! युथस्य हंससमूहस्य सकलां संख्यां वद।

न्यासः मूलगुणकः १०। भागः $\frac{१}{८}$। दृश्यम् ६। लवैश्चोनयुतस्तुल्यकैन १ भागोनेन $\frac{७}{८}$ मूलगुणे १०। दृश्यं ६ च भक्तं जातं मूलगुणकः $\frac{८०}{७}$ दृश्यम् $\frac{४८}{७}$ अाभ्यामभीष्टं गुणघ्नमूलोनयुतस्येत्यादिविधिना जातं हंस कुलमानम् १४४।

उदाहरणम्।

पार्थः कर्णवधाय मार्गणगणं क्रुद्धोरणे संदधे
तस्यार्द्धेन निवार्य तच्छरगणं मूलैश्चतुर्भिर्हयान्।
शल्यं षड्भिरथेषुभिस्त्रिभिरपि च्छत्रं ध्वजं कार्म्मुकं
चिच्छेदास्य शिरः शरेण कति ते यानर्ज्जुनः संदधे॥

पूर्व्वसदृशमेवोदाहरणं शार्दूलविक्रीड़ितेनाह पार्थः कर्णवधायेति । पृथायाः कुन्त्याः अपत्यं पार्थः अर्ज्जुनः क्रुद्धः सन् रणे कर्णवधाय मार्गणगणं बाणसमूहं संदधे सन्धानं कृतवान् । तस्य बाणस्यार्द्धेन तत्क्षुरगणं कर्णनिःक्षिप्त-शरसमूहं निवार्य्य, चतुर्भिः मूलैः शल्यं शल्यनामकं कौरवपक्षीयं राजानं निवार्य्य, त्रिभिः इषुभिः छत्रं, ध्वजं, कार्म्मुकञ्च चिच्छेद । एकेन शरेण अस्य कर्णस्य शिरः अपि चिच्छेद । एवं दृष्टा १० बाणाः । यान् अर्ज्जुनः संदधे ते शराः कतीति वद ।

न्यासः । मूलगुणकः ४ भागः $\frac{1}{2}$ । दृश्यम् १० । यदा लवैश्चानयुतदृत्यादिना जाता बाणगणः १०० ।

उदाहरणम् ।

अलि-कुल-दल-मूलं मालतीं यातमष्टौ
निखिल-नवमभागाश्चालिनी भृङ्गमेकम् ।
निशि-परिमल-लुब्धं पद्ममध्ये निरुद्धः
प्रतिरणति रणन्तं ब्रूहि कान्तेऽलिसंख्याम् ॥

पुनर्विशेषोदाहरणं मालिन्याह अलिकुलेति । अलि-कुलस्य यद्दलमर्द्धं तस्यमूलं मालतीं स्वनामख्यात-पुष्पविशेषं

प्रति यातम् । निखिलस्य समूहस्यालिकुलस्य अष्टौ नवम-भागाः च मालतीं याताः । शेषा अलिनी भ्रमरजातीयस्त्री निशि रात्रौ परिमललुब्धं सुगन्धलोलुपं अतएव पद्ममध्ये निरुद्धं रात्रौ पद्मिन्याः संकोचात् तत्रावद्धं रणन्तं शब्दाय-मानं रणन्ती प्रतिशब्दायते अये ! कान्ते ! अलिसंख्यां वद ।

अत्र किल राशिनवांशाष्टकं राश्यर्द्धमूलं च राशे र्ऋणं रूपद्वयं दृश्यम् एतद्दृणं दृश्यं स्याद्द्विगुणितं राश्यर्द्धं भवति । तत्रापि राश्यंशार्द्धं राश्यर्द्ध-स्यांशः स्यादिति भागः स एव ।

तथा न्यासः । मूलगुणकः $\frac{2}{2}$ भागः $\frac{8}{9}$; दृश्यम् १ । अतः प्रागवत् लब्धं राशिदलम् ३६ । एतद् द्विगुणितमलिकुलमानम् ७२ ।

इत्थमेव राश्यंश मूलवशेन मूलगुणं दृश्यं च विभज्य सुधिया राश्यंशाः साध्याः ।

उदाहरणम् ।

यो राशि रष्टादशभिः स्वमूलै
राशि त्रिभागेन समन्वितश्च ।

जातं शतद्वादशकं तमाशु
जानीहि पाट्यां पटुताऽस्ति ते चेत् ॥

अथोदाहरणमिन्द्रवज्रयाह योराशि रित्यादि। चेद् यदि ते तव पाट्यां पाटीगणिते पटुता नैपुण्यमस्ति तर्हि यः राशिः अष्टादशभिः स्वमूलैः राशित्रिभागेन च समन्वितः युक्तः शतद्वादशकं द्वादशशतं जातम्, तं राशिं जानीहि ।

न्यासः । मूलगुणकः १८ । भागः $\frac{1}{3}$ । दृश्यम् १२०० । अत्रैकेन भागयुतेन $\frac{4}{3}$ मूलगुणं दृश्यं च भक्त्वा प्रागवज्जातो राशिः ५७६ ।

अत्र गणेशदैवज्ञोक्तोदाहरणद्वयम् ।

कोराशि स्त्रिगुणः स्वस्यमूलेनैकेन वर्ज्जितः ।
राशित्र्यंशेन चोनः स्याद् द्वयं त्वं वेत्सि चेद् वद ॥

अत्र मूलगुणं दृश्यञ्च त्रिभिः संगुण्य यदा लवैरित्यादिना राशिः ।

अन्यच्च ।

कोराशिः स्वचतुर्थांशहीनो राश्यष्टभागयुक् ।
राशिमूलत्रयेणोनो द्वयं स्याद्वद तं द्रुतम् ॥

अत्र धनांशेनोनमृणांशेनयुक्तं कृत्वा तेन मूलगुणं दृश्यं च विभज्य गुणघ्न मूलोनेत्यादिना राशिः १६ ।

इति गुणकर्म्म ।

अथ त्रैराशिके करणसूत्रं वृत्तम्।

RULE OF THREE.

प्रमाणमिच्छा च समानजाती
आद्यन्तयोः स्तः फलमन्यजातिः।
मध्ये तदिच्छाहतमाद्य हृत् स्या
दिच्छाफलं व्यस्तविधि र्विलोमे ॥२३॥*

अथ त्रैराशिकमुपजात्याह प्रमाणमित्यादि। त्रिभ्यो राशिभ्योभवमिति त्रैराशिकम्। प्रमीयतेऽनेनेति प्रमाणम् (Argument)। एषणमिच्छा (Requisition)। एते निष्कादिभिः दिनादिभिरन्यैर्व्वा समाना जाती भवतः। ते आद्यन्तयोः क्रमेण प्रथमतृतीययोः स्थाप्ये। ताभ्यां सकाशात् फल (Produce of the Argument) मन्य जातिः, तद् मध्ये प्रमाणेच्छयोः मध्ये द्वितीयस्थाने स्थाप्यम्। तत् फलं इच्छाहतं आद्येन प्रमाणेन हृत् भक्तं इच्छाफलं स्यात्। विलोमे (inverse Rule of three) तु व्यस्तविधिः, फलमाद्येन हतं इच्छाभक्तं इच्छाफलं स्यादित्यर्थः।

---

* यत्रेच्छावृद्धौ फलस्य वृद्धिः इच्छाक्षये च फलस्य क्षय स्तत्र क्रमत्रैराशिकमन्यथा व्यस्तमिति।

अत्रोपपत्तिः।

यदि पञ्चभी रौप्यमुद्राभिः चत्वारिंशत् ४० सेरमिता-स्तण्डुला लभ्यन्ते तदा १२ द्वादशभिर्मुद्राभिः कति तण्डुला इति प्रश्ने $\frac{४०}{५}$ = ८ एकमुद्रया लब्धतण्डुलमानम्।

अतः १२ मुद्राभिः ८ × १२ = $\frac{४० \times १२}{५}$ = ९६ सेर मितास्तण्डुलाः।

अत्र ५ इति प्रमाणम्। १२ इतीच्छा। ४० इति फलम् (प्रमाणफलं)। ९६ इतीच्छाफलम्।

अतः फलं इच्छाहतं प्रमाणहृतं इच्छाफलं स्यादित्यु पपन्नम्।*

व्यस्तत्रैराशिके तु ये तण्डुलराशयः १० मनुष्याणां ३० दिवस-भोजनोपयोगिनस्ते १५ मनुष्याणां कियद्दिवस-भोजनोपयुक्ताः भवेयुरिति प्रश्ने—

१० मनुष्याणां ३० दिवस-भोजनीयास्तण्डुला एक-मनुष्यस्य १०×३०=३०० दिवस-भोजनीयाः। अतः १५ मनुष्याणां $\frac{३००}{१५}$ = २० दिवसभोजनोपयुक्ताः अतः फलं ३० त्रिंशत्, प्रमाणेन १० इत्यन्येन गुणितं इच्छया १५ इति संख्यया भक्तं, इच्छाफलमिति सिद्धम्। पूर्व्वप्रदर्शितक्रम-

* त्रैराशिके प्रथमचतुर्थयोर्घातः द्वितीयतृतीययोर्घातसमः स्यादतः द्वितीय-तृतीययोः क्रमेण इच्छाफलयोर्घातः प्रथमेन प्रमाणेन भक्तं चतुर्थमिच्छाफलं भवेदिति स्पष्टम्।

त्रैराशिके फलं इच्छाहतं प्रमाणहृतमिच्छाफलं स्यादत्र तु फलं प्रमाणहतमिच्छाभक्तमिच्छाफलं स्यादिति वैपरीत्यादुक्तं व्यस्तविधिर्विलोमे इति।

उदाहरणम्।

कुङ्कुमस्य सदलं पलद्वयं
निष्कसप्तमलवैस्त्रिभिर्यदि।
प्राप्यते सपदि मे वणिग्वर
ब्रूहि निष्कनवकेन तत् कियत्॥

निष्कैः प्रमाणेच्छयोः समजातित्वोदाहरणं रथोद्धतयाह कुङ्कुमस्येति। यदि निष्कस्य त्रिभिः सप्तमलवैः सप्तमांशानां भागत्रयेण कुङ्कुमस्य स्वनामप्रसिद्ध-गन्धद्रव्यस्य सदलं पलद्वयं सार्द्धपलद्वयं प्राप्यते, तदा निष्कनवकेन तत् कुङ्कुमं कियत् प्राप्यते इति हे वणिग्वर! वणिक्श्रेष्ट! सपदि शीघ्रं ब्रूहि।

न्यासः। $\frac{३}{७}$ । $\frac{५}{२}$ । $\frac{९}{१}$ । लब्धानि कुङ्कुम-पलानि ५२। कर्षौ २।

उदाहरणम्।

प्रकृष्टकर्पूरपलत्रिषष्ट्या
चेल्लभ्यते निष्कचतुष्कयुक्तम्।

शतं तदा द्वादशभिः सपादैः
पलैः किमाचक्ष्व सखि विचिन्त्य ॥

पलैः समजातित्वोदाहरणमुपजात्याह प्रकृष्टेति । हे सखे ! प्रकृष्टस्य उत्कृष्टस्य कर्पूरस्य पलानां त्रिषष्ट्या चेद् यदि निष्कचतुष्कयुक्तं शतं लभ्यते तदा सपादैः द्वादशभिः पलैः किं लभ्यते इति विचिन्त्य आचक्ष्व वद ।

न्यासः । ६३ । १०४ । $\frac{४९}{४}$ । लब्धाः निष्काः २० । द्रम्माः ३ । पणाः ८ । काकिण्यः ३ वराटकाः ११ । वराटकभागाश्च $\frac{१}{९}$ ।

उदाहरणम् ।

द्रम्मद्वयेन साष्टांशा शालि-तण्डुल खारिका ।
लभ्या चेत् पणसप्तत्या तत् किं सपदि कथ्यताम् ॥

प्रमाणेच्छयोः समजातित्वं सम्पाद्येच्छाफलसाधनोदाहरण मनुष्टुभाह द्रम्मद्वयेनेति । चेत् यदि द्रम्मद्वयेन साष्टांशा शालितण्डुलानां हैमन्तिकशुक्ल-धान्य-तण्डुलानां (कण्डनेन विना शुक्ला हेमन्ताः शालयःस्मृताः) खारिका लभ्या, तदा पणसप्तत्या किम् लभ्यमिति सपदि शीघ्रं कथ्यताम् ।

अत्र प्रमाणस्य सजातीयकरणार्थं द्रम्मद्वयस्य पलीकृतस्य न्यासः। ३२। $\frac{१}{६}$। ७०। लब्धे खार्यौ २। द्रोणाः ७। आढ़कः १ प्रस्थौ २।

अथ व्यस्तत्रैराशिकम्।

INVERSE RULE OF THREE.

इच्छावृद्धौ फले ह्रासो ह्रासे वृद्धिश्च जायते।
व्यस्तं त्रैराशिकं तत्र ज्ञेयं गणितकोविदैः ॥३४॥

यत्रेच्छा वृद्धौ फले ह्रासो ह्रासे वा फलवृद्धि स्तत्र व्यस्तत्रैराशिकम् ॥ तद् यथा—

जीवानां वयसोमूल्ये तौल्ये वर्णस्य हेमनि।
भागहारे च राशीनां व्यस्तं त्रैराशिकं भवेत्।

व्यस्तत्रैराशिकस्थानं सूचयति जीवानामित्यादि। जीवानां वयसः मूल्ये वयोऽनुपाताद् मूल्य-निर्णय-विषये हेमनि स्वर्णपरिमाणे वर्णस्य तौल्ये वर्णपरिमाणविषये राशीनां भागहारे च व्यस्तं त्रैराशिकं भवेत्।

अत्रोपपत्तिः पूर्व्वमेवोक्ता।

उदाहरणम् ।

प्राप्नोति चेत् षोड़शवत्सरा स्त्री
द्वात्रिंशतं विंशतिवत्सरा किम् ।
द्विधूर्वहो निष्कचतुष्क मुक्ता
प्राप्नोति धूःषट्कवहस्तदा किम् ॥

जीवानां वयसःमूल्ये व्यस्तत्रैराशिकोदाहरणमुपजात्याह प्राप्नोतीति । चेद् यदि षोड़शवत्सरा स्त्री द्वात्रिंशतम् प्राप्नोति तदा विंशतिवत्सरा किं प्राप्नोति ? अत्र षोड़शवयस्कायाः शारीरिकगुणातिशय्येन मूल्याधिक्यं ; ततो यावद्वय उपचीयते तावन्मूल्यमपचीयते । अतः व्यस्तत्रैराशिकम् । द्विधूर्वहः द्वे धुरौ वहतीति द्विधूर्वहः उक्ता निष्कचतुष्कं प्राप्नोति तदा धूःषट्कवहः उक्ता किं प्राप्नोतीति वद । द्विवर्षो वृषः द्विधूर्वह इत्युच्यते । द्विधूर्वहस्य मूल्याधिक्यं स्यात् ततः परं क्रमशः मूल्यापचयो भवेत् । अतः व्यस्तत्रैराशिकम् ।

न्यासः । १६ । ३२ । २० । लब्धं निष्काः २५ द्रम्माः ९ पणाः ९ काकिण्यौ २ वराटकाः ८ ।

द्वितीयन्यासः । २ । ४ । ६ । लब्धं १ भागाश्च $\frac{1}{3}$ ।

उदाहरणम्

दशवर्णं सुवर्णं चेद् गद्यानकमवाप्यते ।
निष्केण तिथिवर्णं तु तदा वद कियन्मितम् ।

अथ सुवर्णे व्यस्तत्रैराशिकोदाहरणमनुष्टुभाह दशेति। चेद् यदि निष्केण दशवर्णं सुवर्णं गद्यानक-परिमितं अवाप्यते तदा तिथिवर्णं पञ्चदशवर्णं सुवर्णं कियन्मितं प्राप्यते ? **सममूल्येन यथा यथा** वर्णाधिक्यं (स्वर्णस्योत्कर्षः) **तथा** तथा स्वर्णाल्पत्वं स्यादतः व्यस्तम् ।

न्यासः । १० । १ । १५ । **लब्धं** $\frac{2}{3}$ ।

उदाहरणम्

सप्ताढ़केन मानेन राशौ शस्यस्य मापिते ।
यदि मानशतं जातं तदा पञ्चाढ़केन किम् ॥

भागहारे च राशीनामित्यस्योदाहरणमनुष्टुभाह सप्ताढ़केनेति । यदि सप्ताढ़केन मानेन शस्यस्य राशौ मापिते मानशतं जातं तदा पञ्चाढ़केन किमिति वद ।

न्यासः । ७ । १०० । ५ । **लब्धं** १४० ।

अभ्यासार्थमुदाहरणानि ।

१ । यदि मण ४ चतुष्कमितशर्कराः चतुश्चत्वारिंशद् मुद्राभिर्लभ्यन्ते, तदा १७ सप्तदशमण मितशर्कराणां मूल्यं वद ? उत्तरम् १८७ मुद्राः ।

२ । किमपि कर्म्म १२ द्वादशभि र्मनुष्यैः २५ पञ्चविंशति-दिवसैः सम्पाद्यते २० विंशत्यार्मनुष्यैस्तत् कियद्भिर्दिनैरिति वद ? उत्तरम् १५ दिवसैः ।

३ । यदि ७ सप्तनिष्कैः ५ खारी, ८ द्रोण, ३ आढ़क २ प्रस्थमितं धान्यं लभ्यते तदा निष्काणां सप्तविंशत्या कियत् ? उत्तरम् २१ खार्य्यः ६ द्रोणाः ३ आढ़काः $\frac{6}{7}$ प्रस्थाश्च ।

४ । यस्य मासिकी (३० दिवसेषु) प्राप्तिः ३२ मुद्राः १२ आनकाः तस्य १२ दिवसेषु प्राप्तिः कियतीति वद ? उत्तरम् १३ मुद्राः १$\frac{3}{5}$ आनकाच ।

५ । यःप्रत्यहं १२ क्रोशमितपथमतिक्रम्य २५ पञ्च-विंशत्या दिनैः स्वग्रामात् कलिकातानगरीं गन्तुं समर्थः स १० क्रोशान् प्रत्यहमतिक्रम्य कियद्भिर्दिनैस्तत्र यातुं शक्नुयात् ? उत्तरम् ३० त्रिंशद्दिवसैः ।

६ । कस्मिंश्चिद् दुर्गे ५०० सैनिकानां ४० दिवस-भोजनोपयोगि-खाद्यमस्ति, तत् १६ दिवसै निःशेषितं, दुर्गस्य सैन्यसंख्यां वद । उत्तरम् १२५० सैन्यानि ।

पञ्चराशिकादौ करणसूत्रं वृत्तम्

DOUBLE RULE OF THREE.

पञ्चसप्तनवराशिकादिके
ऽन्योऽन्यपक्षनयनं फलच्छिदाम्।
संविधाय बहुराशिजे वधे
स्वल्पराशिवध भाजिते फलम् ॥३६॥

पञ्चादिराशिभिः फलसाधनमिन्द्रवज्रयाह पञ्चेति। पञ्चसप्तनवराशिकादिके फलच्छिदां फलानिच छिदश्च फलच्छिदः तेषां अन्योऽन्यपक्षनयनं संविधाय बहुराशिभ्यो जाते वधे स्वल्पराशिवधेन भाजिते इच्छाफलं भवेत्।

अत्रोपपत्तिः

पञ्चराशिके त्रैराशिकद्वयेन, सप्तराशिके त्रैराशिकत्रयेणास्योपपत्तिः। यथा मासे शतस्येति प्रथमोदाहरणे यद्येकस्मिन् मासे ५ पञ्च कलान्तरं वृद्धिः (Interest) तदा १२ द्वादशभिर्मासैः किमिति जातम् कलान्तरं $\frac{५ \times १२}{१}$। यदि शतस्येदं $\frac{५ \times १२}{१}$ कलान्तरं तदा १६ षोड़शानां किमिति $\frac{५ \times १२ \times १६}{१ \times १००}$ लब्धं कलान्तरम्। अत बहुराशीनां वधः स्वल्पराशिवधेन भाजितः फलं भवेत्। अत उक्तं

संविधाय बहुराशिजे वधे इत्यादि। एवं सप्तराशि-
कादावपि बोध्यम्।

अत्रोद्देशकः

मासे शतस्य यदि पञ्च कलान्तरं स्या
द्वर्ष गते भवति किं वद षोड़शानाम्।
कालं तथा कथय मूलकलान्तराभ्यां
मूलं धनं गणक कालफले विदित्वा॥

पञ्चराशिकोदाहरणं वसन्ततिलकेनाह।

हे गणक! यदि मासे शतस्य पञ्च कलान्तरं स्यात्, तदा वर्षे गते द्वादशमासेषु षोड़शानां किं भवतीति कथय। तथा मूलकलान्तराभ्यां कालं कथय। तथा कालफले कालकलान्तरे विदित्वा मूलं धनं कथय।

न्यासः।

१	१२
१००	१६
५	०

लब्धं कलान्तरम् $९\frac{३}{५}$।

कालज्ञानार्थं न्यासः

१	०
१००	१६
५	$\frac{४८}{५}$

लब्धा मासाः १२॥

मूलधनार्थं न्यासः

१	१२
१००	०
५	$\frac{४८}{५}$

पूर्व्ववल्लब्धं मूलधनम् १६।

उदाहरणम् ।

सत्र्यंशमासेन शतस्य चेत् स्यात्
कलान्तरं पञ्च सपञ्चमांशाः ।
मासैस्त्रिभिः पञ्चलवाधिकैस्तत्
सार्द्धद्विषष्टेः फलमुच्यतां किम् ॥

अत्रोदाहरणमुपजात्याह सत्र्यंशेति । सत्र्यंशमासेन चेद् यदि शतस्य सपञ्चमांशाः पञ्च कलान्तरं स्यात्, तर्हि पञ्चलवाधिकैः त्रिभिः मासैः सार्द्धद्विषष्टेः किं फलं स्यादिति भो गणक ! उच्यताम् ।

न्यासः

१ $\frac{१}{३}$	३ $\frac{१}{५}$
१००	६२ $\frac{१}{२}$
५ $\frac{१}{५}$	०

लब्धं कलान्तरम् ७$\frac{४}{५}$ ।

अथ सप्तराशिकोदाहरणम् ।

विस्तारे त्रिकराः कराष्टकमिता दैर्घ्ये विचित्राश्च चे-
द्रूपैरुत्कट-पट्टसूत्र-पटिका अष्टौ लभन्ते शतम् ।
दैर्घ्ये सार्द्धकरत्रयाऽपर पटी हस्तार्द्ध विस्तारिणी
तादृक् किं लभते द्रुतं वद वणिग्वाणिज्यकं वेत्सि चेत् ॥

अथ समराशिकोदाहरणं शार्दूलविक्रीडितेनाह विस्तार इत्यादि। त्रयः कराः प्रमाणं यासां ताः त्रिकराः। विस्तारे त्रिकराः हस्तत्रयमिताः दैर्घ्ये कराष्टकमिताः अष्टहस्तमिताः, उत्कटाः श्रेष्ठाः, रूपैः विचित्राः नानावर्णाः, पट्टसूत्र पटिकाः कौषेय-वस्त्राणि, अष्टौ यदि शतं लभन्ते, तदा दैर्घ्ये सार्द्ध-त्रयकराः, हस्तार्द्धं विस्तारःयस्याः तथाभूता, तादृक् रूपादिना तत्सदृशो अपरा पटो अपरवस्त्रं किं लभते? इति हे वणिक्! चेद् वाणिज्यकं क्रयविक्रयादिरूपं वणिजः कर्म्म वेत्सि तर्हि द्रुतं वद।

न्यासः

३	१/२
८	७/२
८	१
१००	०

लब्धं निष्कः ०। द्रम्माः १४। पणाः ८। काकिणी १। वराटकाः $६\frac{२}{३}$।

अथ नवराशिकोदाहरणम्।

पिण्डे येऽर्कमिताङ्गुलाः किलचतुर्वर्गाङ्गुला विस्तृतौ
पट्टा दीर्घतया चतुर्द्दशकरा स्त्रिंशल्लभन्ते शतम्।
एता विस्तृति पिण्डदैर्घ्यमितयो येषां चतुर्वर्ज्जिताः
पट्टास्ते वद मे चतुर्द्दश सखे मूल्यं लभन्ते कियत्॥

नवराशिकोदाहरणं शार्दूलविक्रीडितेनाह पिण्डे इत्यादि।

ये पट्टाः पिण्डे स्थूलत्वे अर्कमिताङ्गुला-अर्कमितानि अङ्गुलानि प्रमाणं येषां तथाविधा, विस्तृतौ विस्तारे चतु-

र्वर्गाङ्गुलाः षोड़शाङ्गुलविस्तारा:, दीर्घतया चतुर्द्दशकरा चतुर्द्दशहस्तदैर्घ्या, एवम्भूता त्रिंशत् पट्टाः किल शतं लभन्ते, तर्हि येषां चतुर्वर्ज्जिता विस्तृतिपिण्डदैर्घ्यमितयः द्वादशाङ्गुलविस्तारा:, अष्टाङ्गुलपिण्डा:, दशहस्तदैर्घ्या, स्ते पट्टाः चतुर्द्दश कियत् मूल्यं लभन्ते इति हे सखे ! मे वद ।

न्यासः ।

१२	८
१६	१२
१४	१०
३०	१४
१००	०

लब्धं मूल्यं निष्का: १६ । द्रम्मा: १० । पणा: १० काकिण्यौ २ वराटका: १३ $\frac{१}{३}$ ।

अथैकादशराशिकोदाहरणम् ।

पट्टा ये प्रथमोदितप्रमितयो गव्यूतिमात्रे स्थिता
स्तेषामानयनाय चेच्छकटिनां द्रम्माष्टकं भाटकम् ।
अन्ये ये तदनन्तरं निगदिता माने चतुर्वर्जिता
स्तेषां का भवतीति भाटकमितिर्गव्यूतिषट्के वद ॥

अथैकादशराशिकोदाहरणं शार्द्दूलविक्रीड़ितेनाह पट्टा ये इति । हे सखे ! प्रथमोदितप्रमितयः—प्रथमं उदिताः कथिताः प्रमितयः येषां तथाभूताः द्वादशाङ्गुलपिण्डा:, षोड़शाङ्गुलविस्तारा:, चतुर्द्दशहस्तदैर्घ्या, एवंविधा त्रिंशत् पट्टाः ये गव्यूतिमात्रे क्रोशद्वयान्तरे स्थिता: तेषां आनयनाय

चेत् शकटिनां भाटकं (भाड़ा इतिभाषा) द्रम्माष्टकं भवति। तर्हि तदनन्तरं माने चतुर्वञ्जिताः अन्ये ये निगदिताः द्वादशाङ्गुलविस्ताराः, अष्टाङ्गुलपिण्डाः, दशहस्तदैर्घ्याः, तथाभूताः चतुर्दश पट्टाः तेषां गव्यूतिषट्के क्रोशद्वादशके का भाटकमितिः भवतीति वद ।

न्यासः ।

१२	८
१६	१२
१४	१०
३०	१४
१	६
८	०

लब्धा भाटके द्रम्माः ८ ।

प्रकारान्तरेण बहुराशिके फलसाधनम् ।

बहुराशिके पञ्चाद्यो विषमसंख्यका राशयो ज्ञाताः सन्ति। तेभ्यः इच्छाफलं साधनीयम् । तवेच्छाफलं द्वित्रादिभि स्त्रैराशिके निर्णीयते ।

यथा—यदि १० दश मनुष्याः २४ चतुर्विंशतिभिर्दिवसैः १५ निवर्त्तनानां धान्यानि छेत्तुं समर्था स्तर्हि १५ पञ्चदश मनुष्याः कतिभिर्दिनैः २० विंशतिनिवर्त्तनानां धान्यानि छेत्तुं समर्था भवेयुः ?

अत्र यदि १५ निवर्त्तनानां धान्यानि २४ दिवसै श्छिद्यन्ते तदा २० निवर्त्तनानां कियद्भिरिति त्रैराशिकेन लभ्यन्ते ३२ दिवसाः ।

ततः यदि १० मनुष्या ३२ दिवसैः लुनन्ति तदा १५ मनुष्याः कतिभिरिति लब्धं वास्तवमिच्छाफलं २१ $\frac{१}{३}$ दिवसा इति।

अथवा त्रैराशिकोक्तविधिना ये गुणकाः स्यु स्ते एकस्यास्तिर्य्यग्रेखायाउपरि स्थाप्याः, ये च भाजकाः स्यु स्ते रेखाया अधःस्थाप्याः। द्वयोर्द्वयोर्गुणकयोर्भाजकयोश्च मध्ये × गुणचिह्नं विन्यस्य, यथासम्भवं केनापि समेनाऽङ्केनोर्द्ध्वाधरराशीनामपवर्त्त्य अपवर्त्तनशेषाणामुपरितनराशीनां वधेऽधस्तनानामपवर्त्तन-शेषाणां वधेन भाजिते इच्छाफलं प्राप्यते।

यथा पूर्व्वोदाहरणे $\frac{२० \times २४ \times १०}{१५ \times १५}$ ।

$$\frac{\overset{४}{\cancel{२०}} \times \overset{८}{\cancel{२४}} \times \overset{२}{\cancel{१०}}}{\underset{३}{\cancel{१५}} \times \underset{३}{\cancel{१५}}} = \frac{६४}{३} = २१\frac{१}{३}$$

अभ्यासार्थमुदाहरणानि।

१। यदि १० मनुष्याः प्रत्यहं १२ घटिकाः (आओयार) कर्म्म कृत्वा २४ दिवसैः कर्म्म समापयन्ति, तदा कति मनुष्याः प्रत्यहं ६ घटिकाः कर्म्म कृत्वा २० दिवसैः कर्म्म सम्पादयेयुः? उत्तरम् १६ मनुष्याः।

२। प्रतिरात्रि ५ घटिकाः व्याप्य ५ देवमन्दिरेषु ३० रात्रिषु दीपदानार्थं यदि ८ व्ययो भवेत् तदा प्रतिरात्रि ६ घटिकाः व्याप्य १० देवमन्दिरेषु १२ रात्रिषु दीपदानाय कियन्मितो व्ययो भवेदिति प्रश्ने, उत्तरम् ७ $\frac{१७}{२५}$।

३। प्रति ६ मिनिटमितकालेषु चतुःकृत्वः एकाग्नीनामकास्त्रं (तोप इति भाषा) निःक्षिप्य त्रिभिर्वृहन्नालैः (कामान इति भाषा) १ घटिकया (आओयार) यदि ५०० सैनिकानां नाशे समर्थो भवेत्तर्हि प्रति ५ मिनिटमित कालेषु वारत्रय मेकाग्नीमस्त्रं निःक्षिप्य कतिमितैर्वृहन्नालैः ३ घटिकाभिः (आओयार) १८०० सैन्यानां नाशे शक्नुयादिति प्रश्ने, उत्तरम् ४।

४। यदि ३६ मनुष्याः प्रत्यहं २० घटिकाः (दण्डान्) कर्म्म कृत्वा १६ दिवसैः ७२ गजमितदैर्घ्यं १८ गजमित विस्तारं १२ गजमितगभीरताविशिष्टं जलाधारं खनितुं शक्नुयुस्तदा ३२ मनुष्याः प्रत्यहं ३० घटिकाः कर्म्मकृत्वा कियद्दिवसैः ६४ गजमितदैर्घ्यं २७ गजमितविस्तृतं १८ गजमितगभीरं जलाधारं खनेयुः ? उत्तरम् २४ दिवसैः।

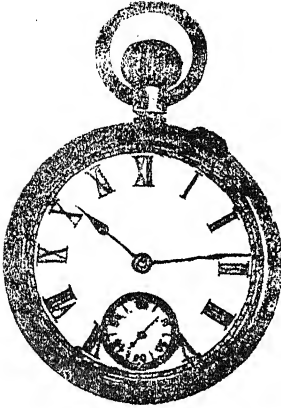
५। त्रयः पुरुषाः चतस्रः स्त्रियः पञ्च बालकाः षट् बालिकाश्च स्वातन्त्र्येण किमपि कर्म्म ६० दिवसैः सम्पादयितुं समर्थाः। १ पुरुषः २ स्त्रियौ ३ बालकाः

४ बालिकाश्च कतिभिर्दिवसैस्तत् सम्पादयेयुः ? उत्तरम् २८$\frac{४}{७}$ दिवसैः।

६। केनापि शिल्पिना ७५ दिवसैः ३ माइल मितस्थानं निर्म्मापयिष्यत इत्यङ्गीकृत्य १०० लोका नियुक्ताः। किन्तु ५० दिवसैः १ माइलमितपथः निर्म्मितः। निर्द्दिष्टसमयमध्ये तत्कर्म्मसमापनार्थं कियत्-संख्यकलोकानामाधिक्यं प्रयोजनीयम्। उत्तरम् २०० लोकानाम्।

७। एकः वाष्पीयरथः (रेलगाड़ी) ६० मिनिटमितकालेषु ३० माइलमित-स्थान-गमनोपयोगि-वेगेन कलिकातानामक नगराद्‌ वाराणसीगमनार्थं चलितः। तदैवाऽपरवाष्पीयरथः ६० मिनिटप्रमितकालेषु ५० माइलपरिमित-स्थान गमनोपयुक्त-वेगेन वाराणसीतश्चलितः। यदा रथद्वयमेकत्र मिलितं तदैकेनाऽपरतः १०० माइलमितस्थानमधिक मतिक्रान्तम्, नगरद्वयस्यान्तरम् वद। उत्तरम् ६०० माइल परिमितम्।

८। रामेण २० दिवसैः कस्यापि कर्म्मणः $\frac{५}{६}$ समाप्य, साहाय्यार्थं श्याममाहूय तेन सह दिनद्वयं कर्म्म कृत्वा चाऽवशिष्टं कर्म्म स्वयमेव रामेण $\frac{१}{२}$ दिवसेन समाप्तं श्यामः स्वातन्त्र्येन तत् कर्म्म कियद्भिर्दिनैः कर्त्तुं क्षमः ? उत्तरम् ३२ दिनैः।

त्रैराशिकान्तर्गत घटिका यन्त्र सम्बन्धीय नियमः।

घटिकायन्त्रेण समयनिर्णय-परिभाषा पूर्व्वमेवोक्ता। १ घटिका मितकाले मिनिटकालज्ञापक कण्टकं ६० मिनिटपरिमित-स्थानं भ्रमति। घटिकाज्ञापक-कण्टकं च ५ मिनिटमितस्थानं गच्छति। अतस्तयोरन्तरं ५५ मिनिटपरिमितस्थानम्। १५ मिनिटपरिमितस्थानान्तरितकण्टकाभ्यां समकोण उत्पद्यते। ३० मिनिटपरिमित-स्थानाऽन्तरितं कण्टक-द्वयं परस्परं वैपरीत्येन तिष्ठति।

उदाहरणम्।

१। २ द्विघटिकासमय ३ त्रिघटिकासमययो रन्तर्वर्त्तिकाले कदा घटिकाज्ञापक-मिनिटज्ञापककण्टकयोर्मिलनं? कदा तयोः समकोणत्वं? कदा वैपरीत्यावस्थानञ्च भवेदिति प्रश्ने—

२ घटिका मितसमये द्वयोरन्तरं १० मिनिटमितस्थानम्। यदा मिनिटज्ञापक-कण्टकं गत्यन्तरेण १० मिनिटमितस्थानं यास्यति तदा मिलनं भविष्यति। ६० मिनिटमितकालेन गत्यन्तरम् ५५ मिनिटमितस्थानम्, अतोऽनुपातेन—

$\frac{६०\times१०}{५५} = \frac{१२०}{११} = १०\frac{१०}{११}$ ।

अतः २घ १० $\frac{१०}{११}$ मि काले मेलनम् ।

१० + १५ = २५ मिनिटमितस्थानान्तरिते काले समकोण उत्पद्यते अतोऽनुपातेन—

$\frac{६०\times२५}{५५}$ = २७ $\frac{३}{११}$ । अतः २घ २७ $\frac{३}{११}$ मि काले समकोणो जनिष्यते ।

वैपरीत्यावस्थानकालेऽन्तरम् १० + ३० = ४० । अतोऽनुपातेन—

$\frac{६०\times४०}{५५}$ = ४३ $\frac{७}{११}$ अतः २घ ४३ $\frac{७}{११}$ मि॰ काले वैपरीत्यावस्थानं भविष्यति ।

२ । द्वयोर्घटिकायन्त्रयो रेकदैव १२ घटिकासमयः ज्ञातः । ततः प्रभृति प्रत्यहं एकस्मिन् ८ सेकेण्डमितस्थानं गत्याधिक्यं, अन्यस्मिंश्च ७ सेकेण्डमितस्थानं गत्यल्पत्वं ज्ञातम् । कदा यन्त्रयोरन्तरं ३० मिनिटमितस्थानं भविष्यतीति प्रश्ने—

एकदिनेऽन्तरम् ८ + ७ = १५ से = $\frac{१}{४}$ मि । अतो ऽनुपातेन $\frac{१\times४\times३०}{१}$ = १२० दिनान्ते ।

अभ्यासार्थमुदाहरणानि ।

१ । ४ घटिका चतुष्टयमितसमय ५ घटिका पञ्चकमितसमययो रन्तर्वर्त्तिकाले कदा कदा घटिकाज्ञापक-

मिनिटज्ञापक-काष्ठके परस्परं लम्बमाने विपरीतभावेच भवत: ? उत्तरम् ४ घ ५ $\frac{५}{११}$ मि पुन: ४ घ ३८ $\frac{२}{११}$ मि। वैपरीत्यं ४घ ५४ $\frac{६}{११}$ मि समये।

२। एकस्मिन् घटिकायन्त्रे सोमवासरे पूर्व्वाह्ने ९ घटिकामितकाले १० मिनिटमितं समयाधिक्यं ज्ञातम्। तत: प्रत्यहं ३ मिनिटमितं गत्यल्पत्वं दृष्टं, परवर्त्तिनि बुधवासरे २ द्विघटिका पञ्चचत्वारिंशत् ४५ मिनिटमितकाले तस्मिन् यन्त्रे समय: कियन्मित: ? उत्तरम् २ घ ४८ $\frac{६}{३२}$ मि।

३। एकस्मिन् घटिकायन्त्रे सोमवासरे अपराह्ने ४ घटिकामितसमये ७$\frac{१}{२}$ मिनिटमितं समयाधिक्यं दृष्टम्, परवर्त्तिनि रविवासरेऽपराह्ने ४ घटिकामितयथार्थसमये तत्र ४$\frac{१}{४}$ मिनिटमितं समयाधिक्यञ्च ज्ञातम् घटिका-यन्त्रस्य प्रात्यह्निकं गत्यल्पत्वं कियन्मितमिति निर्णय ? उत्तरम् $\frac{१}{२}$ मिनिटमितम्।

दूरत्वविषयकप्रश्ना:।

१। कोऽपि नाविक: स्रोतोऽनुकूलं ३ घटिका-मितकालेन १५ क्रोशान् गत्वा तत: पुन: ७$\frac{१}{२}$ घटिका-मितकालेन स्वस्थानं प्रत्यागत:। स्रोतोवेगपरिमाणं ब्रूहि ? अत्र स्रोतोवेगनौकावेगयोर्योग: १५ $\div$ ३ = ५। अन्तरम्

१५ ÷ ७$\frac{१}{२}$ = २। ततः संक्रमणगणितेन सिद्धं उत्तरम् १$\frac{१}{२}$ क्रोशमितो वेगः।

२। कश्चिन्नाविकः स्रोतःप्रतिकूलं ५ घटिकामितकालेन १२ क्रोशान् गन्तुं शक्नुयात्, यदि स्रोतसोवेगः घटिकायां ४ क्रोशमितो भवेत्तदा स्रोतोऽनुकूलं १५ क्रोशमितस्थानं यातुं कियता कालेन समर्थः? उत्तरम् १घ २६$\frac{७}{१३}$ मि कालेन।

३। एकः कपिः तैलाक्तवंशस्य १० हस्तमितं स्थानं प्रतिमिनिटकालेन उत्पतति। मिनिटपञ्चदशकेन ३ हस्तमितं पतति। वंशस्य दैर्घ्यं ६३ हस्तमितं वानरः कियताकालेन तस्य अग्रभागं यातुं क्षमः? उत्तरम् १६ मि ४२ से।

४। कोऽपि अश्वारोहो प्रतिघटिकामितकालेन १० माइल मितमध्वानं यातुं शक्नुयात्। प्रति १२ द्वादशमाइल पथ गमनानन्तरं घोटकपरिवर्त्तनार्थं तस्य १० मिनिटमित-कालविलम्बो भवेत्, तदा ८६ माइलमितमध्वानं स कियता कालेन गच्छेत्? उत्तरम् १० घ ४६ मि।

अथ भाण्डप्रतिभाण्डे करणसूत्रं वृत्तार्द्धम्।

तथैवभाण्डप्रतिभाण्डके विधि
विपर्य्ययस्तत्र सदा हि मूल्ये।

भाण्ड प्रतिभाण्डकविधिमुपेन्द्रवज्रयाह तथैवेति। एकं वस्तु परिवर्त्त्य वस्त्वन्तरग्रहणं भाण्डप्रतिभाण्डकम्। तत्र तथैव पञ्चराशिकवत् अन्योऽन्यपक्षनयनवत् विधिः नियमः कार्य्यः। तत्र हि मूल्ये सदा विपर्य्ययःस्यात्।

अत्रोपपत्तिः।

अत्रोपपत्तिः त्रैराशिकद्वयेन, यथा परवर्त्तिन्युदाहरणे यदि ३०० आम्राणां मूल्यं १६ पणाः तदा १० आम्राणां मूल्यं कियत्। लब्धम् $\frac{१० \times १६}{३००}$। ततः यदि १ पणेन ३० दाड़िमानि लभ्यन्ते तदा अनेन $\frac{१६ \times १०}{३००}$ किमितिलब्धं $\frac{१० \times १६ \times ३०}{१ \times ३००} = १६$। अत्र त्रैराशिकद्वयेन मूल्यविपर्य्यासात् परं पूर्व्वोक्तपञ्चराशिकवदेव पक्षः सिद्धः। अतउक्तं तथैव भाण्डप्रतिभाण्डके विधिरिति।

उदाहरणम्।

द्रम्मेण लभ्यत इहाम्रशतत्रयं चेत्,
त्रिंशत् पणेन विपणौ वरदाड़िमानि
आम्रैर्दशभिः कति दाड़िमानि
लभ्यानि तद्विनिमयेन भवन्ति मित्र।

अत्रोदाहरणं वसन्ततिलकेनाह द्रम्मेणेति। हे मित्र! इह विपणौ द्रम्मेण षोड़शपणैः आम्रशतत्रयं चेत् लभ्यते,

तथा पणेन वरदाड़िमानि श्रेष्ठदाड़िमफलानि त्रिंशत् लभ्यन्ते, तर्हि दशभि: आम्रै: तद्विनिमयेन कति दाड़िमानि लभ्यानीति आशु वद ।

न्यास: ।	१६	१	लब्धानि दाड़िमानि १६ ।
	३००	३०	
	१०	०	

अथवा प्रमाण फलानामिच्छानाञ्च बधे प्रमाणानां वधेन भाजितेऽपीच्छाफलमुत्पद्यते । यथा अत्रोदाहरणे प्रमाणे ३०० आम्राणि १ पणस्य, प्रमाणफलं १६ पणा: ३० दाड़िमानि च । इच्छा १० आम्रफलानि, अत: इच्छाफलम् $\frac{१०\times१६\times३०}{१\times३००}$ = १६ दाड़िमानि ।

अभ्यासार्थमुदाहरणानि ।

१ । यत् कर्म्म रामेण ३ दिवसै: सम्पाद्यते तत् कृष्णेन ४ दिनै:, कृष्णेन यत् ५ दिनै: सम्पाद्यते तत् शिवेन ६ दिनै: यत् कर्म्म शिवेन १६ दिनै: सम्पादितं, तत् रामेण कतिभिर्दिनै: सम्पादनीयम् ? उत्तरम् १० दिनै: ।

२ । २६ मेषा: यावन्मानं भुञ्जते, तावन्मानम् । १२ वृषा: भुञ्जते । २५ छागै: समं खाद्यं १५ मेषै: भुज्यते । १७ छागानां खाद्यं ३ उष्ट्राणां खाद्येन तुल्यम् । ८ उष्ट्राणां खाद्यं १३ घोटकानां खाद्येन तुल्यं, तर्हि कतिभि र्घोटकै:

१६३२ वृषाणां खाद्यं भोक्तव्यमिति प्रश्ने उत्तरम् १८८५ घोटकैः ।

इंलण्डीय परिभाषा—

४ फार्दिं = १ पेनि । १२ पेन्स = १ शिलिं । साधारणतः १ शिलिं = ८ आणकाः इति व्यवह्रियते, किन्तु तस्य ह्रासवृद्ध्यपि भवेत ।

३ । यदि १ रौप्यमुद्राया विनिमयेन १ शिलिं ८ पेन्स मिता इंलण्डदेशीयमुद्रा लभ्यते तदा ५५० रौप्य मुद्राभिः कियत्यः । उत्तरम् ४५ पाउण्ड, १६ शि, ८ पे मिता मुद्राः ।

४ । यदि १ टङ्कः १ शिलिं ५$\frac{1}{2}$ पेन्स इत्यस्य समानो-भवेत्तदा ३७८२ टङ्कैः इंलण्डीयमुद्राःकियन्मिता लभ्याः ? उत्तरम् २७५ पा १५ शि ५ पेन्स मिताः ।

५ । पुरुषोत्तमक्षेत्रे १०५ तोलकैः सेरोभवेत्, कलिकाता नगरे ८० तोलकैः सेरः । कलिकातानगर्यां ६० मण-मितशर्करा ५४० मुद्राभिः क्रीत्वा पुरुषोत्तमं नीता तेन १० मुद्राः वाष्पीयशकटस्य भाटकार्थं व्ययिताः । २५ मुद्रा-लाभेच्छुना व्यवसायिना शर्करा प्रतिमणं कियता मूल्येन विक्रेया ? उत्तरम् १२ $\frac{37}{64}$ मुद्रा मूल्येन ।

इति गणितपाठ्यां लीलावत्यां प्रकीर्णकानि ।

अथ मिश्रव्यवहारे करणसूत्रं सार्द्धवृत्तम् ।

प्रमाणकालेन हतं प्रमाणं
विमिश्रकालेन हतं फलञ्च ।
स्वयोगभक्ते च पृथक् स्थिते ते
मिश्राहते मूलकलान्तरे स्तः ।
यद्वेष्टकर्म्माख्यविधेस्तु मूलं
मिश्राच्युतं तच्च कलान्तरं स्यात् ।

अथ मिश्रव्यवहारे मूलधनादिसाधनोपायमुपेन्द्रवज्रो-त्तरार्द्धेनोपजातिकया चाह, प्रमाणेति । प्रमाणकालेन प्रमाणं प्रमाणधनं हतं कार्य्यम्, विमिश्रकालेन फलञ्च हतं कार्य्यम् । पृथक् स्थिते ते मूलधन-कलान्तरे मिश्राहते मिश्रधनेन उभयत्र गुणिते स्वयोगभक्ते मूलधन-कलान्तरयोः योगेन हृते क्रमेण मूलधनकलान्तरे स्तः । यद्वा इष्टकर्म्माख्यविधेः साधितं मूलं मिश्रात् च्युतं तत् कलान्तरं स्यात् ।

अत्रोपपत्तिः ।

यदि प्रमाणकालेन प्रमाणकलान्तरं लभते तदा मिश्रकालेन किम्, फलं मिश्रकाले कलान्तरम् । तत प्रमाण-

धनेनसह संयुज्य, यद्यनेन पृथक् पृथक् मूलं कलान्तरञ्च लभ्यते तदा मिश्रधनेन किमित्यनुपातेन मूलकलान्तरे लभ्येते। अत उक्तं प्रमाणकालेनेति।

उद्देशकः।

पञ्चकेन शतेनाब्दे मूलं स्वं सकलान्तरम्
सहस्रं चेत् पृथक् तत्र वद मूलकलान्तरे॥

अत्रोदाहरणमनुष्टुभाह पञ्चकेनेति। प्रतिमासं पञ्चवृद्धि-र्यस्येति पञ्चकम्। पञ्चकेन शतेन अब्दे द्वादशमासमित-काले चेत् सकलान्तरं सवृद्धिकं मूलं स्वं मूलधनं सहस्रं भवति, तत्र मूलकलान्तरे पृथग् वद।

न्यासः।	१	११२
	१००	१०००
	५	०

लब्धे क्रमेण मूलकलान्तरे ६२५। ३७५। अथवेष्ट-कर्म्मणा कल्पितमिष्टं रूपम् १। उद्देशकालापवदिष्टराशिरित्यादि-करणेन रूपस्य वर्षे कलान्तरं $\frac{3}{5}$। एतद्युतेन रूपेण $\frac{8}{5}$ दृष्टे १००० रूपगुणे भक्ते लब्धं मूलधनं ६२५। एतन्मिश्रात् १००० च्युतं कलान्तरम् ३७५।

मिश्रान्तरे करणसूत्रं वृत्तम् ।

अथ प्रमाणैर्गुणिताः स्वकाला
व्यतीतकालघ्नफलोद्धृतास्ते
स्वयोगभक्ताश्च विमिश्रनिघ्नाः
प्रयुक्तखण्डानि पृथग् भवन्ति ॥३६॥

आदिमध्यान्तमङ्गलानि शास्त्राणि झटिति प्रसिद्धानि भवन्तीति स्मरणादथ शब्देन मध्यमङ्गलं कुर्व्वन् मिश्रान्तरे करणसूत्रमुपेन्द्रवज्रया प्रतिजानीते अथेति । स्वकालाः प्रमाणैः पृथक् पृथग गुणिताः स्वैः स्वैः व्यतीत-कालघ्नफलैः उद्धृताः ये स्युः ते स्वयोगभक्ताः विमिश्रनिघ्नाः प्रयुक्त-द्रव्यस्य खण्डानि भवन्ति ।

अत्रोपपत्तिः ।

परवत्त्रिन्युदाहरणे सर्व्वेषां समकलान्तरत्वाद् रूपमितं कलान्तरं कल्पितम् । ततः यद्येकमासे पञ्चकलान्तरेण शतं मूलधनं तदा मासमप्तके रूपकलान्तरेण किम् एवमपरखण्डद्वयमपि साध्यम् । एवं लब्धं प्रमाणैर्गुणिताः स्वकाला इत्यादि । ततः सर्व्वेषां योगेन यदि एतानि पृथक् पृथक् खण्डानि लभ्यन्ते तदा वास्तव-मूलधनेन ९४ मितेन किमित्यनुपाततत्रयेण खण्डानि लभ्यन्ते अत उपपन्नं स्वयोगभक्ताश्चेति ।

उद्देशकः।

यत् पञ्चकत्रिकचतुष्कशतेन दत्तं
खण्डैस्त्रिभिर्गणक निष्कशतं षडूनम्।
मासेषु सप्तदशपञ्चसु तुल्यमाप्तं
खण्डत्रयेऽपि हि फलं वद खण्डसंख्याम्।

अत्रोदाहरणं वसन्ततिलकेनाह यदिति। मासे पञ्च वृद्धिर्यस्येति पञ्चकं, एवं चतुष्कं त्रिकमिति। पञ्चकं च चतुष्कं च त्रिकं च इति पञ्चकचतुष्कत्रिकम्, तत् च यत् शतम्, तथाभूतेन शतेन प्रमाणेन षडूनम् निष्कशतं चतुरधिकं नवतिमितं धनं त्रिभिः खण्डैः यद्दत्तं, तस्मिन् क्रमेण सप्त, दश, पञ्चसु मासेषु फलं कलान्तरं तुल्यं त्रिषु खण्डेषु समानं आप्तं, तदा भो गणक! खण्डसंख्यां वद।

अभ्यासार्थमुदाहरणानि।

१। मासे शतस्य यदि ४ कलान्तरं, २००० द्विसहस्र-सितधनानां वर्षत्रये कियत? उत्तरम् २८८०।

२। शतस्य वार्षिकं ६ कलान्तरं, ७५० मितानां ७ वर्षेषु किम्? उत्तरम् ३१५।

३। शतस्य वार्षिकं कलान्तरं ७, तदा २ वर्षद्वयैः २५० मितानां सकलान्तरं मूलं वद? उत्तरम् २८५।

४ । यदि शतस्य मासिकं कलान्तरं $\frac{३}{४}$, तर्हि २$\frac{१}{२}$ वर्षेषु ३२५ मितधनानां सकलान्तरं मूलं ब्रूहि उत्तरम् ४२५ ।

५ । ३०० मितधनानां ५ वर्षपञ्चकेन कलान्तरं ३७$\frac{१}{२}$ लब्धं, शतस्य वार्षिकं कलान्तरं कियत् ? उत्तरम् २$\frac{१}{२}$ ।

६ । ८ मासेषु: २५० मितानां कलान्तरं ५२$\frac{१}{२}$ प्राप्तम्, शतस्य मासिकं कलान्तरं किम् ? उत्तरम् ३$\frac{१}{६}$ ।

७ । शतस्य वार्षिकं कलान्तरम् ४, कियन्मितकालैः ७५० मितधनानि सकलान्तराणि १५०० मितानि भवेयुः ? उत्तरम् २५ वत्सरेषु ।

८ । शतस्य वार्षिकं ६ कलान्तरम्, कियति काले मूलधनं त्रिगुणं जायते ? उत्तरम् ३३$\frac{१}{३}$ वर्षेषु ।

९ । शतस्य वार्षिकं ५ कलान्तरम्, ३ वर्षत्रयेण: सकलान्तरं ८२८० लब्धं मूलधनं वद ? उत्तरम् ७२०० ।

चक्रवृद्धिः (COMPOUND INTEREST)

चक्रवृद्ध्या कलान्तरादिसाधनोपायं भागानुबन्धभागा-प्रवाह-नियमेन पूर्व्वमेव प्रदर्शितम् । विशेषोल्लेखाभावे वर्षगते कलान्तरं मूलधनं भवेत् ।

अभ्यासार्थमुदाहरणानि ।

१ । शतस्य वार्षिकं ५ कलान्तरम्, २०० मितधनानां २ वर्षेषु: चक्रवृद्धितः कलान्तरं कियत् ? उत्तरम् २२१ ।

२। शतस्य वार्षिकं ५ कलान्तरम्, ६ मासानन्तरं कलान्तरं देयमितिचक्रवृद्धिनियमेन १२५ धनानां २$\frac{१}{२}$ वर्षेषु सकलान्तरं मूलं किं स्यात् उत्तरम् १४४$\frac{१८०२१}{२५६००}$।

३। शतस्य वार्षिकं ४ कलान्तरं २ वर्षद्वये सकलान्तरं मूलं चक्रवृद्धितो १००० लब्धं मूलधनं कथय? उत्तरम् ८२६$\frac{५४}{१२१}$।

४। नगरस्य लोकसंख्या ३००० ज्वरादिभिः प्रतिवर्षं प्रतिशतेन १० क्षीयन्ते ३ वर्षान्तरं नगरस्य लोकसंख्या कियतीति वद? २१८७।

५। कोऽपि व्यवसायी किञ्चिन्मूलधनं संगृह्य व्यवसाये प्रवृत्तः, प्रतिशतेन तस्य ३० वार्षिकोलाभ, लाभोऽपि मूलधने युक्तः, वर्षत्रये तस्य २१९७० मितं धनं जातं, तस्य मूलधनं प्रथमं कियदासीत्? उत्तरम् १००००।

वर्त्तमानमूल्य (PRESENT WORTH) निर्णयोपायः।

वर्त्तमानमूल्यं मूलधनं प्रकल्प्य पूर्व्वोक्तनियमेन सर्व्वं साध्यम्। यथा शतस्य वार्षिकं ५ कलान्तरम्, ४ वर्षानन्तरं देयं २०४ मितधनानां वर्त्तमानमूल्यं कियदितिप्रश्ने ४ वर्षेषु कलान्तरं ५ × ४ = २०। १०० + २० = १२०। यदि १२० मितस्य वर्त्तमानमूल्यम् १०० तदा २०४ मितस्य कियत्

$\frac{१०० \times २०४}{१२०} = १७०$।

उदाहरणानि ।

१। शतस्य वार्षिकं ८ कलान्तरम्। ६ मासानन्तर देयधनस्य कलान्तरं २० लब्धम् तस्य वर्त्तमानमूल्यं कियत्? उत्तरम् ५०० ।

२। गणेशेन कस्यापि घोटकस्य मूल्यं ८०० दातुं स्वीकृतम्, हरिणा च मासचतुष्कानन्तरं ८१५ दातुं स्वीकृतम्। शतस्य वार्षिकं ५ कलान्तरं लभ्यमितिनियमेन कुसीद-व्यवसायिना घोटकस्वामिना घोटकः कस्मै विक्रेयः? उत्तरम् हरये ।

३। वर्षानन्तरं देयमूल्येन ५ पुस्तकानि प्राप्यन्ते तदैवदेयमूल्येन ६ पुस्तकानि लभ्यन्ते शतस्य वार्षिकं कलान्तरं कियत्? उत्तरम् २० ।

परिशोधसमीकरणम् ।

EQUATION OF PAYMENT

भिन्नभिन्नकालेषु परिशोध्यानां ऋणानां एककाल-परिशोध्य-समय-निरूपणं परिशोधसमीकरणमिति कथ्यते। यथा केशवस्य २०० मितं ६ मासानन्तरं परिशोध्यं ४०० मितं १० मासानन्तरं परिशोध्यमृणमस्ति। तदृणस्य एककाल-परिशोध्य-समयं वदेति प्रश्ने $\frac{२०० \times ६ + ४०० \times १०}{२०० + ४०}$

अभ्यासार्थमुदाहरणानि।

१। ४५० मितं मासत्रयानन्तरं ३०० धनं मासषट्कानन्तरं २५० धनं मासपञ्चकानन्तरं परिशोध्यमृणम्, तेषां एककाल-परिशोध्य-समयं वद ? उत्तरम् $४\frac{३}{५}$ मासाः ।

२। यादवस्य ८६०० ऋणं १ वर्षात् परं परिशोध्यम् । तेन ४०० मितं ६ मासानन्तरं, ८४०० मितं च ८ मासानन्तरं परिशोधितम्। अवशिष्टमृणं कदा परिशोध्यम् ? उत्तरम् ५७ मासानन्तरम् ।

राजकीयऋणम् ।

(NATIONAL DEBT)

भारतसम्राजःप्रतिनिधिना यदृणं गृह्यते तदङ्गीकार-सूचकं पत्रम् ऋणपत्रं (Government Promissory notes or Government securities) इति कथ्यते ।

ऋणपत्रविक्रयार्थं राजधान्यां विपणिर्वर्त्तते। तत्र भिन्नभिन्न-कलान्तर-लभ्यं ऋणपत्रं विभिन्नमूल्यैः विक्रीयते । ऋणपत्रस्य मूल्यं प्रतिशतेन प्राप्यमिति बोधम्, यथा ९५ इत्यनेनेदमवगम्यते, १०० मित राजकीयस्यऋणस्य स्वीकार-पत्रम् ९५ मूल्येन प्राप्यते, किन्तु राज्ञा १०० मितस्यऋणस्यैव कलान्तरं प्रदेयम् ।

उदाहरणम् ।

१ । यदि राजकीयर्णपत्रस्य मूल्यं ९५ मितं भवेत्तदा २००० मितधनानां ऋणपत्रं कियता मूल्येन लभ्यत इति प्रश्ने—

त्रैराशिकनियमेन $\frac{९५ \times २०००}{१००}$ = १९०० ।

२ । ऋणपत्रस्य मूल्यं ९६ तदा १२५० मितानां ऋणपत्रस्य मूल्यं वद ? उत्तरम् १२०० ।

३ । ऋणपत्रस्य मूल्यं ११२ । प्रतिशतेन तस्य $\frac{१}{८}$ विक्रयसाहाय्यकारिणे प्रदेयम्, ४५०० मितधनानामृणपत्रस्य विक्रयेण कति धनानि प्राप्यानि ? उत्तरम् ५०७४$\frac{३}{८}$ ।

४ । शतस्य वार्षिकं कलान्तर ४ तदा ऋणपत्रस्य मूल्यं ७९$\frac{७}{८}$ क्रयार्थं साहाय्यकारिणे प्रतिशतं तस्य $\frac{१}{८}$ मितं देयम् । शतस्य वास्तवं कलान्तरं कियल्लभ्यम् । ७९$\frac{७}{८}$ + $\frac{१}{८}$ = ८० । $\frac{४ \times १००}{८०}$ = ५ । उत्तरम् ५ ।

अथ मिश्रान्तरे करणसूत्रम् वृत्तार्द्धम् ।

प्रक्षेपका मिश्रहता विभक्ताः

प्रक्षेपयोगेन पृथक् फलानि ।

लाभ-विभजने करणसूत्रमिन्द्रवज्रार्द्धेनाह प्रक्षेपका इति प्रक्षिप्यन्ते मिश्रीयन्ते इति प्रक्षेपाः ततः स्वार्थे कः । प्रक्षेपकाः मिश्रहताः मिश्रधनगुणाः प्रक्षेपयोगेन विभक्ताः पृथक् पृथक् फलानि भवन्ति ।

अत्रोपपत्तिः ।

वणिजां प्रयुक्तखण्डानि क्रमेण क, ख, ग ।

लाभपरिमाणम् घ ।

यदि (क+ख+ग) अनेन क इदं लभ्यते तदा घ अनेन किम्, लब्धं क-मित-मूलधने लाभ-मानम् । एवं ख, ग-मितयोरपि ।

अतउक्तं प्रक्षेपका इत्यादि ।

अत्रोदाहरणम्

पञ्चाशदेकसहिता गणकाऽष्टषष्टिः

पञ्चोनितानवतिरादिधनानि येषां

प्राप्ता विमिश्रितधनैस्त्रिशती त्रिभिस्तै

र्वाणिज्यतो वद विभज्य धनानि तेषाम् ॥

अत्रोदाहरणं वसन्ततिलकेनाह पञ्चाशदिति । भो गणक ! येषां वणिजां क्रमेण एकसहिता-पञ्चाशत्, अष्टषष्टिः, पञ्चोनितानवतिः आदिधनानि । त्रिभिः विमिश्रितधनैः तैः वणिग्भिः वाणिज्यतः त्रिशती प्राप्ता तेषां धनानि विभज्य वद ।

न्यासः। प्रक्षेपकाः ५१ । ६८ । ८५ । मिश्रधनम् ३०० । जातानि धनानि ७५ । १०० । १३५ । एतान्यादिधनैरूनानि लाभाः २४ । ३३ । ४० ।

अथवा मिश्रधनम् ३०० । आदिधनैक्येन ऊनम् सर्व्वलाभयोगः ९६ । अस्मिन् प्रक्षेपगुणिते प्रक्षेपयोग २०४ भक्ते लाभाः २४ । ३२ । ४० ।

अभ्यासार्थमुदाहरणानि ।

१ । गङ्गाधरस्य धनं ३७५ प्रभाकरस्य च ४८० तौ एकीभूय वाणिज्ये प्रवृत्तौ, तयोः १२५ लाभोजातः, लब्धधनं केन कियन्मितं प्राप्तव्यम् ? उत्तरम् क्रमेण लाभः $५४\frac{४७}{५७}$ । $७०\frac{१०}{५७}$ ।

२ । २००० मित मूलधनैर्मुकुन्दो वाणिज्ये प्रवृत्तः । मासत्रयानन्तरं दीननाथस्तेन सह मिलितः, तेनापि १५०० मितधनं मूलधनवृद्ध्यर्थं दत्तम् । मास-नवकाऽनन्तरं पशुपतिस्ताभ्यां सह मिलितः ; तेनापि ३००० मूलधनं प्रदत्तम्, वर्षद्वयेन १२४५ लाभः जातः, तत् केन कियन्मितं प्राप्यम् ? उत्तरम् मुकुन्देन ४८० । दीननाथेन ३१५ । पशुपतिना ४५० ।

३ । गोविन्दो दिवाकरश्च मिलित्वा वाणिज्ये प्रवृत्तौ । तत्र गोविन्देन १२०० मितं दिवाकरेण च २००० मितं मूलधनं नियोजितं वाणिज्यपरिचालनार्थं कर्म्मवेतनं लाभस्य $\frac{१}{१०}$ मितं गोविन्दस्य पृथक् प्राप्तव्यम् । वाणिज्ये ८०० लाभो जातः । केन कियत् प्राप्यमिति प्रश्ने उत्तरम् गोविन्देन ३५० । दिवाकरेण ४५० ।

वापीपरिपूर्त्तिकाले करणसूत्रं वृत्तार्द्धम् ।

भजेच्छिदोऽंशैरथ तैर्विमिश्रै
रूपं भजेत् स्यात् परिपूर्त्तिकालः ॥४०॥

वाप्याः पूरणे कालज्ञानमुपजात्यर्द्धेनाह भजेदिति । छिदः अंशैः भजेत् । अथ तैः विमिश्रैः युक्तैः रूपमेकं भजेत् तदा परिपूर्त्तिकालः स्यात् ।

अत्रोपपत्तिः ।

पूर्व्वस्मिन्नुदाहरणे यदि दिनेन दिनार्द्धेन दिनतृतीयांशेन दिनषष्ठांशेन च पृथक् पृथग् यदि एकां वापीं पूरयन्ति तदा दिनेन किमिति त्रैराशिके जातम् क्रमेण १, २, ३, ६ । अतः उपपन्नं भजेच्छिदोऽंशैरिति ।

सर्व्वेषां योगः १२ । पुनरनुपातः यदि द्वादशवापीनां पूरणे एकं दिनं तदा एकाया वाप्याः किमिति लब्धं वापीपूरणकालः । अतउक्तं तैर्विभिश्रै रूपं भजेदिति ।

अत्रोदाहरणम् ।

ये निर्झरा दिनदिनार्द्धतृतीयषष्ठैः
संपूरयन्ति हि पृथक् पृथगेव मुक्ताः ।
वापीं यदा युगपदेव सखे विमुक्ता
स्ते केन वासरलवेन तदा वदाशु ॥

अत्रोदाहरणं वसन्ततिलकेनाह ये निर्झरा इति । ये चत्वारः निर्झराः पृथक् पृथग् एवमुक्ताः दिनदिनार्द्ध तृतीयषष्ठैः दिनेन, दिनार्द्धेन, दिनतृतीयांशेन, दिन षष्ठांशेन च वापीं (उच्यते पद्मादिकं अस्यामिति । चतुर्दिक्षु त्रिंशदधिकशतहस्तान्यूनतायां षोड़शसहस्रहस्तान्तरा-न्यूनत्वेन वापीति जलाशयोत्सर्गतत्त्वे रघुनन्दनः ।) जलाशयविशेषं पूरयन्ति । ते निर्झरा यदा युगपद् मुक्ता तदा केन वासरलवेन दिनस्य कियदंशकालेन वापीं पूरयन्ति इति हे सखे ! आशु वद ।

न्यासः । $\frac{१}{१}$ । $\frac{१}{२}$ । $\frac{१}{३}$ । $\frac{१}{६}$ । लब्धो वापीपूरण-कालो दिनांशः $\frac{१}{१२}$ ।

अभ्यासार्थ-मुदाहरणानि।

१। एकस्मिन् जलाशये प्रणालीद्वयमस्ति। प्रथमया प्रणाल्या २५ मिनिट मितकालेन द्वितीयया ३० मिनिट मितकालेन च जलाशयः पूर्य्यते। जलप्रवेशार्थं मुक्तयोः प्रणालीद्वययोः कदा प्रथमप्रणाल्यामवरुद्धायां जलाशयः १५ मिनिटमितकालेन परिपूर्णो भवेत्? उत्तरम् प्रणालीद्वयमुक्तिकालात् १२$\frac{१}{२}$ मिनिटकाले।

२। तिसृभिः प्रणालीभिः क्रमेण २$\frac{१}{२}$, ३$\frac{१}{३}$, ५$\frac{१}{४}$ दिवसैः पात्रं पूर्य्यते एकदैव मुक्तासु प्रणालीसु कियता दिवसेन पात्रं पूर्य्येत? उत्तरम् १$\frac{४७}{१६३}$ दिवसेन।

३। कस्यापि जलाशयस्य प्रणालिद्वयं यदैकदैव मुच्यते तदा $\frac{१}{३}$ दिवसेन। केवलं बृहत्तर प्रणाल्या $\frac{१}{२}$ दिवसेन च पात्रं पूर्य्यते। केवलं क्षुद्रतरप्रणाल्या कियता कालेन, तं परिपूर्य्येत? उत्तरम् १ दिवसेन।

४। एकस्मिन् जलाशये तिस्रः प्रणाल्यः सन्ति। प्रथमया ४$\frac{१}{२}$ दिवसैः द्वितीयया ३ दिवसैः जलाशयः पूर्य्यते तृतीयया पूर्णजलाशयः १$\frac{१}{२}$ दिवसेन जलशून्यो भवेत्। एकदैव मुक्तासु तिसृषु प्रणालीषु कियद्दिवसैः पूर्णजलाशयः जलशून्यो भवितुमर्हति। उत्तरम् ९ दिवसैः।

क्रयविक्रये करणसूत्रं वृत्तम् ।

पण्यैः स्वमूल्यानि भजेत् स्वभागै-
र्हत्वा तदैक्येन भजेच्च तानि ।
भागांश्च मिश्रेन धनेन हत्वा
मूल्यानि पण्यानि यथाक्रमं स्युः ॥४१॥

क्रयविक्रये द्रव्यमिश्रणे मूल्यादिज्ञानमिन्द्रवज्रयाह पण्यै-रिति । द्रम्मितैर्मूल्यैर्यन्मितानि तण्डुलादीनि पण्यानि विपणौ लभ्यन्तेति यानि स्युः तैः पण्यैः स्वमूल्यानि पण्यमूल्यानि भजेत् । भागफलानि स्वभागैः यथोद्दिष्ट पण्यभागैः हत्वा पृथक् पृथक् स्थाप्यानि । ततः तदैक्येन पृथक् स्थापितानां योगेन तानि पृथक् स्थापितानि, भागान् यथोद्दिष्ट पण्यभागांश्च भजेत् फलानि यथाक्रमं मूल्यानि पण्य मूल्यानि पण्यानि पण्यपरिमाणानि च स्युः ।

अत्रोपपत्तिः ।

सार्द्धतण्डुलमानकेत्युदाहरणे भागतुल्यं २ । १ द्रव्य-परिमाणं कल्पितं । ततोऽनुपातः यदि तण्डुलानां सार्द्धत्रयस्य द्रम्मो मूल्यं तदा द्वयस्य किमिति लब्धं कल्पित-तण्डुल-मूल्यम् । ततः यदि मुद्गानां अष्टकस्य द्रम्मो मूल्यं तदा एकस्य किमिति

लब्धं कल्पितमुद्गमूलत्रम्, अनयो र्मूलत्रयो र्योगेन यदि पृथक् पृथग् एतत् तण्डुलमूलंत्र मुद्गमूलंत्र तण्डुलपरिमाणं मुद्गपरिमाणञ्च लभ्यते तदा उद्दिष्टेन मिश्रधनेन किमिति पृथक् पृथक् त्रैराशिकेन मूलत्रानि पण्यानि च लभ्यन्ते। अत उक्तं पण्यैः स्वमूलत्रानीति ।

उद्देशकः ।

साद्धं तण्डुल मानकत्रयमहो द्रम्मेण मानाष्टकं
मुद्गानां च यदि त्रयोदशमिता एता वणिक्काकिणीः।
आदायाऽर्पय तण्डुलांशयुगलं मुद्गैकभागान्वितं
क्षिप्रं क्षिप्रभुजो व्रजेमहि यतः सार्थोऽग्रतो यास्यति ॥

अत्रोदाहरणं शार्दूलविक्रीडितेनाह साद्धं तण्डुलेति। भो वणिक्! यदि साद्धं तण्डुलमानकत्रयम् मुद्गानां च मानाष्टकम् द्रम्मेण लभ्यते तदा एताः त्रयोदशमिताः काकिणीः आदाय मुद्गैकभागान्वितं तण्डुलांशयुगलं यथा भवति तथा क्षिप्रं शीघ्रं अर्पय, वयं क्षिप्रभुजः व्रजेमहि यतः सार्थः सहायः अग्रतः यास्यति ।

न्यासः । मूलेत्र १ । १ । पण्ये $\frac{7}{2}$ । $\frac{8}{1}$ ।
स्वभागौ २ । १ । मिश्रधनम् $\frac{13}{64}$ । अत्र मूलेत्र

स्वभागगुणिते पण्याभ्यां भक्ते जाते $\frac{४}{७}$ । $\frac{१}{८}$ । अनयो र्योगेन $\frac{३९}{५६}$ एते एव $\frac{४}{७}$ । $\frac{१}{८}$ भागौ च $\frac{२}{१}$ । $\frac{१}{१}$ । मिश्रधनेन $\frac{१३}{६४}$ संगुण्य भक्ते जाते तण्डुलमुद्ग मूल्ये $\frac{१}{६}$ । $\frac{७}{१९२}$ । तथा तण्डुलमुद्गभागाः $\frac{७}{१२}$ । $\frac{७}{२४}$ । अत्र तण्डुलमूल्ये पणौ २ काकिण्यौ २ वराटकाः १३ वराटक भागश्च $\frac{१}{३}$ । मुद्ग-मूल्ये काकिण्यौ २ वराटकाः ६ भागौ च $\frac{२}{३}$ ।

उदाहरणम् ।

कर्पूरस्य वरस्य निष्कयुगलेनैकं पलं प्राप्यते
वैश्यानन्दन चन्दनस्य च पलं द्रम्माष्टभागेन चेत् ।
अष्टांशेन तथाऽगुरोः पलदलं निष्केण मे देहि तान्
भागैरेकक षोड़शाष्टकमितै र्धूपं चिकीर्षाम्यहम् ।

अत्रोदाहरणशार्द्दूलविक्रीड़ितेनाह कर्पूरस्येति । वैश्य-जातीयस्त्री वैश्या, हे वैश्यानन्दन ! वैश्यपुत्र ! वरस्य उत्कृष्टस्य कर्पूरस्य एकं पलं चेद् यदि निष्कयुगलेन निष्कद्वयेन प्राप्यते, चन्दनस्य च पलं द्रम्माष्टभागेन चेत् प्राप्यते, तथा अगुरोः पलदलं पलार्द्धं अष्टांशेन द्रम्माष्टभागेन

चेत् प्राप्यते, तदा निष्केण निष्कं गृहीत्वा तान् कर्पूरादीन् क्रमेण एक, षोड़श, ऽष्टकमितैः भागैः मे मह्यं देहि अहं धूपं गन्धद्रव्यविशेषोत्थधुमप्रदानोपयोगिद्रव्यं चिकीर्षामि कर्त्तुमिच्छामि।

न्यासः। मूल्यानि द्रम्माः ३२। $\frac{१}{८}$। $\frac{१}{८}$। पण्यानि १। १। $\frac{२}{३}$। भागाः १। १६। ८। मिश्रधनं द्रम्माः १६। लब्धानि कर्पूरादीनां मूल्यानि १४$\frac{२}{९}$। $\frac{८}{९}$। $\frac{८}{९}$। तथा तेषां पण्यानि $\frac{४}{९}$। $\frac{६४}{९}$। $\frac{३२}{९}$।

रत्नमिश्रीकरणसूत्रं वृत्तम्।

नरघ्नदानोनितरत्नशेषै
रिष्टे हृते स्युः खलु मूल्यसंख्याः।
शेषैर्हृते शेषवधे पृथक्स्थै
रभिन्नमूल्यान्यथवा भवन्ति॥ ४२॥

रत्नगणितमुपजात्याह नरघ्नेति। नरसंख्यया निघ्नं यद्दानं दत्तरत्नसंख्या तेन ऊनितानां रत्नानां शेषैः शेष

संख्याभिः इष्टे दृष्टराशौ हृते मूल्यसंख्याः पृथक् पृथग् रत्नानां मूल्यसंख्या स्युः । इष्टवशान्मूल्यानि अभिन्नान्यपि भवितुमर्हन्तीत्यभिन्नार्थमाह शेषैरित्यादि । अथवा शेषवधे रत्नशेषाणां वधे पृथक्स्थै रत्नशेषैरेव हृते अभिन्नमूल्यानि भवन्ति ।

अत्रोपपत्तिः ।

माणिक्याष्टकमित्युदाहरणे परस्परमेकैकं रत्नं दत्त्वा समधना जाताः । तथाकृते प्रथमस्य मा ५, नी १, मु १, व १ । द्वितीयस्य नी ७, मु १, व १, मा १ । तृतीयस्य मु ६७, व १, मा १, नी १ । चतुर्थस्य व २, मा १, नी १, मु १ । समतः समशोधने समतैव स्यादिति सर्व्वेभ्यो यदि मा १, नी १, मु १, व १ एतानि विशुद्धन्ते तदा प्रथमस्य धनं मा ४ द्वितीयस्य नी ६ तृतीयस्य मु ६६ चतुर्थस्य व १ । इष्टं समधनं प्रकल्प्य यदि मानिक्यचतुष्टयस्य नीलषट्कस्य मुक्ताषन्नवतिमितस्य वज्रैकस्य वा इदं धनं तदा एकेन किमिति इष्टधने शेषैर्भक्ते पृथक् पृथग् रत्नमूल्यानि भवन्ति । अत उक्तं नरघ्न दानेत्यादि । अत्र शेषानां वधतुल्यं यदीष्टं कल्प्यते तदा मूल्यान्यभिन्नानि भवन्ति । अत उक्तं शेषैर्हृते शेषवधे इत्यादि ।

अथोद्देशकः।

माणिक्याष्टकमिन्द्रनीलदशकं मुक्ताफलानां शतं
सद्वज्राणि च पञ्च रत्नवणिजां येषां चतुर्णां धनम्।
सङ्गस्नेहवशेन ते निजधनाद्दत्त्वैकमेकं मिथो
जातास्तुल्यधनाः पृथग् वद सखे तद्रत्नमूल्यानि मे।

अत्रोदाहरणं शार्दूलविक्रीडितेनाह माणिक्याष्टक मिति। येषां चतुर्णां रत्नवणिजां क्रमेण माणिक्याष्टकं इन्द्रनील-दशकं, मुक्ताफलानां शतं सद्वज्राणि निर्म्मलहीरकाणि पञ्च, धनं आसीत्। ते वणिजः सङ्गस्नेहवशात् समागम प्रीतिहेतुना मिथः परस्परं निजधनात् एकैकं रत्नं दत्वा समधना जाताः। हे सखे! तेषां रत्नानां मूल्यानि मे पृथग् वद।

न्यासः। मा ८। नी १०। मु १००। व ५। दानम् १। नराः ४। नरगुणित-दानेन ४ रत्नसंख्यासूनितासु शेषाणि। मा ४। नी ६। मू ९६। व १। एते रिष्टराशौभक्ते रत्नमूल्यानि। तानि च यथाकथञ्चिदिष्टे कल्पिते

भिन्नानि । अतोऽवेष्टं सुधिया कल्प्यते यथा ऽभिन्नानीति तथा कल्पितम् ९६ । अतो जातानि मूल्यानि २४ । १६ । १ । ९६ । समधनम् २३३ । अथवा शेषाणां बधे २३०४ पृथक् शेषै र्भक्ते जातान्यभिन्नानि ५७६ । ३८४ । २४ । २३०४ । तेषामेते ५५९२ । द्रम्माः सम्भाव्यन्ते ।

अथ सुवर्णं गणिते करणसूत्रं वृत्तम् ।

सुवर्णवर्णाहतियोगराशौ
स्वर्णैक्यभक्ते कनकैक्य वर्णः ।
वर्णोभवेच्छोधितहेमभक्ते
वर्णोद्धृते शोधितहेमसंख्या ॥ ४३ ॥

वर्णादिज्ञानमुपजात्याह सुवर्णेति । निर्दिष्टपरिमितं सुवर्णं येन मूल्येन लभ्यते तत् सुवर्णस्य वर्णं इत्युच्यते । सुवर्णानां स्वर्णपरिमाणानां वर्णानाञ्च याः आहतयः तेषां योगराशौ स्वर्णैक्येन भक्ते सति कनकैक्यवर्णः सुवर्णाना मेकत्रावर्त्तन वर्णः स्यात् । तस्मिन् योगराशौ शोधित हेमभक्ते अग्नौ विशुद्धीकृतस्वर्णानां परिमाणेन भक्ते वर्णः भवेत् ।

तस्मिन् योगराशौ वर्णोद्धृते शोधितहेमसंख्या शोधितस्वर्ण परिमाणं स्यात्।

अत्रोपपत्तिः।

विश्वार्कसद्रेत्युदाहरणे कल्प्यतां १ कर्षस्य (१६ माषाणां) मूल्य मत्र वर्णत्वेन निर्द्दिष्टम्। यदि १६ माषाणां मूल्यं १३ तदा १० माषाणां मूल्यं किं लब्धम् $\frac{१३ \times १०}{१६} = \frac{१३०}{१६}$। एवं १२ वर्णस्य ४ माषमितस्वर्णमूल्यम् $\frac{१२ \times ४}{१६} = \frac{४८}{१६}$। ११ वर्णस्य २ माषस्वर्णमूल्यम् $\frac{११ \times २}{१६} = \frac{२२}{१६}$। १० वर्णस्य ४ माषस्वर्णमूल्यम् $\frac{१० \times ४}{१६} = \frac{४०}{१६}$ सर्व्वेषां योगः $\frac{१३० + ४८ + २२ + ४०}{१६} = \frac{२४०}{१६}$ स्वर्णमूल्यम्। स्वर्णपरिमाणम् $१० + ४ + २ + ४ = २०$ माषाः। अतः षाड़शमाषाणां मूल्यम् $\frac{२४० \times १६}{२० \times १६} = १२$। अयमेव कनकैक्यवर्णः। सर्व्वत्र समहरत्वात् हरः परित्यक्तः अतउक्तम् सुवर्णवर्णाहति रित्यादि।

मूल्यम् $२४० \div १२ = २०$ स्वर्णपरिमाणम्।

स्वर्णे मिश्रिता येऽन्ये धातव स्ते शोधनेन दूरीभूता अतः स्वर्णपरिमाणे न्यूनत्वं वर्णाधिक्यं च जातम् अतोऽत्र विंशतिमाषाः, १६ माषाः शोधितस्वर्णाः जाताः, मूल्यं तदेव २४०। अतः $२४० \div १६ = १५$ शोधितवर्णः।

उदाहरणानि ।

विश्वार्करुद्रदशवर्णसुवर्णमाषा
दिग्वेदलोचनयुगप्रमिताः क्रमेण ।
आवर्त्तितेषु वद तेषु सुवर्णवर्ण
स्तूर्णं सुवर्णगणितज्ञ वणिग् भवेत् कः ॥
ते शोधनेन यदि विंशति रुक्तमाषाः
स्युः षोड़शद्रविणवर्णमितिस्तदा का ।
चेच्छोधितं भवति षोड़शवर्णहेम
ते विंशतिः कति तदा तु भवन्ति माषाः ॥

अत्र प्रथमोदाहरणं वसन्ततिलकेनाह विश्वार्केति । विश्वेच अर्काश्च रुद्राश्च दशच वर्णा येषां तानि विश्वार्करुद्रदशवर्णानि । तानिच सुवर्णानि च तेषां माषाः क्रमेण दिग्, वेद, लोचन, युगप्रमिताः त्रयोदशवर्णस्य सुवर्णस्य दशमाषाः, द्वादशवर्णस्य चतुर्माषा इत्यादि, तेषु सुवर्णेषु आवर्त्तितेषु वह्निसंयोगेनैकत्रीकृतेषु सुवर्णवर्णः कः भवेदिति हे सुवर्णगणितज्ञवणिक्! तूर्णं शीघ्रं वद ।

द्वितीय तृतीयोदाहरणे वसन्ततिलकेनाह । ते शोधनेनेति । ते विंशतिः उक्ताः माषाः यदि शोधनेन षोड़श स्युः

तदा द्रविणवर्णस्य सुवर्णवर्णस्य मितिः का भवेद् इति वद। ते विंशतिः सुवर्णमाषाः शोधिताः चेत् षोड़शवर्णहेम तदा कति माषाः भवन्तीति आशु वद।

न्यासः।

१३	१२	११	१०
१०	४	२	४

जातावर्त्तिते वर्णमितिः १२। माषाश्च २०। अतएव यदि शोधिताः सन्तः षोड़शमाषाभवन्ति तदावर्णः १५। यदि तदेव षोड़शवर्णं स्वर्णं कार्य्यं तदा पञ्चदशमाषाः भवन्ति।

वर्णज्ञानाय करणसूत्रं वृत्तम्।

स्वर्णैक्यनिघ्नाद् युतिजातवर्णात्
सुवर्णतद्वर्णवधैक्यहीनात्।
अज्ञातवर्णाग्निजसंख्ययाप्त
मज्ञातवर्णस्य भवेत् प्रमाणम् ॥४४॥

वर्णज्ञानमुपजात्याह स्वर्णैक्येति। युतिजातवर्णात् स्वर्णैक्यनिघ्नात् सुवर्ण-तद्वर्ण-वधैक्य-हीनात् अज्ञातवर्णाग्निज-संख्यया—नज्ञायते वर्णः यस्यासौ अज्ञातवर्णः स चासौ

अग्निज (स्वर्णः) स्वेति अज्ञातवर्णाग्निजः तस्य संख्यया आप्तं अज्ञातवर्णस्य प्रमाणं स्यात् ।

अत्रोपपत्तिः ।

पूर्व्वप्रदर्शितनियमे सुवर्णवर्णाहतियोगराशिः स्वर्णैक्यभक्तः युतिजातवर्णःस्यात् । अतः स्वर्णैक्यनिघ्नः युतिजातवर्णः सुवर्णवर्णाहतियोगराशिसमः । तस्माद् यदि ज्ञातवर्ण-तत्सुवर्णयो र्घातो वियुज्यते तदाऽज्ञातवर्णतत्सुवर्णयो र्घातः शेषःस्यात् । स च अज्ञातवर्णसुवर्णभक्तः अज्ञातवर्ण-प्रमाणं भवेदिति स्पष्टम् ।

उदाहरणम् ।

दशेशवर्णा वसुनेत्रमाषा
अज्ञातवर्णस्य षडेतदैक्ये ।
जातं सखे द्वादशकं सुवर्ण
मज्ञातवर्णस्य वद प्रमाणम् ॥

अत्रोदाहरणमुपजात्याह दशेशेति । वसुनेत्रमाषाः क्रमेण दशेशवर्णाः अज्ञात वर्णस्य षट् षड्माषाः तदैक्ये तेषां मिश्रणे द्वादशकं द्वादशवर्णं सुवर्णं जातम् । हे सखे ! अज्ञात वर्णस्य प्रमाणं वद ।

न्यासः

१०	११	
८	२	६

आवर्त्तिते वर्णः १२ ।
लब्धमज्ञातवर्णमानम् १५

सुवर्णज्ञानाय करणसूत्रं वृत्तम् ।

स्वर्णैक्यनिघ्नोयुतिजातवर्णः
स्वर्णघ्नवर्णैक्यवियोजितोऽसौ ।
अहेमवर्णाग्निजयोगवर्ण-
विश्लेषभक्तोऽविदिताग्निजं स्यात् ॥४५॥

सुवर्णज्ञानमुपजात्याह स्वर्णैक्येति । युतिजातवर्णः स्वर्णैक्यनिघ्नः ज्ञातस्वर्णैक्येन गुणितः ज्ञातस्वर्णघ्नवर्णैक्येन वियोजितः अज्ञातं हेम यस्य एवम्भूतस्य वर्णस्य अग्निज-योगवर्णस्य च विश्लेषेण अन्तरेण भक्तः अविदिताग्निजं अज्ञातस्वर्ण-परिमाणं स्यात् ।

अत्रोपपत्तिः ।

सुवर्णवर्णाहतियोगराशिः स्वर्णैक्यनिघ्नः कनकैक्यवर्ण-समःस्यात् । अतः ज्ञातसुवर्णवर्णाहतियोगराशिना सह अज्ञातस्वर्ण-तद्वर्णयोर्घातोयुक्तः सुवर्णवर्णाहतिराशिसमः स्यात् । अपरस्मिन् पक्षे ज्ञातस्वर्णैक्यवर्णयो र्घातेन सह

अज्ञातस्वर्णैक्यवर्णयो र्घातो युतः स्वर्णैक्य-निघ्नकर्णैक्य-वर्णसमः स्यात् । अत्रैकाव्यक्तं शोधयेदन्यपचादित्यादिना ज्ञातस्वर्णनिघ्नयोगजवर्णे ज्ञातस्वर्णघ्नवर्णैक्येन वियुक्ते, अज्ञेमवर्णैक्यवर्णयोर्विश्लेषेण भक्ते अज्ञातस्वर्णमानं स्यादित्यु-पपद्यते ।

उदाहरणम् ।

दशेन्द्रवर्णा गुणचन्द्रमाषाः
किंचित् तथा षोड़शकस्य तेषाम् ।
जातं युतौ द्वादशकं सुवर्णं
कतीह ते षोड़शवर्णमाषाः ॥

अत्रोदाहरणमुपजात्याह दशेन्द्रेति । गुणचन्द्रमाषाः त्रिमाषैकमाषाः क्रमेण दशेन्द्रवर्णाः दशैकादशवर्णाः सन्ति । तथा षोड़शकस्य षोड़शवर्णस्य किञ्चित् सुवर्णं, तेषां युतौ द्वादशकं द्वादशवर्णं सुवर्णं जातं इह ते षोड़श वर्णमाषाः कतीति वद ।

न्यासः ।

१०	१४	१६
३	१	

आवर्त्तिते वर्णः १२ ।

लब्धं माषमानम् १ ।

सुवर्णज्ञानायाऽन्य करणसूत्रं वृत्तम्।

साध्येनोनोऽनल्पवर्णोविधेयः
साध्योवर्णः स्वल्पवर्णोनितश्च।
इष्टघ्ने शेषके स्वर्णमाने
स्यातां स्वल्पाऽनल्पयोवर्णयोस्ते ॥४६॥*

ज्ञातवर्णयोरज्ञातमानयोः स्वर्णयो र्मानज्ञानं शालिन्याह साध्येनोनोऽनल्पेति। अनल्पवर्णः अधिकवर्णः साध्येन साध्यतेऽसौ साध्यस्तेन योगजवर्णेनेत्यर्थः ऊणः विधेयः। साध्योवर्णः स्वल्पवर्णोनितश्च विधेयः, शेषके शेषद्वये इष्टघ्ने इष्टेन गुणिते क्रमेण स्वल्पाऽनल्पयोः स्वल्पवर्णाऽधिकवर्णयोः स्वर्णयोः माने स्याताम्।

अत्रोपपत्तिः।

स्वर्णमाने कल्पिते क १ ख १। हाटकगुटिके षोडशेति प्रश्नानुसारेण सुवर्णवर्णाहतियोगराशावित्यादिना च।

क १६ + ख १० = क १२ + ख १२ अत्रैकाऽव्यक्तं शोधयेदन्य पक्षादित्यादिना क१६ − क१२ = ख१२ − ख१०

* यत्र सुवर्ण वर्णा वहवस्तत्र द्वयोर्द्वयोर्मिलिते प्रसाध्यसुवर्णमानं निर्णेयम्।

= क ४ = ख २ अत्र यदि १ इष्टं कल्प्यते तदा क्रमेण स्वर्णमाने ४ । २ ।

अतउक्तं साध्येनोनोऽनल्पेति ।

उदाहरणम् ।

हाटकगुटिके षोड़शदशवर्णे तद्युतौ सखि जातम् ।
द्वादशवर्णं स्वर्णं ब्रूहि तयोः स्वर्णमाने मे ॥

अत्रोदाहरणमाह्यियाह हाटकेति । हे सखे ! हाटकगुटिके क्रमेण षोड़शदशवर्णे तद्युतौ द्वादशवर्णं स्वर्णं जातम् । तयोः स्वर्णमाने मे ब्रूहि ।

न्यासः । १६ । १० । साध्योवर्णः १२ ।
कल्पित मिष्टम् १ । लब्धे सुवर्णमाने २ । ४ ।

अथवा द्विकेनेष्टेन ४।८। अर्द्धेनेष्टेनवा १ । २
एवं बहुधा ।

छन्दश्चित्यादौ करणसूत्रं वृत्तत्रयम् ।

PERMUTATIONS AND COMBINATIONS.

एकाद्येकोत्तरा अङ्का व्यस्ताभाज्याः क्रमस्थितैः ।
परः पूर्व्वेण संगुण्य स्तत् परस्तत् परेण च ॥४७॥

एकद्वित्र्यादिभेदाः स्युरिदं साधारणं स्मृतम् ।
छन्दश्चित्युत्तरे छन्दस्युपयोगोऽस्य तद्विदाम् ॥४८॥
मूषावहनभेदादौ खण्डमेरौ च शिल्पके ।
वैद्यके रसभेदीये तन्नोक्तं विस्तृतेर्भयात् ॥४९॥

छन्दस्येकादिगुरुभत्त्वादिना, रसव्यक्तौ एकादिरस-योगेन, गृहादिष्वेकादि-गवाक्षादिनां च भेदमनुष्टुप्त्रयेणाह एकाद्येकोत्तरादिति ।

एक आदि र्येषां ते एकादयः । एक उत्तरो वृद्धिर्येषां ते एकोत्तराः एकादयश्च ते एकोत्तराश्च एकाद्येकोत्तराः अङ्काः व्यस्ताः स्थाप्याः, क्रमस्थितैः एकादिभिः अङ्कैः भाज्याः । परः पूर्व्वेण संगुण्यः अन्त्याङ्कं यावत् तत्परस्तत्परेण च संगुण्यः, एवं एकद्वित्र्यादि भेदाः—एकभेदः द्विभेदः त्रिभेदः इत्यादिभेदाः स्युः । इदं साधारणं स्मृतं, यत्र कुत्रापि भेदज्ञानार्थं अयमेव नियमो ग्राह्य इत्यर्थः । छन्दसि, छन्दश्चित्युत्तरे छन्दःसमूह-प्रस्तारे, शिल्पके मूषावहनभेदादौ (मूषाशब्देन गवाक्षमुच्यते) गवाक्षरचनादिभेदे, खण्डमेरौ च, वैद्यके रसभेदीये वैद्यशास्त्रोक्त मधुरादि रसानां भेदे च तद्विदां छन्दआदिज्ञानां अस्य श्रेढीगणितस्य उपयोगः अस्ति । तद्विस्तृतेर्भयात् न उक्तम् नोल्लिखितम् ।

अत्रोपपत्तिः ।

त्र्यक्षर प्रस्तारे एकादिलघुगुर्व्वो भेदाः ऋजुवक्ररेखाभिः प्रदर्श्यन्ते यथा ।

§ § § त्रिगुरुभेदः १ एकः । ३ २ १

| § §
§ | §
§ § | } द्विगुरुभेदाः ३ त्रयः । | $\frac{१ \quad २ \quad ३}{३ \quad ३ \quad १}$

| | §
§ | |
| § | } एकगुरुभेदाः ३ त्रयः । अत्र ३ ÷ १ = ३

| | | सर्व्व लघुः १ एकः । | $\frac{३ \times २}{२} = ३$

सर्व्वभेदाः ८ अष्टौ । | $\frac{३ \times १}{३} = १$ एवं सर्व्वत्र

अत उपपन्नं एकाद्येकोत्तरा इति ।

तत्र छन्दश्चित्युत्तरे तावदुदाहरणम् ।

प्रस्तारे मित्र गायत्र्याः स्युः पादव्यक्तयः कति ।
एकादिगुरवश्चाशु कति कत्युच्यतां पृथक् ॥

अत्रोदाहरणमनुष्टुभाह प्रस्तारइति । हे मित्र ! गायत्र्याः प्रस्तारे गुरुलघुरूपतया छन्दःप्रभृतीनां प्रभेदज्ञापक-

सङ्केतविशेषः प्रस्तारः तस्मिन् पादव्यक्तयः पादे भेदाः कति स्युः एकादिगुरवः एकगुरुभेदाः द्विगुरुभेदाः इत्यादयः कति कति स्युः आशु शीघ्रं पृथग् उच्यतां।

इह हि षडक्षरो गायत्रीचरणः। अतः षडन्तानामेकाद्येकोत्तराणामङ्कानां व्यस्तानां क्रमस्थानां च

न्यासः।

६	५	४	३	२	१
१	२	३	४	५	६

यथोक्त करणेन लब्धा एकादि गुरु व्यक्तयः। एक गुरवः ६। द्विगुरवः १५। त्रिगुरवः २०। चतुर्गुरवः १५। पञ्चगुरवः ६। षड्गुरवः १। तथैकः सर्व्व लघुः १। एवं सर्व्वत्र। ऐक्यं सैकं पादव्यक्तिमितिः ६४।

एवं चतुश्चरणाक्षरसंख्यानङ्कान् यथोक्तं विन्यस्यैकद्वित्र्यादिगुरुभेदानानीय तेषामैक्यं सैकं कृत्वा ज्ञाता गायत्रीवृत्तव्यक्तिसंख्या। १६७७७२१६। एवमुक्ताद्युत्कृतिपर्य्यन्तं छन्दसां व्यक्तिमितिर्ज्ञानम्।

उदाहरणं शिल्पे ।

एकद्वित्र्यादिमुखावहनमिति

सखे ब्रूहि मे भूमिभर्त्तु

र्हर्म्ये रम्येऽष्टमूखे चतुरविरचिते

श्लक्ष्णशाला विशाले ।

एकद्वित्र्यादियुक्ता मधुरकटु-

कषायाऽम्लकक्षारतिक्तै

रेकस्मिन् षड्रसै स्युर्गणक

कति वद व्यञ्जने व्यक्तिभेदाः ॥

शिल्प वैद्यकयो रुदाहरणद्वयं स्रग्धरयाह एकद्वित्र्या-दीति । भो गणक ! चतुरविरचिते चतुरेण शिल्पशास्त्र-कुशलेन निर्म्मिते श्लक्ष्णशाला विशाले श्लक्ष्णाभिः सुलक्षणाभिः शालाभिः गृहैः विशाले विस्तृते रम्ये रमणीये अष्टमूखे अष्टगवाक्षयुक्ते भूमिभर्त्तुः राज्ञः हर्म्ये प्रासादे एकद्वित्र्यादि मुखावहनमिति एकैकया मुखया कति भेदाः, द्वाभ्यां मुखाभ्यां कति भेदाः इत्यादि भेदान् मे ब्रूहि ? तथा एकस्मिन् व्यञ्जने मधुर-कटु-कषायाऽम्लक-क्षार-तिक्तैः षड् रसैः एकद्वित्र्यादि युक्ताः व्यक्तिभेदाः कति स्युः इति अपि वद ।

न्यासः ।

८	७	६	५	४	३	२	१
१	२	३	४	५	६	७	८

लब्धा एकद्वित्र्यादि मुखावहन संख्याः

८ । २८ । ५६ । ७० । ५६ । २८ । ८ । १ ।

एवमष्टमुखे राजगृहे मुखावहनभेदाः २५५ ।

अथद्वितीयोदाहरणे न्यासः ।

६	५	४	३	२	१
१	२	३	४	५	६

लब्धाव्यञ्जनसंख्यैकादिरसयोगेन ६ । १५ ।

२० । १५ । ६ । १ सर्व्वभेदाः ६३ ।

इतिमिश्र व्यवहारः ।

अथ श्रेढी व्यवहारे करणसूत्रं वृत्तम् ।

सैकपदघ्नपदार्द्धमथैका-

याङ्कयुतिः किल संकलिताख्या ।

सा द्वियुतेन पदेन विनिघ्नी

स्यात् त्रिहृता खलु संकलितैक्यम् ॥५०॥

एकादिसंख्याना मेकीकरणं श्रेढीत्युऽच्यते वृद्धव्यवहारि-

कीयं संज्ञा । तत् संकलितं संकलितैक्यञ्च दोधकवृत्तेनाह

सैकपदघ्नेति। सैकपदघ्नपदार्द्धं सैकेन पदेन गुणितस्य पदस्यार्द्धं एकाद्यङ्कयुतिः सा किल संकलिताख्या, योगोहि संकलितमित्युच्यतेऽतः संज्ञेयम्। सा द्वियुतेन पदेन विनिघ्नी गुणिता त्रिहृता संकलितैक्यं पदपर्य्यन्ताना मेकाद्यङ्कानां पृथग् ये योगा स्तेषां योगः स्यात्।

अत्रोपपत्तिः।

पदम्=प। सर्व्वधनम्=स। अन्त्यधनं=न। आदिः=आ।

५, ४, ३, २, १ एषां योगे—

प, प−१, प—२, प—३, प—४। योगे सर्व्वधनम्।

१=प−(प—१)=आदिः।

२=प—(प—२)=द्वितीयः इत्यादि।

एषां योगेऽपि सर्व्वधनम्।

$\therefore$ स=प−(प—१)+प−(प—२)+प−(प—३)…प

स = प + प — १ + प — २ ……………… १

२ स = प+१, +प+१, +प+१, ………पदतुल्यम्।

$\therefore$ २ स = (प + १) प

स = $\frac{(प + १)प}{२}$

अत उक्तं सैकपदघ्नपदार्द्धमथैकाद्यङ्कयुतिः संकलिताख्या।

गणितेनास्योपपत्तिः।

५	४	३	२	१
१	२	३	४	५
६	६	६	६	६

२स=६×प=(प+१)प।

$\therefore$ स=$\frac{(प+१)प}{२}$।

१ २ ३ ४ ५

१ ३ ६ १० १५ = ३५ सर्व्वधनम्।

१ + १ + १ + १ …… स = आ × प।

१ + २ + ३ + ४ …… स = $प^{२}$ × किञ्चित्।

१ + ३ + ६ + १० … स = $प^{३}$ × किञ्चित्।

यदि प = १, तदा स = आ × प = १ × १ = १

यदि प = २, तदा स = ४। यदि प = ३ तदा स = १०

$प^{३}$ $प^{२}$ प

गुणाकः = ख क आ

∴ स = $प^{३}$ × ख + $प^{२}$ × क + प × आ

यदि प = १, तदा ख + क + आ = १

यदि प = २, तदा ८ ख + ४ क + २आ = १ + ३ = ४

यदि प = ३, तदा २७ख + ९क + ३आ = १ + ३ + ६ = १०

अपवर्त्तने कृते।

ख + क + आ = १

४ख + २क + आ = २

९ख × ३क + आ = $\frac{१०}{३}$

अत्र द्वितीयात् प्रथमं प्रोह्य

३ख + क = २ − १ = १

तृतीयाद् द्वितीयं प्रोह्य

५ख + क = $\frac{१०}{३}$ − २ = $\frac{४}{३}$।

अस्यापि प्रथमात् द्वितीयं प्रोह्य।

२ख = $\frac{४}{३}$ − १ = $\frac{१}{३}$। ∴ ख = $\frac{१}{६}$। ३ख = $\frac{१}{६}$ × ३ = $\frac{१}{२}$।

$३\text{ख}+\text{क}=१ \therefore \text{क}=१-\frac{१}{२}=\frac{१}{२}$ ।

$\text{ख}+\text{क}+\text{आ}=१$ । $\therefore \frac{१}{६}+\frac{१}{२}+\text{आ}=१$ ।

$\therefore \text{आ}=१-(\frac{१}{६}+\frac{१}{२})=\frac{१}{३}$ ।

$\therefore \text{स}=\text{प}^{३}\times\frac{१}{६}+\text{प}^{२}\times २+\text{प}\times\frac{१}{३}$ ।

$=\frac{१}{६}\times\text{प}(\text{प}^{२}+३\text{प}+२)=\frac{१}{६}\times\text{प}(\text{प}+१)(\text{प}+२)$

$$=\frac{(\text{प}+१)\text{प}}{२}\times\frac{\text{प}+२}{३}$$

अत उक्तं सा त्रियुतेनेति ।

उदाहरणम् ।

एकादीनां नवान्तानां पृथक् संकलितानि मे ।
तेषां संकलितैक्यानि प्रचक्ष्व गणक द्रुतम् ॥

अथोदाहरणमनुष्टुभाह, एकादीनामिति । हे गणक ! एकादीनां नवान्तानामङ्कानां संकलितानि योगफलानि मे पृथग् वद । तेषां संकलितैक्यानि संकलितानां योगफलानि च पृथग् द्रुतं प्रचक्ष्व वद ।

न्यासः १ । २ । ३ । ४ । ५ । ६ । ७ । ८ । ९ ।

लब्धानि संकलितानि १ । ३ । ६ । १० । १५ ।
२१ । २८ । ३६ । ४५ ।

एषामैक्यानि १।४।१०।२०।३५।५६।८४।१२०।१६५

कृत्यादियोगे करणसूत्रं वृत्तम्।

द्विघ्नपदं कुयुतं त्रिविभक्तं
संकलितेन हतं कृतियोगः।
संकलितस्य कृतेः सममेका-
द्यङ्कघनैक्य मुदाहृत माद्यैः॥ ५१॥

वर्गैक्यघनैक्ययोः साधनं दोधकवृत्तेनाह द्विघ्नेति। द्विघ्नपदं कुयुतमेकयुक्तं त्रिविभक्तं संकलितेन हतं कृतियोगः एकाद्यङ्कानां याः कृतय स्तासां योगः स्यात्। संकलितस्य कृतेः समं वर्गतुल्यं एकाद्यङ्क घनैक्य मिति आद्यैः उदीरितं कथितम्।

अत्रोपपत्तिः।

१	४	९	१६……
१	५	१४	३०……

योगनियमे दृष्टम् सर्व्वधनम्$=$प^{3}क$+$प^{2}ख$+$पग।

यदि प$=१$, तदा क$+$ख$+$ग$=१$।

यदि प$=२$, तदा ८क$+$४ख$+$२ग$=(१+४)=५$।

यदि प$=३$, तदा२७क$+$९ख$+$३ग$=१+४+९=१४$।

द्विगुणितप्रथमं द्वितीयात् तथा त्रिगुणितप्रथमं तृतीयात् प्रोह्य च।

$६ क + २ ख = ३ । \quad २४क + ६ ख = ११ ।$

अत्र त्रिघ्नं प्रथमं द्वितीयात् प्रोह्य जातम् ।

$६क = २ \therefore क = \frac{१}{३} । \quad ६ क + २ ख = ३ \therefore ख = \frac{१}{२} ।$

$क + ख + आ = १ \therefore आ = \frac{१}{६} ।$

$\therefore स = \frac{१}{३}प^{३} + \frac{१}{२}प^{२} + \frac{१}{६}प । = \frac{२}{६}प^{३} + \frac{३}{६}प^{२} + \frac{१}{६}प$

$$= \left(\frac{२प^{२} + ३प + १}{६}\right)प = \frac{प(प+१)}{२} \times \frac{२प+१}{३}$$

अत उपपन्नम् द्विघ्नपदं कुयुतमित्यादि ।

१	८	२७	६४ ......
१	९	३६	१०० ......

पूर्व्वप्रदर्शित नियमेन—

$स = कप^{४} + खप^{३} + गप^{२} + आप ।$

यदि $प = १$, तदा $क + ख + ग + आ = १$ ।

यदि $प = २$, तदा $१६क + ८ख + ४ग + २आ = ९$ ।

यदि $प = ३$, तदा $८१क + २७ख + ९ग + ३ आ = ३६$ ।

यदि $प = ४$, तदा $२५६क + ६४ख + १६ग + ४आ = १००$ ।

$क + ख + ग + आ = १ ।$

$१६ क + ८ ख + ४ ग + २ आ = ९ ।$

$२७ क + ९ ख + ३ ग + आ = १२ ।$ } शेषद्वयं अपवर्त्य-

$६४ क + १६ ख + ४ ग + आ = २५ ।$ } जातम् ।

उदाहरणम् ।

तेषा मेव च वर्गैक्यं घनैक्यं च वद द्रुतम् ।
कृतिसंकलनामार्गेऽनाकुला*यदि ते मतिः ॥

वर्गैक्य घनैक्ययोरुदाहरण मनुष्टुभाह तेषामिति । यदि ते तव मतिः कृतिसंकलना मार्गे कृतियोग नियमे अनाकुला सावधाना तर्हि तेषां पूर्व्वं प्रश्नोक्तैकादीनां नवाङ्कानामङ्कानां वर्गैक्यं घनैक्यञ्च द्रुतं वद ।

न्यासः । १ । २ । ३ । ४ । ५ । ६ । ७ । ८ । ९ ।

वर्गैक्यम् । १ । ५ । १४ । ३० । ५५ । ९१ । १४० । २०४ । २८५ ।

घनैक्यम् । १ । ९ । ३६ । १०० । २२५ । ४४१ । ७८४ । १२९६ । २०२५ ।

आद्यादिधनज्ञानाय करणसूत्रं वृत्तम् ।

व्येकपदघ्नचयो मुखयुक्स्या
दन्त्यधनं मुखयुग् दलितं तत् ।
मध्यधनं पदसंगुणितं तन्
सर्व्वधनं गणितं च तदुक्तम् ॥ ५२ ॥

---

*अनाकुला इत्यत्र कुशला इत्यपि पाठः ।

मुख-पद-चयेभ्यः अन्त्यधनादिज्ञानं दोधकवृत्तेनाह व्येकेति। प्रथमदिने दीयमानं धनं मुखं आदिर्वोच्यते। ततः प्रत्यहं यद्वृद्धग्रा दीयते स चयः, उत्तरं, वृद्धिश्च कथ्यते। यावद्भिर्दिवसैर्दीयते ते पदं गच्छो वेति निगद्यन्ते। शेषदिवसे यद्दीयते तद् अन्त्यधनं भन्यते। व्येकपदघ्नचयः व्येकपदेन एकोनपदेन गुणितः चयः, मुखयुक् अन्त्यधनं भवति। तद् अन्त्यधनं मुखयुक् दलितं अर्द्धितं मध्यधनं स्यात्। तद् मध्यधनं पद-संगुणितं सर्व्वधनं स्यात्, तत् सर्व्वधनं गणितं च उक्तं भवति। गणितेन निष्पद्यत इति गणितमित्यन्वर्थनामिकेयं संज्ञा।

अत्रोपपत्तिः।

मुखम्=मु। चयः=च। पदम्=प। अन्त्यधनम्=न। सर्व्वधनम्=स।

प्रथमदिने मु। द्वितीयदिने मु+च। तृतीयदिने मु+२च।···

∴ अन्त्यदिने मु+(प—१)च।

अत उक्तम् व्येकपदघ्नचयो मुखयुगन्त्यधनम्।

स=मु,+मु+च,+मु+२च,+मु+३च,······न।

स=न+न-च+न—२च+न—३च+······मु।

२स=मु+न,+मु+न,+मु+न,······पदतुल्यम्।

∴ २स=(मु+न)प।

$\therefore$ स$=\left(\frac{मु+न}{२}\right)$प। $\frac{मु+न}{२}$ अस्य मध्यधन संज्ञा।

$\therefore$ मध्यधनम्$\times$पदम्$=$सर्व्वधनम्।

अत उक्तम् अन्त्यधनं मुखयुगित्यादि।

उदाहरणम्।

आद्ये दिने द्रम्मचतुष्टयं यो
दत्वा द्विजेभ्योऽनुदिनं प्रवृत्तः।
दातुं सखे पञ्चचयेन पक्षे
द्रम्मा वद द्राक् कति तेन दत्ताः।

अत्रोदाहरणमिन्द्रवज्रयाह आद्य इति। यः दाता आद्ये प्रथमे दिने द्विजेभ्यः द्रम्म-चतुष्टयं दत्वा अनुदिनं प्रत्यहं पञ्चचयेन पञ्चवृद्ध्या, प्रथमदिने चत्वारोद्रम्माः, द्वितीयदिने नवेति नियमेन दातुं प्रवृत्तः, तेन दाता पक्षे दिनपञ्चदशके गते कति द्रम्मा दत्ता इति हे सखे! द्राक् शीघ्रं वद।

न्यासः। आदिः ४। चयः ५ गच्छः १५। अत्रादिधनम् ४। मध्यधनम् ३९। अन्त्यधनम् ७४। सर्व्वधनम् ५८५।

उदाहरणान्तरम् ।

आदिः सप्त चयः पञ्च गच्छोऽष्टौ यत्र तत्र मे ।
मध्यान्त्यधनसंख्ये के वद सर्व्वधनं च किम् ॥

समदिने गच्छे मध्यदिनाऽभावे मध्यधनस्वरूपमुदाहरणान्तरेणानुष्टुभा दर्शयत्यादिरिति। यत्र आदिः सप्त, चयः पञ्च, गच्छः अष्टौ, तत्र मध्याऽन्त्यधन-संख्ये के सर्व्वधनञ्च किं स्यादिति मे वद ।

न्यासः। आ॰ ७। च॰ ५। ग॰ ८। अत्र मध्यधनम् $\frac{४९}{२}$। अन्त्यधनम् ४२ सर्व्वधनम् १९६ ।

अत्र समदिने गच्छे मध्यदिनाऽभावान्मध्यात् प्रागपरदिनधनयो र्योगार्द्धं मध्यधनं भवितु मर्हतीति प्रतीति रुतूपाद्या ।

मुखज्ञानाय करणसूत्रं वृत्तम् ।

गच्छहृते गणिते वदनं स्याद्
व्येकपदघ्नचयाऽर्द्धविहीने ।

मुखज्ञानं दोधकवृत्त-पूर्व्वार्द्धेनाह गच्छेति। गणिते सर्व्वधने गच्छ-हृते गच्छेन पदेन विभक्ते व्येक-पदघ्न-चयार्द्ध-

विश्लेषे व्येकपदेन गुणितस्य चयस्य अर्द्धेन वियुक्ते वदनं आदिधनं स्यात् ।

अत्रोपपत्तिः ।

$$स = \left\{ \frac{(प - १) च + २ मू}{२} \right\} प ।$$

$$२स = \{ (प - १) च + २ मू \} प ।$$

"प" द्वाराऽपवर्त्तने ।

$$\frac{२ स}{प} = (प - १) च + २ मू ।$$

$$२ मु = \frac{२ स}{प} - (प - १) च ।$$

$$\therefore मु = \frac{स}{प} - \frac{(प - १) च}{२} ।$$

अत उक्तं गच्छ हृत इत्यादि ।

उदाहरणम् ।

पञ्चाधिकं शतं श्रेढीफलं सप्तपदं किल ।
चयं त्रयं वयं विद्मोवदनं वद नन्दन ॥

पञ्चाधिकं शतं किल श्रेढीफलं सप्त पदं चयं त्रयं वयं विद्मः जानीमः हे नन्दन ! वदनं आदिं वद ।

न्यासः च ३ । ग ७ । फलम् १०५ । लब्धमादिः ६ ।

चयज्ञानाय करण सूत्रं वृत्तार्द्धम् ।

गच्छहृतं धनमादिविहीनं

व्येकपदार्द्धहृतं च चयः स्यात् ॥५३।

चयज्ञानं दोधकवृत्तोत्तरार्द्धेनाह गच्छेति । धनं सर्व्वधनं गच्छ-हृतं आदिविहीनं व्येक-पदार्द्ध-हृतं चयः स्यात् ।

अत्रोपपत्तिः ।

$$स = \frac{(प-१)च + २मु}{२} \times प ।$$

$$२स = \{(प-१)च + २मु\}प ।$$

$$\frac{२स}{प} = (प-१)च + २मु ।$$

$$(प-१)च = \frac{२स}{प} - २मु ।$$

$$\frac{(प-१)च}{२} = \frac{स}{प} - मु ।$$

$$\therefore च = \frac{\frac{स}{प} - मु}{\frac{प-१}{२}}$$

अत उक्तं गच्छहृत मित्यादि ।

उदाहरणम् ।

प्रथममगमदह्ना योजने यो जनेश
स्तदनु ननु कयाऽसौ ब्रूहि यातोऽध्ववृद्ध्या ।
अरिकरिहरणार्थं योजनानामशीत्या
रिपुनगरमवाप्तः सप्तरात्रेण धीमन् !

अत्रोदाहरणं मालिन्याह प्रथम मिति । हे धीमन् ! यः जनेशः राजा अरि-करि-हरणार्थं शत्रोः हस्ति-हरणाय प्रथमं अह्ना एकेन दिनेन योजने योजनद्वयं अगमत् । तदनु तदनन्तरं सप्तरात्रेण सप्तभिरहोभिः योजनानां अशीत्या रिपु-नगरं शत्रुपुरं अवाप्तः प्राप्तः सः जनेशः कया अध्व-वृद्ध्या यात इति ब्रूहि ।

न्यासः । आ॰ २ । ग॰ ७ । गणितम् ८० ।
लब्धमुत्तरम् $\frac{२२}{७}$ ।

गच्छज्ञानाय करणसूत्रं वृत्तम् ।

श्रेढी फलादुत्तर लोचनघ्ना
च्चयार्द्धवक्त्रान्तरवर्गयुक्तात् ।
मूलं मुखोनं चयखण्डयुक्तं
चयोद्धृतं गच्छ मुदाहरन्ति ॥ ५४ ।

गच्छज्ञानमुपजात्याह श्रेढीति। उत्तरलोचनघ्नात् उत्तरेण चयेन लोचनाभ्यां द्वाभ्यां च गुणितात्, चयाऽर्द्ध-वक्त्राऽन्तर-वर्ग-युक्तात् चयार्द्धस्य आदिधनस्य च यदन्तरं तस्य वर्गेण युक्तात्, श्रेढीफलात् सर्व्वधनात् मूलं, मुखोनम्, चयखण्डयुक्तं चयार्द्धेन युतं, चयोद्धृतं, फलं गच्छं उदाहरन्ति कथयन्ति पूर्व्वाचार्य्या इति शेषः।

अत्रोपपत्तिः।

$$स=\left\{\frac{(प-१)च+२मु}{२}\right\}प।=\frac{चप^{२}-चप+२मुप}{२}$$

$$२स=२मुप+चप^{२}-चप=चप^{२}+(२मु-च)प।$$

$$चप^{२}+प(२मु-च)-२स=०$$

वर्गसमीकरण नियमेन—

$$\therefore प=\frac{-२मु+च+\sqrt{(२मु-च)^{२}+८चस}}{२च}$$

$$प=\frac{\sqrt{\left(मु-\frac{च}{२}\right)^{२}+२चस}-मु+\frac{च}{२}}{च}$$

अत उक्तं श्रेढी फलादित्यादि।

उदाहरणम्।

द्रम्मत्रयं यः प्रथमेऽह्नि दत्वा दातुं प्रवृत्तो द्विचयेन तेन।
शतत्रयं षष्ठ्यधिकं द्विजेभ्यो दत्तं कियद्भिर्द्दिवसैर्वदाशु।

अत्रोदाहरण मुपजात्याह द्रम्मेति । यः दाता प्रथमे अह्नि द्विजेभ्यः द्रम्म-त्रयं दत्वा ततः प्रतिदिनं द्विचयेन दातुं प्रवृत्तः । तेन षष्ट्यधिकं शतत्रयं कियद्भिः दिवसैः दत्तम् इति आशु वद ।

न्यासः । आ ३ । च २ । गणितम् ३६० ।
लब्धं गच्छः १८ ।

गुणोत्तरे सर्व्वधनज्ञानार्थं करणसूत्रं सार्द्धार्य्या ।
विषमे गच्छे व्येके गुणकः स्थाप्यः समेऽर्धिते वर्गः ।
गच्छक्षयान्तमन्त्याद्व्यस्तं गुण वर्गजं फलं यत् तत्॥५५।
व्येकं व्येकगुणोद्धृत मादिगुणं स्याद् गुणोत्तरे गणितम्।

गुणके चये सर्व्वधन-ज्ञानं सार्द्धार्य्ययाह विषम इति । विषमे गच्छे व्येके निरेके कृते गुणकः स्थाप्यः । समे समे गच्छे अर्द्धिते कृते वर्गः स्थाप्यः । एवं गच्छ-क्षयान्तं कृत्वा गुण-वर्गाणां पंक्तिः स्थाप्या । अन्त्यात् अन्त्यमारभ्य व्यस्तं यद् गुण-वर्गजं फलं भवति तद् व्येकम्, व्येकगुणोद्धृतं व्येकेन गुणेन भक्तं आदि-गुणं गुणोत्तरे गुणवृद्धौ गणितं स्यात् ।

अत्रोपपत्तिः ।

प्रथमदिने आ । द्वितीयदिने आ × गु । तृतीयदिने आ × गु^{2} इत्यादि पदपर्य्यन्तम् ।

$\therefore$ स = आ + आ × गु + आगु^{२} + आ × गु^{३} ... आगु$^{प-१}$

पक्षद्वये गुणेन गुणिते—

स × गु = आगु + आगु^{२} + आगु^{३} ......

+ आ × गु$^{प-१}$ + आ × गु^{प}।

द्वितीयात् प्रथमं प्रोह्य जातम्—

स (गु — १) = आ × गु^{प} — आ = आ(गु^{प} — १)।

$\therefore$ स = $\dfrac{\text{आ} (\text{गु}^{\text{प}} - १)}{\text{गु} - १}$। गु^{प} = गुण वर्गजं फलं।

अत उक्तं व्येकं व्येकगुणोद्धृत मित्यादि।

आदिर्द्वयं सखे वृद्धि रित्युदाहरणे पदं = ७। गु = ३

गु^{प} = ३ × ३ × ३ × ३ × ३ × ३ × ३ = २१८७।

गु^{७} = गु × गु^{६} = गु (गु^{३})^{२} = गु { गु(गु^{२})}^{२}।

अनेन नियमेन गुणः वर्गः गुणः वर्गः इत्यादिकमेक क्रमशो घटते। अतः अन्त्यमारभ्य गुणवर्गजं फलं साधनीयम्। यथा ३^{२} = ९। ९ × ३ = २७। २७^{२} = ७२९। ७२९ × ३ = २१८७।

अत उक्तं विषमे गच्छे व्येके गुणकः स्थाप्य इत्यादि।

अत्रोदाहरणम्।

पूर्व्वं वराटकयुगं येन द्विगुणोत्तरं प्रतिज्ञातम्।

प्रत्यहमर्थिजनाय स मासे निष्कान् ददाति कति॥

अत्रोदाहरणमार्य्ययाह पूर्व्वमिति । येन दाता पूर्व्वं पूर्व्वदिने वराटक युगं दत्तं, ततः प्रत्यहं अर्थिजनाय याचकाय द्विगुणोत्तरं द्विगुणः उत्तरः वृद्धिः यस्य तत्, द्विगुणं द्विगुणमित्यर्थः प्रतिज्ञातं दातुं निश्चितम् स दाता मासे गते कति निष्कान् ददातीति वद ।

न्यासः । आदिः २ । उत्तरद्विगुणः २ । गच्छः ३० । लब्धा वराटकाः २१४७४८३६४६ । निष्कवराटकैर्भक्ता जाता निष्काः १०४८५७ । द्रम्माः ६ । पणाः ६ । काकिण्यौ २ । वराटकाः ६ ।

$\frac{३०}{२}$ = १५ वर्गः १०७३७४१८२४ ।

१५ — १ = १४ गुणः ३२७६८ ।

$\frac{१४}{२}$ = ७ वर्गः १६३८४ ।

७ — १ = ६ गुणः १२८ ।

$\frac{६}{२}$ = ३ वर्गः ६४ ।

३ — १ = २ गुणः ८ ।

$\frac{२}{२}$ = १ वर्गः ४ ।

१ — १ = ० गुणः २ ।

$$\left(\frac{१०७३७४१८२४ - १}{२ - १}\right)२ = २१४७४८३६४६ ।$$

उदाहरणानि।

आदिर्द्वयं सखे वृद्धिः प्रत्यहं त्रिगुणोत्तरा।
गच्छः सप्तदिनं यत्र गणितं तत्र किं वद॥

पुनरन्यद्गुण-गच्छोदाहरणमनुष्टुभाह आदिरिति हे सखे! यत्र द्वयं आदिः, प्रत्यहं त्रिगुणोत्तरा त्रिगुणः उत्तरः यस्याः तथाभूता वृद्धिः, सप्तदिनं गच्छः, तत्र गणितं किं स्यादिति वद।

न्यासः। आदिः २। उत्तर त्रिगुणः ३।
गच्छः ७। लब्धं गणितम् २१८६।

समादि वृत्तज्ञानाय करणसूत्रं सार्द्धार्य्या।
पादाक्षर मितगच्छे गुणवर्गफलं चये द्विगुणे॥५६
समवृत्तानां संख्या तद्वर्गो वर्ग वर्गश्च।
स्वस्वपदोनौ स्यातामर्द्धसमानां च विषमाणाम्॥५७

समवृत्ताऽर्द्धसमवृत्त-विषमवृत्तानां संख्याज्ञानं सार्द्धार्य्ययाह पादाक्षरेति। वृत्तस्य चतुर्थांशः पादः। पादाक्षरमित-गच्छे द्विगुणे चये कल्पिते यत् गुण-वर्ग-फलं, "विषमे गच्छे व्येकेगुणकः स्थाप्य" इत्यादिना सिद्ध्यति सा समवृत्तानां संख्या स्यात्। तद्वर्गः तस्याः संख्यायाः वर्गः, तस्याः वग-वर्गश्च कार्य्यः, तौ स्व स्व पदेन ऊनौ क्रमेण अर्द्धसमानां विषमाणां च वृत्तानां संख्ये स्यातां। तल्लक्षणन्तु

अङ्घ्रयो यस्य चत्वारस्तुल्य-लक्षण-लक्षिताः ।
तच्छन्दः शास्त्र-तत्त्वज्ञाः समं वृत्तं प्रचक्षते ॥
प्रथमाङ्घ्रिः समो यस्य तृतीयश्चरणो भवेत् ।
द्वितीयस्तुर्य्यवद्वृत्तं तदर्द्धसममुच्यते ॥
यस्य पाद-चतुष्केऽपि लक्ष्म भिन्नं परस्परं ।
तदाहुर्विषमं वृत्तं छन्दःशास्त्र विशारदाः ॥

उदाहरणम् ।

समानामर्द्धतुल्यानां विषमाणां पृथक् पृथक् ।
वृत्तानां वद मे संख्यामनुष्टुप्छन्दसि द्रुतम् ॥

अत्रोदाहरणमनुष्टुभाह समानामिति हे सखे! अनुष्टुप् छन्दसि समानां अर्द्धतुल्यानां विषमाणां च वृत्तानां संख्यां पृथक् पृथग् मे द्रुतं वद ॥

न्यासः उत्तरवृद्धिगुणः २ । गच्छः ८ लब्धा समवृत्तानां संख्या २५६। तथाऽर्द्धसमानां ६५२८०। विषमाणां च ४२९४९०१७६० ।

पूर्व्वनियमेन—

$\frac{८}{२}$=४ वर्गः २५६

$\frac{४}{२}$=२ वर्गः १६

$\frac{२}{२}$=१ वर्गः ४

$१ - १ = ०$ गुण: २

$२५६^{२} - २५६ = ६५२८०$ अर्द्धसमवृत्तानां संख्या

$२५६^{४} - २५६^{२} = ४२९४९०१७६०$ विषमवृत्तसंख्या।

इति श्रेढीव्यवहार:।

इति प्रथम: खण्ड:।

इति व्याकरणतीर्थ, स्मृतितीर्थ, ज्योतिस्तीर्थोपाधिक, सौर-ब्राह्मण, श्रीराधावल्लभदेवशर्म्म विरचितायां लीलावत्या: सोपपत्तिक टीकायां प्रथमखण्ड: समाप्त:।

द्वितीयखण्डः ।

अत्रादौ क्षेत्रव्यवहारः ।

तत्र भुजकोटिकर्णाना मन्यतमाभ्यामन्यतमा-
नयनाय करणसूत्रं वृत्तद्वयम् ।

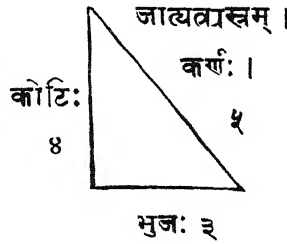
दृष्टो बाहुर्यः स्यात्तत्स्पर्द्धिन्यां दिशीतरो बाहुः ।
त्र्यस्रे चतुरस्रे वा सा कोटिः कीर्त्तिता तज्ज्ञैः ॥१॥
तत्कृत्यो र्यौगपदं कर्णो दोःकर्णवर्गयोर्विवरात् ।
मूलं कोटिः कोटिश्रुतिकृत्योरन्तरात् पदं बाहुः ॥२

समभूमिः क्षेत्रमित्युच्यते । तदतिदेशत्वेन त्र्यस्र-चतुर-स्रादिकं सर्व्व मेव क्षेत्रमिति व्यवह्रियते । त्र्यस्रे क्षेत्रे त्रयः अस्राः कोणाः सन्तीति त्र्यस्रं क्षेत्रमिति कथ्यते । त्र्यस्रं क्षेत्रं हि जात्याऽजात्यभेदेन द्विविधं । तत्र जात्य-त्र्यस्र-लक्षणं, तस्य भुज-कोटि-कर्ण-साधनं च आर्य्याद्वयेनाह, दृष्ट इत्यादि । त्र्यस्रे त्रिभुजे चतुरस्रे चतुर्भुजे वा क्षेत्रे यः दृष्टो बाहुः स्यात् तत्स्पर्द्धिन्यां दिशि स्थितः दृष्टबाहोरुपरि लम्ब-भावेन स्थितः इतरः बाहुः, स तज्ज्ञैः क्षेत्र-व्यवहाराऽभिज्ञैः पण्डितैः कोटिः कीर्त्तिता । दृष्टो बाहुरिति कथनात् भुज-कोट्योः केवलं नामभेद एव ज्ञायते, नतु

स्वरूपभेदः । तत्कृत्योर्योगपदं भुजकोटिवर्गयोः योगस्य मूलं कर्णः । दोःकर्णवर्गयोर्विवरात् भुजवर्गकर्णवर्गयोरन्तरात् मूलं कोटिः । कोटिश्रुतिकृत्योः कोटिवर्गकर्णवर्गयोः अन्तरात् पदं मूलं बाहुः स्यात् ।

अत्रोपपत्तिः ।

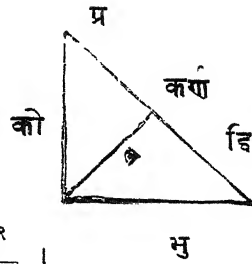
भुजवर्ग-कोटिवर्गयोर्योगः कर्णवर्गसमः स्यादिति क्षेत्रमितेः प्रथमाध्यायस्य सप्तचत्वारिंश-प्रतिज्ञातः सिद्ध मेव । अत स्तन्मूलं कर्णः । अनयैव युक्त्या भुजकोट्योरानयनो-पपत्तिरपि सुगमा ।

जात्यत्र्यस्रम् । कर्णः । ५ कोटिः ४ भुजः ३

अथवा अनुपाततः—

$$\frac{\text{को} \times \text{को}}{\text{क}} = \text{प्रथमा बाधा} = \text{प्र} ।$$

$$\frac{\text{भु} \times \text{भु}}{\text{क}} = \text{द्वितीया बाधा} = \text{द्वि} ।$$

प्र, कर्ण, को, द्वि, भु

$$\therefore \quad \text{प्र} = \frac{\text{को}^2}{\text{क}} । \qquad \text{द्वि} = \frac{\text{भु}^2}{\text{क}} ।$$

$$\text{द्वि} + \text{प्र} = \text{कर्ण} = \frac{\text{भु}^2 + \text{को}^2}{\text{क}} ।$$

$$\text{क}^2 = \text{भु}^2 + \text{को}^2 । \qquad \text{क} = \sqrt{\text{भु}^2 + \text{को}^2} ।$$

$\therefore$ भु^{२} = क^{२} — को^{२} $\quad \therefore$ भु = $\sqrt{\text{भु}^{२} + \text{को}^{२}}$ ।

एवं हि को = $\sqrt{\text{क}^{२} - \text{भु}^{२}}$ ।

अत उक्तं तत् कृत्यो र्योगपदं कर्ण इत्यादि ।

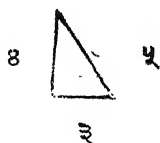
उदाहरणम् ।

कोटिश्चतुष्टयं यत्र दोस्त्रयं तत्र का श्रुतिः ।
कोटिं दोःकर्णतः कोटिश्रुतिभ्याञ्च भुजं वद ॥

यत्र चतुष्टयं कोटिः, त्रयं दोः भुजः, तत्र जात्य-त्र्यस्रे श्रुतिः का ? । दोःकर्णतः कोटिं तथा कोटिश्रुतिभ्यां च भुजं वद ।

न्यासः । कोटिः ४ । भुजः ३ । भुजवर्गः ९ । कोटिवर्गः १६ । एतयोर्योगात् २५ मूलम् ५ कर्णो जातः ।

४ ५ ३

अथ कर्ण भुजाभ्यां कोट्यानयनम् ।

कर्णः ५ । भुजः ३ । अनयो र्वर्गान्तरम् १६ । एतन्मूलं कोटिः ४ ।

अथ कोटिकर्णाभ्यां भुजानयनम् ।

कोटिः ४ । कर्णः ५ । अनयो र्वर्गान्तरम् ९ । एतन्मूलं भुजः ३ ।

प्रकारान्तरेण तज्ज्ञानाय करणसूत्रं सार्द्धवृत्तम्।

राश्योरन्तरवर्गेण द्विघ्ने घाते युते तयोः।
वर्गयोगो भवेदेवं तयो र्योगाऽन्तराहतिः॥ ३॥
वर्गान्तरं भवेदेवं ज्ञेयं सर्व्वत्र धीमता।

प्रकारान्तरेण वर्गयोग-वर्गान्तरयोः साधनमनुष्टुभाह राश्योरित्यादि। ययोः राश्योः वर्गयोगः कर्त्तव्यः तयोः द्विघ्ने घाते, अन्तर-वर्गेण सह युते सति, वर्गः योगः स्यात्। एवं तयोः राश्योः योगाऽन्तराहतिः योगस्य अन्तरस्य च घातः वर्गान्तरं भवेत्। धीमता सर्व्वत्र वर्गान्तर-योगान्तरयोः साधने एवं ज्ञेयम्।

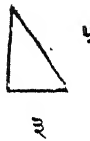
अत्रोपपत्तिः।

राशी कल्पितौ क, ख। अनयोर्वर्गयोगः,

$क^{2}+ख^{2}$। $(क-ख)^{2}=क^{2}+ख^{2}-2\,क\,ख$।

$क^{2}+ख^{2}-2क\,ख+2\,क\,ख=क^{2}+ख^{2}$

$\therefore\ (क-ख)^{2}+2\,क\,ख=क^{2}+ख^{2}$।

एवं हि $(क^{2}+ख^{2})=(क+ख)\times(क-ख)$ इति स्पष्टम्।

अत उक्तं राश्योरन्तरवर्गेणेति।

अथवा क्षेत्रमितेः द्वितीयाध्यायस्य सप्तम-प्रतिज्ञाऽनुमानेन वर्गयोगोपपत्तिः, तथा द्वितीयाध्यायस्य पञ्चम-प्रतिज्ञाऽनु-मानेन च वर्गान्तरोपपत्तिः स्पष्टं बोध्या॥

कोटिश्चतुष्टयमिति पूर्व्वोक्तोदाहरणे।

न्यासः कोटिः ४। भुजः ३। अनयो र्घाते १२ द्विघ्ने २४ अन्तरवर्गेण १ युते वर्गयोगः २५। अस्य मूलं कर्णः ५।

अथ कर्णभुजाभ्यां कोट्यानयनम्।

कर्णः ५। भुजः ३। अनयो र्योगः ८। पुनरेतयोरन्तरेण २। हतो वर्गान्तरम् १६। अस्य मूलम् ४कोटिः।

अथ भुजज्ञानम्।

कोटिः ४। कर्णः ५। एवं जातो भुजः ३।

उदाहरणम्।

साङ्घ्रित्रयमितो बाहु र्यत्र कोटिश्च तावती।
तत्र कर्णप्रमाणं किं गणक ब्रूहि मे द्रुतम्॥

भुज-कोट्योर्वर्ग-योगस्य मूलाऽभावे कर्णज्ञानार्थमुदाहरणाऽन्तरमनुष्टुभाह साङ्घ्रित्रयमिति। यत्र जात्य-त्र्यस्रे बाहुः त्रयमितः, तावती त्रयमितैव कोटिः च, तत्र कर्ण-प्रमाणं किम्, इति हे गणक! मे द्रुतम् वद।

न्यासः। भुजः $\frac{१२}{५}$ कोटिः $\frac{१२}{४}$ अनयो वर्ग-योगः $\frac{२६९}{६}$ अस्य मूलाभावात् करणीगत एव अयं कर्णः।

अथासन्न-मूल-ज्ञानार्थमुपायः।

वर्गेण महतेष्टेन हताच्छेदांशयोर्वधात्।
पदं गुणपदक्षुण्णच्छिद्भक्तं निकटं भवेत्॥

करण्याः आसन्न-मूल-ज्ञानमनुष्टुभाह वर्गेणेति।

छेदांशयोः वधात् महदिष्टवर्गेण हताद् यन्मूलं तद् गुण-पद-क्षुण्ण-च्छिद्भक्तं—गुणपदेन महदिष्टवर्गस्य मूलेन गुणितः यः छिद् हरः तेन विभक्तं सत् निकटं आसन्न-मूलं भवेत्।

अत्रोपपत्तिः।

$$\frac{क}{ख}=\frac{क \times ख}{ख \times ख}=\frac{क \times ख \times ग^२}{ख \times ख \times ग^२}।$$

$$\therefore \sqrt{\frac{क}{ख}}=\frac{\sqrt{क \times ख \times ग^२}}{\sqrt{ख \times ख \times ग^२}}=\frac{\sqrt{क + ख \times ग^२}}{\sqrt{ख \times ख} \times \sqrt{ग^२}}।$$

$$=\frac{\sqrt{क \times ख \times ग^२}}{ख \times \sqrt{ग^२}}$$ अत उक्तं वर्गेणेत्यादि।

न्यासः । कर्णः $\frac{१६९}{८}$ अस्य छेदांशघातः १३५२ अयुतघ्नः १३५२०००० अस्यासन्नमूलम् ३६७७ इदं गुणमूल१०० गुणित छेदेन ८००भक्तं लब्धमासन्नपदम् ४ $\frac{४७७}{८००}$ अयं कर्णः । एवं सर्व्वत्र ॥

त्र्यस्रजात्ये करणसूत्रं वृत्तद्वयम् ।

दृष्टोभुजोऽस्माद् द्विगुणेष्टनिघ्ना
दिष्टस्य कृत्यैकवियुक्तयाप्तम् ।
कोटिः पृथक् सेष्टगुणा भुजोना
कर्णो भवेत् त्र्यस्रमिदं हि जात्यम् ॥

दृष्टोभुज स्तत्कृति रिष्टभक्ता
द्विस्थापितेष्टोनयुताऽर्द्धिता वा ।
तौ कटिकर्णा विति कोटितो वा
बाहुश्रुती चाऽकरणी गते स्तः ।

केवलभुजात् कोटिकर्णज्ञानं केवलकोटितो वा अकरणी-गत बाहु-कर्णयोर्ज्ञानं प्रकार-द्वयेनेन्द्रवज्राभ्यामाह दृष्ट इति । दृष्टः भुजः कल्प्यः अस्माद् द्विगुणेष्टराशिगुणिताद् इष्टकृत्या एक-वियुक्तया आप्तम् भजनेन लब्धम् कोटिः स्यात् । सा

कोटिः पृथक् स्थाप्या, एकत्र इष्टगुणा भुजोना कर्णो भवेत् । इदं जात्यत्र्यस्रं समकोण-त्रिभुजम् व्यवहारिकीयं संज्ञा ।

इष्टः भुजः अस्य कृतिः इष्ट-भक्ता द्विस्थापिता एकत्र इष्टेन ऊना अन्यत्र युक्ता उभयत्र अर्द्धिता वा प्रकारान्तरेण क्रमेण कोटिकर्णौ भवतः । आभ्यां नियमाभ्यां कोटितः अपि अकरणी-गते बाहु-श्रुती स्तः ॥

अत्रोपपत्तिः ।

कर्णः $=$ कोटिः $\times$ इष्टः $-$ भुजः ।

$\therefore$ क^{2} $=$ को^{2} $\times$ इ^{2} $-$ २को $\times$ इ $\times$ भु $+$ भु^{2} ।

क^{2} $=$ को^{2} $+$ भु^{2} ।

$\therefore$ को^{2} $+$ भु^{2} $=$ को^{2} $\times$ इ^{2} $-$ २को $\times$ इ $\times$ भु $+$ भु^{2} ।

$\therefore$ को^{2} $=$ को^{2} $\times$ इ^{2} $-$ २को $\times$ इ $\times$ भु ।

को $=$ को $\times$ इ^{2} $-$ २इ $\times$ भु ।

को $\times$ इ^{2} $-$ को $=$ २इ $\times$ भु ।

को (इ^{2} $-$ १) $=$ २ इ $\times$ भु ।

$\therefore$ को $= \dfrac{\text{२इ} \times \text{भु}}{\text{इ}^{2} - \text{१}}$ अत उक्तम् इष्टो भुज इत्यादि ।

अथवा ।

क^{2} $-$ को^{2} $=$ भु^{2} । वर्गान्तरं योगान्तर घात समम्—

$\therefore$ (क $+$ को) (क $-$ को) $=$ भु^{2} ।

यदि क—को इष्टः कल्प्यते, तदा क+को= $\frac{भु^2}{इ}$ ।

ततः संक्रमणगणितेन कर्ण-कोटी साध्ये ।

अत उक्तम् इष्टो भुजस्तत् कृतिरित्यादि ।

पूर्व्वमुक्तं भुजकोट्योः केवलं नामभेदः नतु, स्वरूपतो भेदः। अत आभ्यां नियमाभ्यां कोटितोऽपि भुज-कर्णौ भवतः।

उदाहरणम् ।

भुजे द्वादशके यौ यौ कोटिकर्णावनेकधा ।
प्रकाराभ्यां वद क्षिप्रं तौ तावकरणीगतौ ॥

अत्रोदाहरणमनुष्टुभाह भुज इति । द्वादशके द्वादश-परिमिते भुजे यौ यौ कोटिकर्णौ स्तः प्रकाराभ्यां अकरणीगतौ तौ तौ कोटि-कर्णौ क्षिप्रं अनेकधा वद ।

न्यासः । इष्टो भुजः १२ । इष्टम् २ । अनेन द्विगुणेन ४ । गुणितो भुजः ४८ इष्टकृत्या ४ । एकोनया ३ । भक्तो लब्धा कोटिः १६ । इयमिष्ट-गुणा ३२ । भुजो १२ । ना जातः कर्णः २० ।

त्रिकेणेष्टेन वा कोटिः ९ । कर्णः १५ ।

पञ्चकेन वा कोटिः ५। कर्णः १३ । इत्यादि ।

अथ द्वितीय प्रकारेण न्यासः ।

इष्टो भुजः १२ । अस्य कृतिः १४४ । इष्टेन २ ।
भक्ता लब्धं ७२ । इष्टेन ऊन ७० । युता ७४—
वर्द्धितौ जातौ कोटिकर्णौ ३५ । ३७ ।

चतुष्टयेन वा कोटिः १६ । कर्णः २० ।
षट्केन वा कोटिः ९ । कर्णः १५ ।

अथेष्टकर्णात् कोटिभुजानयने करण सूत्रं वृत्तम् ।

इष्टेननिघ्नाद् द्विगुणाच्च कर्णा
दिष्टस्य कृत्यैकयुजा यदाप्तम् ।
कोटिर्भवेत् सा पृथगिष्टनिघ्ना
तत्कर्णयो रन्तरमत्र बाहुः ॥

इष्टकर्णादेकरनी-गत-कोटि-भुजानयनमिन्द्रवज्रयाह इष्टेनेति । द्विगुणात् कर्णाद्, इष्टेन राशिना निघ्नाद्, इष्टस्य कृत्या एकयुजा एकयुक्तया भजनेन यद् आप्तं, सा कोटिः भवेत् । सा कोटिः पृथक् स्थाने इष्ट निघ्ना कार्या, तस्याः कर्णस्य च अन्तरं अत्र जात्य-त्र्यस्रे बाहुःस्यात् ।

अत्रोपपत्तिः।

भु = क — को × इ। $क^2 - को^2 = भु^2$।

$\therefore क^2 - को^2 = क^2 - २क \times को \times इ + को^2 \times इ^2$।

$- को^2 = - २क \times को \times इ + को^2 \times इ^2$।

$२क \times को \times इ = को^2 \times इ^2 + को^2$।

$(२ क \times इ) को = (को \times इ^2 + को) को$

$२ क \times इ = को \times इ^2 + को$।

$२ क \times इ = (इ^2 + १) को$। $\therefore को = \frac{२क \times इ}{इ^2 + १}$।

अत उक्तं इष्टेन निघ्नादिति।

उदाहरणम्।

पञ्चाशीतिमिते कर्णे यौ यावकरणीगतौ।
स्यातां कोटिभुजौ तौ तौ वद कोविद सत्वरम्॥

अत्रोदाहरणमनुष्टुभाह पञ्चाशीतीति। हे कोविद! विद्वन्! पञ्चाशीति-मिते कर्णे यौ यौ अकरणी-गतौ कोटि-भुजौ स्यातां तौ तौ सत्वरम् वद।

न्यासः। कर्णः ८५। अयं द्विगुणः १७०। द्विकेनेष्टेनहतः ३४०। इष्ट २। कृत्या ४। सेकया ५। भक्तो जाता कोटिः ६८। इयमिष्ट

गुणा १३६। कर्णो ८५। निता जातोभुजः ५१।
चतुष्केनेष्टेन वा कोटिः ४०। भुजः ७५।

पुनः प्रकारान्तरेण तत् करण सूत्रं वृत्तत्।

इष्टवर्गेण सैकेन द्विघ्नः कर्णोथवा हृतः
फलोनः श्रवणः कोटिः फल मिष्टगुणं भुजः ॥६॥

प्रकारान्तरेनेष्टकर्णादकरणोगतभुजकोट्योरानयन मनुष्टुभाह इष्टवर्गेणेति। सैकेन इष्टवर्गेण द्विघ्नः कर्णः हृतः सन् यत् फलं स्यात्, तत् पृथक् स्थाप्यम्। एकत्र फलोनः श्रवणः कोटिः स्यात्। अन्यत्र फलं इष्टगुणं च भुजःस्यात्।

अत्रोपपत्तिः।

पूर्व्वमुक्तं भुजकोट्योर्नाम-भेद एव नतु यथार्थतो भेदः। अतः पूर्व्वनियमेन—

$$\left(\frac{२ क}{इ^२+१}\right) इ = को = भु = (क - को) इ ।$$

$$\therefore \left(\frac{२ क}{इ^२+१}\right) इ = (क - को) इ ।$$

$$\frac{२ क}{इ^२+१} = फलम् = क - को ।$$

$$\therefore क - \frac{२क}{इ^२+१} = को ।$$

$\therefore \left(\frac{२ क}{इ^{२}+१}\right)$ इ=भु। अत उक्तं इष्टवर्गेणेति।

न्यासः। स एव किल कर्णः ८५। अस्मात् द्विकेनेष्टेन जातौ कोटि भुजौ ५१। ६८।

चतुष्केन वा ७५। ४०। अत्र दोः कोट्यो-र्नाम भेद एव केवलं न स्वरूपभेदः।

इष्टाभ्यां भुजकोटिकर्णानयने करणसूत्रं वृत्तम्।

इष्टयो राहतिर्द्विघ्नी कोटिर्वर्गान्तरं भुजः।
कृतियोगस्तयोरेवं कर्णश्चाकरणीगतः ॥७॥

इष्टाभ्यां भुज-कोटि-कर्णानयनमनष्टुभाह इष्टयोरिति। इष्टयोः आहतिः द्विघ्नी अकरणी-गतः कोटिः स्यात्। वर्गान्तरम् इष्टयोः वर्गान्तरं अकरणीगतः भुजः। तयोः इष्टयोः कृति-योगः अकरणीगतः कर्णः च स्यात्।

अत्रोपपत्तिः।

भुजकोटिकर्णानां मध्ये इष्ट-कल्पनया द्वितय-ज्ञाने तत्कृत्यो र्योगपदं कर्ण इत्यादिनाऽन्यतम-ज्ञानं सुगमम्। अत्र यदि $क^{२}+ख^{२}$=कर्णः। $क^{२}-ख^{२}$=भुजः कल्प्यते तदा $\sqrt{(क^{२}+ख^{२})^{२}-(क^{२}-ख^{२})^{२}}$=कोटिः।

$\sqrt{(\text{क}^2+\text{ख}^2+2\text{क}^2\text{ख}^2)-(\text{क}^2+\text{ख}^2-2\text{क}^2\text{ख}^2)}$ =कोटिः ।

$\therefore \sqrt{4\text{क}^2\text{ख}^2}=2$ कख=कोटिः । एवं दृष्टकल्पनया बहवो भवितुमर्हन्ति । किन्तु कदाचित् करणीगतत्वं कदाचिद्वाऽकरणीगतत्वं लभ्यते तद् यथा । क + ख = कर्णः । क—ख=कोटिः । तदाभुजः $=\sqrt{(\text{क}+\text{ख})^2-(\text{क}-\text{ख})^2}=\sqrt{4\text{ क ख}}=2\sqrt{\text{कख}}$ । इत्यादि । तत्राऽकरणीगत भुजकोटिकर्णानां लाभायोक्तं इष्टयोराहतिरित्यादि ।

उदाहरणम् ।

यैर्यैस्त्र्यस्रं भवेज्जात्यं कोटिदोःश्रवणैः सखे ।
त्रीनप्यविदितां स्तां स्तान् ब्रूहि क्षिप्रं विचक्षण ॥

अत्रोदाहरणमनुष्टुभाह यैर्यैरिति । हे विचक्षण ! सखे ! यैः यैः कोटिदोःश्रवणैः जात्यं त्रस्रं भवेत्, त्रीन् अपि अविदितान् अज्ञातान् तान् तान् कोटिभुजकर्णान् क्षिप्रं वद ।

न्यासः अत्रेष्टे २।१। आभ्यां कोटिभुजकर्णाः ४।३।५।
अथवेष्टे २।३ । आभ्यां १२ । ५ । १३ ।
अथवेष्टे २।४ । आभ्यां १६।१२।२० एवमनेकधा ।

कर्णौ कोटियुतौ भुजे च ज्ञाते पृथक् करणसूत्रं वृत्तम् ।

वंशाग्रमूलान्तरभूमिवर्गो
वंशोद्धृतस्तेन पृथग् युतोनः ।
वंशस्तदर्द्धे भवतः क्रमेण
वंशस्य खण्डे श्रुतिकोटिरूपे ॥८॥

कर्णकोटियोगे भुजे च ज्ञाते पृथक् कर्णकोटि-ज्ञानमिन्द्रवज्रयाह वंशाग्रेति । वंशस्य मूलाग्रयोः अन्तरे या भूमिः तस्याः वर्गः, वंशेन वंशमानेन उद्धृतः भक्तः सन् यत् फलं, तेन वंशः पृथग युतोनः कार्य्यः, तदर्द्धे योगार्द्धे अन्तरार्द्धे च क्रमेण श्रुतिकोटिरूपे वंशस्य खण्डे भवतः ।

अत्रोपपत्तिः ।

वंशमूलाद् भग्नप्रदेश पर्य्यन्तं वंशखण्डं कोटिः, अवशिष्टं वंशखण्डं कर्णः अतो वंशः, कोटिकर्णयोगतुल्यः, । वंशस्य मूलाग्रयो रन्तरे या भूमिः स भुजः । अत्र कोटिकर्णयोगः भुजश्च ज्ञातः । पृथक् कोटि कर्णौ ज्ञातव्यौ ।

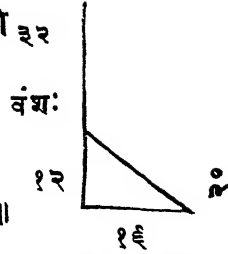
$$क^2 - को^2 = भु^2 ।$$

$$क^2 - को^2 = (क + को)(क - को) = भु^2 ।$$

$$\therefore \frac{भु^2}{क + को} = क - को ।$$ ततः संक्रमणगणितेन कोटि-कर्ण-ज्ञानं । अत उक्तं वंशाग्रेति ।

उदाहरणम् ।

यदि समभुवि वेणुर्द्वित्रिपाणि प्रमाणो
गणक पवनवेगादेकदेशे स भग्नः ।
भुवि नृपमितहस्तेष्वङ्गलग्नं तदग्रं
कथय कतिषु मूलादेष भग्नः करेषु ॥

३२ वंशः १२ १६ २०

अत्रोदाहरणं मालिन्याह यदीति । समभुवि निखातः द्वि-त्रि-पाणिप्रमाणः द्वात्रिंशद्धस्तमितः यः वेणुः स्थितः सः पवनवेगाद् एकदेशे भग्नः । तेन अग्रं वेणोरग्रभागः मूलाद् नृप-मितहस्तेषु षोड़श-मित-हस्तेषु भुवि अङ्गलग्नम् । भो गणक ! एष वेणुः मूलात् कतिषु करेषु भग्नः इति कथय ॥

न्यासः । कर्णकोटियुतिः ३२ । भुजः १६ ।

जाते ऊर्द्धाऽधरखण्डे २० । १२ ।

बाहुकर्णयोगे ज्ञाते कोटिज्ञाने च पृथक् करणार्थं सूत्रम् ।

स्तम्भस्य वर्गोऽहि विलाऽन्तरेण
भक्तः फलं व्यालबिलाऽन्तरालात् ।
शोध्यं तदर्द्धप्रमितैः करैः स्यात्
बिलाग्रतो व्यालकलापियोगः ॥८॥

बाहुकर्णयोगे कोटौ च ज्ञाते पृथग् बाहु-कर्णयोर्मान-मुपजात्याह स्तम्भस्येति। स्तम्भस्य वर्गः अहिबिलान्तरेण सर्पगर्त्तयोः दूरत्वेन भक्तः, यत् फलं लभ्यते, तत् व्याल-बिलाऽन्तरालात् शोध्यम्, तदर्द्ध-प्रमितैः करैः बिलाऽग्रतः व्यालकलापियोगः सर्पमयूरयोः मेलनं स्यात्।

अत्रोपपत्तिः ।

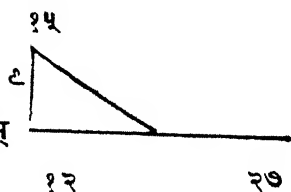
स्तम्भः कोटिः। अहि-बिलान्तरम् भुज-कर्णयोः योगः।

$$क^2 - भु^2 = को^2 = (क + भु)(क - भु)$$

$$\frac{को^2}{क + भु} = क - भु ।$$

अतः संक्रमण-गणितेन भुज-ज्ञानम्

अत उक्तं स्तम्भस्येति।

१५ ९ १२ २७

उदाहरणम् ।

अस्ति स्तम्भतले बिलं तदुपरि क्रीड़ाशिखण्डी स्थितः
स्तम्भे हस्तनवोच्छ्रिते त्रिगुणितस्तम्भ प्रमाणाऽन्तरे।
दृष्ट्वाऽहिं बिलमाव्रजन्तमपतत् तिर्यक् स तस्योपरि
क्षिप्रं ब्रूहि तयो र्बिलात् कतिमितैः साम्येन गत्योर्युतिः॥

अस्योदाहरणं शार्दूलविक्रीड़ितेनाह अस्तीति। स्तम्भ-तले बिलं अस्ति, तदुपरि हस्तनवोच्छ्रिते नवहस्तोच्चे

स्तम्भे क्रीड़ाशिखण्डी क्रीड़ासक्तः मयूरः स्थितः। सः त्रिगुणितस्तम्भप्रमाणान्तरे सप्तविंशति-हस्त-तुल्ये अन्तरे स्थितं बिलं गन्तुं प्रति आव्रजन्तं आगच्छन्तं अहिं सर्पं दृष्ट्वा तिर्यक् कर्णपथेन तस्योपरि सर्पस्योपरि अपतत्। तयोः सर्पमयूरयोः गत्योः साम्येन बिलात् कतिमितैः हस्तैः युतिः जाता इति भो गणक! क्षिप्रं ब्रूहि।

न्यासः। भुजकर्णयोगः २७। कोटिः ९।
जाताबिलयुत्योर्मध्यहस्ताः १२।

कोटिकर्णान्तरे भुजे च दृष्टे सूत्रम्।

भुजाद्वर्गितात् कोटिकर्णान्तराप्तं
द्विधा कोटिकर्णान्तरेणोनयुक्तम्।
तदर्द्धे क्रमात् कोटिकर्णौ भवेता
मिदं धीमतावेद्य सर्व्वत्र योज्यम्॥ १०॥

कोटि-कर्णान्तरे भुजे च दृष्टे पृथक् कोटि-कर्णाऽवगमार्थं सूत्रं भुजङ्ग-प्रयातेनाह भुजादिति। वर्गितात् भुजात् कोटि-कर्णाऽन्तराप्तं, फलं द्विधा संस्थाप्य, एकत्र कोटि-कर्णान्तरेण ऊनं अन्यत्र युक्तं कार्य्यम्, तदर्द्धे क्रमात् कोटि-कर्णौ भवेताम्। धीमता आवेद्य यथा सम्भवं चेत्रे कोटि-कर्णान्तरा-ऽदिकं अवगम्य इदं सूत्रं सर्व्वत्र योज्यम्।

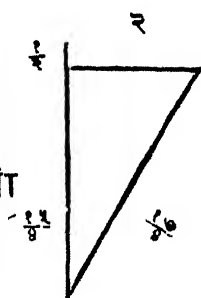
अत्रोपपत्तिः।

$क^2 - को^2 = भु^2$ ।

$क^2 - को^2 = (क + को)(क - को) = भु^2$ ।

$\therefore \frac{भु^2}{क - को} = क + को$ ततः संक्रमण-गणितेन कर्ण-कोटि ज्ञानम्। अत उक्तं भुजाद्वर्गितादिति।

सखे पद्म तन्मज्जनस्थानमध्यं
भुजः कोटिकर्णान्तरं पद्मदृश्यम्।
नलः कोटिरेतन्मितं स्याद् यतोऽम्भो
वदैवं समानीय पानीयमानम् ॥११

$\frac{1}{2}$ 2 $\frac{15}{4}$ $\frac{17}{4}$

शिष्याणां क्षेत्र-संस्थानेन भुज-कोट्यादि-ज्ञानार्थं सूत्रं भुजङ्गप्रयातेनाह सखे पद्मेति। पद्म-तन्मज्जन-स्थानयोः मध्यं भुजः, पद्म-दृश्यं जलोपरि दृष्टं पद्मं कोटिकर्णान्तरम्, नलः जलाभ्यन्तरे स्थितः पद्मनलः कोटिः, (नलसहितं पद्मं कर्णः) यतः एतन्मितं कोटि-मितं अम्भः। ततः हे सखे! एवं समानीय कोट्यादि-परिमाणं आनीय पानीय-मानं जल-परिमाणं वद।

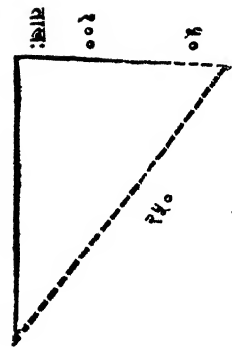
उदाहरणम्।

चक्र क्रौञ्चाकुलितसलिले क्वापि दृष्टं तड़ागे
तोयादूर्द्ध्वं कमल-कलिकाग्रं वितस्तिप्रमाणम्।
मन्दं मन्दं चलितमनिलेनाहतं हस्तयुग्मे
तस्मिन् मग्नं गणक कथय क्षिप्रमम्भः प्रमाणम्॥

अत्रोदाहरणं मन्दाक्रान्तयाह चक्रक्रौञ्चेति। चक्राः चक्रवाकपक्षिणः, क्रौञ्चाः जलवकाः, तैः आकुलितं व्याप्तं सलिलं यस्मिन् एवंविधे क्वापि तड़ागे जलाशये तोयादूर्द्ध्वं वितस्तिप्रमाणं हस्तार्द्धमितं कमल-कलिकाग्रं दृष्टम्। तत् अनिलेन वायुना आहतं मन्दं मन्दं यथा स्यात्तथा चलितं सत् हस्त-युग्मे हस्तद्वयान्तरे तस्मिन् जले मग्नम् एवं सति भो गणक! अम्भः प्रमाणं क्षिप्रं कथय।

न्यासः। कोटिकर्णान्तरम् $\frac{1}{2}$। भुजः २।
लब्धं जलगाम्भीर्य्यम् $\frac{15}{4}$। इयं कोटिः। इयमेव कलिकामानयुता कर्णः $\frac{17}{4}$।

कोटेरेकदेशेन युते कर्णे भुजे च
दृष्टे कोटिकर्णज्ञानाय
करणसूत्रं वृत्तम्।

द्विनिघ्नतालोच्छ्रितिसंयुतं यत्
सरोऽन्तरं तेन विभाजितायाः।
तालोच्छ्रितेस्तालसरोऽन्तरघ्न्या
उड्डीयमानं खलु लभ्यते तत्॥१२

कोट्यूर्द्ध-खण्ड-युते कर्णे कोट्यधःखण्डे भुजे च ज्ञाते कोटिकर्णज्ञानार्थं सूत्रमुपजात्याह द्विनिघ्नेति। द्विनिघ्नया द्विगुणया तालोच्छ्रित्या संयुतं यत् सरोऽन्तरं तालसरसोः अन्तरं तेन विभाजितायाः तालसरोऽन्तरघ्न्याः तालोच्छ्रितेः तालोच्चात् यत् लभ्यते तत् खलु उड्डीयमानं भवेत्।

अत्रोपपत्तिः।

परवर्त्तिन्युदाहरणे उड्डीयमान प्रमाणम् = क।
कर्णः = ख। तालोच्छ्रितिः = ता = १००।
सरोऽन्तरं = स = २००। क + ख = ३००।
∴ ख = ३०० — क। को^{२} — भु^{२} = क^{२}।
(१०० + क)^{२} + २००^{२} = (३०० — क)^{२}।

$$= \text{१०००} + \text{२००}\,\text{क} + \text{क}^{२} + \text{४००००}$$

$$= \text{९००००} - \text{६००}\,\text{क} + \text{क}^{२} \text{ ।}$$

$$\text{२००क} + \text{५००००} = \text{९००००} - \text{६००}\,\text{क} \text{ ।}$$

$$\text{८००क} = \text{४००००} = \text{४००क} - \text{२००००} \text{ ।}$$

$$\text{क} = \frac{\text{२००००}}{\text{४००}} = \frac{\text{ता} \times \text{स}}{\text{२ता} + \text{स}} \text{ ।}$$ अत उक्तं द्विनिघ्नेति ।

उदाहरणम् ।

वृक्षाद्धस्तशतोच्छ्रयाच्छतयुगे वापीं कपिः कोऽप्यगा-
दुत्तीर्य्याऽथ परोद्रुतं श्रुतिपथात् प्रोड्डीय किंचिद् द्रुमात्॥
जातैवं समता तयोर्यदि गतावुड्डीयमानं किय-
द्विद्वंश्चेत् सुपरिश्रमोऽस्ति गणिते क्षिप्रं तदाचक्ष्व मे ॥

अत्रोदाहरणं शार्दूलविक्रीडितेनाह वृक्षादिति । कः अपि कपिः हस्तशतोच्छ्रयात् हस्तानां शतं उच्छ्रयोयस्य तथाविधाद् वृक्षाद् उत्तीर्य्य शतयुगे हस्तशतद्वयान्तरे स्थितां वापीं जलाशयविशेषं अगात् । अथ परः अन्यःकपिः द्रुमाद् वृक्षात् किं चित् प्रोड्डीय श्रुतिपथात् श्रुतिपथं कर्णपथं आश्रित्य (ल्यवर्थे पञ्चमी) द्रुतं तां एव वापीं अगात् । एवं तयोः वानरयोः गतौ समता जाता । भो विद्वन् ! चेद् गणिते तव सुपरिश्रमः अस्ति तदा उड्डीयमानं कियदिति क्षिप्रं मे आचक्ष्व वद ।

न्यासः । लब्धमुड्डीयमानं ५० ।

भुजकोटियोगे कर्णे च ज्ञाते पृथक् करणसूत्रम् ।

कर्णस्य वर्गाद् द्विगुणाद् विशोध्यो
दोः कोटियोगः स्वगुणोऽस्य मूलम् ।
योगो द्विधा मूलविहीनयुक्तः
स्यातां तदर्द्धे भुजकोटिमाने ॥१३॥

भुजकोट्योर्योगे कर्णे च ज्ञाते पृथक् करणाय सूत्रमिन्द्रवज्रयाह कर्णस्येति । द्विगुणात् कर्णस्य वर्गात् स्वगुणः वर्गीकृतः दोः-कोटि-योगः विशोध्यः । अस्य शेषस्यमूलं ग्राह्यम् । योगः भुज-कोटि-योगः द्विधा स्थाप्यः, एकत्र मूलेन विहीनः अपरत्र च युक्तः, तदर्द्धे क्रमाद् भुज-कोटि-माने स्याताम् ।

अत्रोपपत्तिः ।

$क^{२}=भु^{२}+को^{२} \quad \therefore \; २क^{२}=२(भु^{२}+को^{२})$ ।

$२क^{२}=भु^{२}+को^{२}+भु^{२}+को^{२}$ ।

$२क^{२}=(भु^{२}+को^{२}+२भुको)+(भु^{२}+को^{२}-२भुको)^{२}$

$=२क^{२}=(भु+को)^{२}+(भु-को)^{२}$ ।

$\therefore \; २क^{२}-(भु+को)^{२}=(भु-को)^{२}$ ।

न्यासः । भुजकोट्यन्तरम् ७ । कर्णः १३

पृथग् जाते भुजकोटी ५ । १२ ।

लम्बावबाधाज्ञानाय करणसूत्रं वृत्तम् ।

अन्योऽन्यमूलाग्रगसूत्रयोगा
द्वेण्वोर्वधे योगहृतेऽवलम्बः ।
वंशौ स्वयोगेन हृतावभीष्ट
भूघ्नौ च लम्बोभयतः कुखण्डे ॥१४॥

लम्बावबाधाज्ञानार्थं सूत्रमिन्द्रवज्रयाह अन्योऽन्येति । वेण्वोर्वधे वंश-द्वय-परिमाणयोर्गुणफले योगहृते वंशयोर्योगेन भक्ते अन्योऽन्यमूलाऽग्रगसूत्रयोगाद् अवलम्बः स्यात् । वंशौ अभीष्टभूघ्नौ वंशयोरभीष्टान्तरगुणितौ योगहृतौ वंशयोः योगेन भक्तौ लम्बोभयतः कुखण्डे भूमेः खण्डद्वयं भवतः ।

अत्रोपपत्तिः ।

लम्बः = ल । भूमिः = भू ।

प्रथमवंशः = प्र । द्वितीयवंशः = द्वि ।

प्रथमाबाधा = प्र आ ।

द्वितीया बाधा = द्वि आ । अत्राऽनुपातात्—

$$\frac{\text{भू} \times \text{ल}}{\text{द्वि}} = \text{प्रआ} \mid \quad \frac{\text{भू} \times \text{ल}}{\text{प्र}} = \text{द्विआ} \mid$$

$$\frac{\text{भू}\times\text{ल}}{\text{द्वि}}+\frac{\text{भू}\times\text{ल}}{\text{प्र}}=\text{भू}।$$

$$\frac{\text{प्र}\times\text{भू}\times\text{ल}+\text{द्वि}\times\text{भू}\times\text{ल}}{\text{द्वि}\times\text{प्र}}=\text{भू}।$$

$$(\text{प्र}+\text{द्वि})\,\text{ल}\times\text{भू}=\text{द्वि}\times\text{प्र}\times\text{भू}।$$

$$=(\text{प्र}+\text{द्वि})\times\text{ल}=\text{द्वि}\times\text{प्र}।$$

$\therefore\ \text{ल}=\frac{\text{द्वि}\times\text{प्र}}{\text{प्र}+\text{द्वि}}$ । लम्बेऽवगते तेनोत्थापने—

$\frac{\text{भू}\times\text{प्र}}{\text{प्र}+\text{द्वि}}=\text{प्रआ}$ । $\frac{\text{भू}\times\text{द्वि}}{\text{प्र}+\text{द्वि}}=\text{द्वि आ}$ ।

अत उक्त मन्योऽन्येति ।

उदाहरणम् ।

पञ्चदश दशकरोच्छ्रय वेणवो रज्ञातमध्यभूमिकयोः ।
इतरेतरमूलाऽग्रसूत्रयुतेर्लम्बमाचक्ष्व ।

अत्रोदाहरणमार्य्ययाह पञ्चदशेति । अज्ञातमध्यभूमिकयोः—भूमिरेव भूमिका, अज्ञाता मध्यभूमिका ययोः एवम्विधयोः पञ्चदश-दशकरोच्छ्रयवेण्वोः इतरेतरमूलाऽग्रसूत्र युतेः लम्बं आचक्ष्व वद ।

न्यासः । वंशौ १५ । १० । जातो लम्बः ६ । वंशान्तरभूः ५ । अत्र जाते भूखण्डे ३ । २ ।

अथवा भूः १०। खण्डे ६। ४। वा भूः २०। खण्डे १२। ८। सर्व्वत्रलम्बः स एव। यदि भूमितुल्ये भुजे वंशः कोटिस्तदा भूखण्डेन किमिति त्रैराशिकेन सर्व्वत्र प्रत्ययः।

अथाऽक्षेत्रलक्षणे सूत्रम्।

धृष्टोद्दिष्टमृजुभुजं क्षेत्रं यत्रैक बाहुतः स्वल्पा।
तदितर भुज युतिरथवा तुल्या ज्ञेयं तदक्षेत्रम्॥१५॥

अथ क्षेत्रफलादिकं निरूपयिषुस्तत्रादावक्षेत्रलक्षणमार्य्ययाह धृष्टोद्दिष्टमिति। यत्र क्षेत्रे रेखाभिर्वेष्टिते स्थाने त्रिभुजे चतुर्भुजादौ वा, एक बाहुतः लघुबाहुतोऽसम्भवाद् वृहद्बाहुतः, तदितरभुजयुतिः स्वल्पा अथवा तुल्या वृहद् बाहोः समा। तद् ऋजुभुजं क्षेत्रं अक्षेत्रम् स्थानवेष्टनेऽनुपयोगि। अतएव धृष्टेन क्षेत्रलक्षणाऽनभिज्ञेन उद्दिष्टं उदाहृतम्।

अत्रोपपत्तिः।

त्रिभुजे भुजद्वय योग स्तृतीय बाहुतः महान् भवतीति क्षेत्रमितौ प्रथमाध्यायस्य विंश प्रतिज्ञायां प्रतिपादितम्। चतुर्भुजादावपि कर्णरेखाभिः त्रिभुजानि सम्पाद्य सम्यगिदमवगम्यते।

उदाहरणम्।

चतुरस्रे द्विषट्त्र्यर्का भुजास्त्र्यस्रे त्रिषण्नव।
उद्दिष्टा यत्र धृष्टेन तद्वेत्रं विनिर्द्दिशेत्॥

अत्रोदाहरणमनुष्टुभाह चतुरस्र इति। यत्र चतुरस्रे चतुष्कोणविशिष्टे क्षेत्रे चतुर्भुज इत्यर्थः। भुजाः द्वि-षट्-त्र्यर्काः, त्र्यस्रे त्रिभुजे भुजाः त्रि-षण्-नव धृष्टेन उद्दिष्टा तत्क्षेत्रं विनिर्द्दिशेत् वदेत्।

न्यासः। एते अनुपपन्ने क्षेत्रे भुजप्रमाणा ऋजु-शलाका भुजस्थानेषु विन्यस्याऽनुपपत्तिर्दर्शनीया।

आबाधादिज्ञानाय करणसूत्रमार्य्याद्वयम्।

त्रिभुजे भुजयोर्योगस्तदन्तरगुणो भुवा हृतो लब्ध्या।
द्विष्ठा भू रूनयुता दलिताबाधे तयोः स्याताम्॥१६॥
स्वाबाधा-भुजकृत्योरन्तरमूलं प्रजायते लम्बः।
लम्बगुणं भूम्यर्द्धं स्पष्टं त्रिभुजे फलं भवति॥१७॥

त्रिभुजे लम्बाबाधा-फलानां साधनमार्य्याद्वयेनाह त्रिभुज इति। त्रिभुजे स्वाभीष्ट एकोभुजः भूमिः कल्प्यते।

अन्यौ च भुजौ। भुजद्वययोगाद् भूमिपर्य्यन्तं लम्बः (Perpendicular) लम्बस्योभयपार्श्वस्थे भूमेः खण्डे आबाधे कथ्येते। क्षेत्रफलं (Area) फल मिति च निगद्यते। एता व्यवहारिकाः संज्ञाः। त्रिभुजे भुजयोः योगः तद्न्तरेण भुजयोः अन्तरेण गुणितः, भूम्या हृतः यद् लभ्यते, तेन द्विष्ठा द्विस्थापिता भूः एकत्र ऊना अन्यत्र युता उभयत्र दलिता अर्द्धिता तयाः भुजयोः आबाधे स्याताम्। लघुभुजाश्रिताबाधा लघ्वी, महद्भुजाश्रिताबाधा महतीति ज्ञेयम्। स्वाबाधा-भुज-कृत्योः स्वभुजाश्रिताबाधायाः भुजस्य च वर्गयोः अन्तरस्य मूलं लम्बः प्रजायते। भूम्यर्द्धं लम्बगुणं लम्बेनगुणितं त्रिभुजे क्षेत्रे स्पष्टं वास्तवं फलं भवति।

अत्रोपपत्तिः।

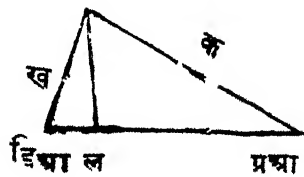
कल्प्यताम् क, ख, भुजौ।

$क^2 - ल^2 = प्रआ^2$।

$ख^2 - ल^2 = द्विआ^2$

$(क^2 - ल^2) - (ख^2 - ल^2) = क^2 - ख^2 = प्रआ^2 - द्विआ^2$। वर्गान्तरं योगान्तर घातसमम्।

$\therefore (क + ख)(क - ख) = (प्रआ + द्विआ)(प्रआ - द्विआ)$ आबाधयोर्योगः भूमिः।

$$(क + ख)(क - ख) = भू \times (प्रआ - द्विआ)$$

$\frac{(क+ख)(क-ख)}{भू}$ = प्रआ − द्विआ। ततः संक्रमण

गणितेन आबाधा ज्ञानम्। समकोणि त्रिभुजे—

कर्ण² − भु² = को²। ∴ भु² − आ² = ल², तन्मूलं

लम्बः।

ल × प्रआ = प्रथमायतक्षेत्रस्य फलम्। तदर्द्धं प्रथमा-

बाधाश्रितत्रिभुजफलम्।

ल × द्विआ = द्वितीयायतक्षेत्रफलम्। तदर्द्धं द्वितीया-

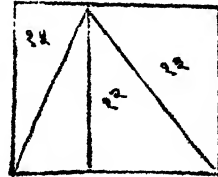
बाधाश्रितत्रिभुजफलम्।

∴ सम्पूर्ण त्रिभुज फलम् = $\frac{ल \times प्रआ}{२} + \frac{ल \times द्विआ}{२}$

$\frac{ल\ (प्रआ + द्विआ)}{२} = \frac{ल \times भू}{२}$। अतउक्तं त्रिभुजे भुजयोर्योग

इत्यादि।

उदाहरणम्।

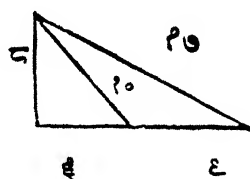
क्षेत्रे मही मनुमिता त्रिभुजे भुजौ तु
यत्र त्रयोदश तिथि प्रमितौ च मित्र।
तत्राऽलम्बकमितिं कथयाऽबधे च
क्षिप्रं तथा च समकोष्टमितिं फलाख्याम्

अत्रोदाहरणं वसन्ततिलकेनाह क्षेत्र इति। यत्र-

त्रिभुजे क्षेत्रे मही भूमिः मनुमिता चतुर्दशप्रमिता, भुजौ तु

त्रयोदश-तिथि-प्रमितौ एकोभुजः त्रयोदश, अन्यः पञ्चदश। तत्र क्षेत्रे अवलम्बकमितिं लम्बमानं, अबधे आबाधाद्वयं, तथा फलाख्यां समकोष्टमितिं क्षेत्रफलं च क्षिप्रं कथय।

न्यासः। लब्धे आबाधे ५।९। लम्बः १२। क्षेत्रफलं च ८४।

वहिर्लम्बाबाधोदाहरणम्।

दश सप्तदश प्रमौ भुजौ
त्रिभुजे यत्र नवप्रमा मही।
अबधे वद लम्बकं तथा
गणितं गणितिकाशु तत्र मे॥

भूमिर्बहिर्लम्बपाते वैता नीयेनोदाहरणान्तरमाह दशेति। यत्र त्रिभूजे भुजौ दश-सप्तदश-प्रमौ, मही नवप्रमा, भो गाणितिक! तत्र क्षेत्रे अबधे, तथा लम्बकं, गणितं क्षेत्रफलञ्च मे वद।

न्यासः। अत्र त्रिभुजे भुजयो र्योग इत्यादिना लब्धम् २१। अनेन भूरूना न स्यात्। अस्मादेव-भूरपनीता १२। शेषार्द्धमृणगताबाधा। दिग्-

वैपरीत्येनेत्यर्थः। जाते आबाधे ६। १५। अत उभयथाऽपि जातो लम्बः ८। फलम् ३६।

चतुर्भुजेऽस्पष्टस्य त्रिभुजे च स्पष्टस्यफलस्यानयने सूत्रम्।

AREA OF QUADRILATERAL AND TRINGLE.

सर्व्वदोर्युतिदलं चतुःस्थितम्
बाहुभिर्विरहितं च तद्वधात्।
मूलमस्फुटफलं चतुर्भुजे
स्पष्टमेवमुदितं त्रिबाहुके ॥१८॥

चतुर्भुज स्थूलफलस्य त्रिभुजे च स्पष्टफलस्य साधनं रथोद्धतयाह सर्व्वदोरिति। समचतुर्भुजे विषमचतुर्भुजे वा चतुःस्थितं चतुर्षु स्थानेषु स्थितं सर्व्वदोर्युतिदलं बाहुभिः विरहितं तद्वधाद् वियोगफलानां चतुर्णां गुणाद् मूलं चतुर्भुजे अस्फुटं फलं स्यात्। त्रिबाहुके क्षेत्रे अनेन साधितं फलं स्पष्टमेव उदितम्। तत्र त्रीणि वियोगफलानि, एकं सर्व्वदोर्युतिदलमिति चतुर्णां घातस्य मूलाद्यत् फलं वास्तवं भवेत्।

अत्रोपपत्तिः ।

भूमिः = भू । लम्बः = ल । प्रथमबाहुः = प्र । द्वितीय-बाहुः = द्वि । प्रथमाबाधा = प्रआ । द्वितीयाबाधा = भू — प्रआ । जात्यत्र्यस्रनियमेन $ल^{2} = प्र^{2} - प्रआ^{2}$ अथवा $ल^{2} = द्वि^{2} - (भू - प्रआ)^{2} = द्वि^{2} - भू^{2} + २ भू \cdot प्रआ - प्रआ^{2}$ । $\therefore प्र^{2} - प्रआ^{2} = द्वि^{2} - भू^{2} + २ भू \cdot प्रआ - प्रआ^{2}$ । $\therefore २ भू \cdot प्रआ = प्र^{2} + भू^{2} - द्वि^{2}$ ।

$$\therefore प्रआ = \frac{प्र^{2} + भू^{2} - द्वि^{2}}{२भू} । \quad ल = \sqrt{प्र^{2} - प्रआ^{2}} ।$$

$$\therefore त्रिभुजफलं = \frac{भू}{२}\sqrt{प्र^{2} - प्रआ^{2}} ।$$

$$= \sqrt{\frac{भु^{2}}{४}\left(प्र^{2} - प्रआ^{2}\right)} ।$$

$$= \sqrt{\tfrac{1}{4}भू^{2}(प्र + प्रआ)(प्र - प्रआ)}$$

पूर्वं प्राप्त "प्रआ" इत्यनेनोत्थापने —

$$प्र + प्रआ = \frac{१}{२भू}(प्र^{2} + भू^{2} - द्वि^{2} + २भू \cdot प्र) ।$$

$$\frac{१}{२भू}\left\{(प्र + भू)^{2} - द्वि^{2}\right\}$$

$$= \frac{१}{२भू}(प्र + भू + द्वि)(प्र + भू - द्वि) ।$$

एवं हि प्र—प्रआ $= \frac{१}{२भू}$ (हि^{२} − प्र^{२} — भू^{२} + २प्र·भू)।

$= \frac{१}{२भू} \left\{ हि^{२} — (प्र — भू)^{२} \right\}$

$= \frac{१}{२भू}$ (भू + हि − प्र) (हि + प्र — भू)।

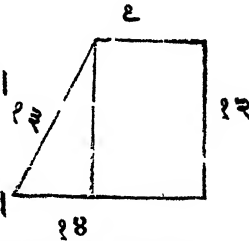
∴ $\sqrt{\frac{१}{४} भू^{२} (प्र + प्रआ) (प्र — प्रआ)}$। अत्र "प्र + आ" "प्र — आ" आभ्यामुत्थापने भाज्यभाज्यकयोः "भू^{२}"नाशे च—

फलम् $= \frac{१}{२}$ (प्र + भू + हि) × $\frac{१}{२}$ (प्र + भू — हि)

× $\frac{१}{२}$ (भू + हि — प्र) × $\frac{१}{२}$ (हि + प्र — भू)

अत उक्तम् सर्व्वदोरित्यादि।

उदाहरणम्।

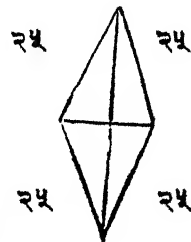
भूमिश्चतुर्द्दशमिता मुखमङ्कसंख्यं
बाहू त्रयोदश दिवाकरसंमितौ च।
लम्बोऽपि यत्र रविसंख्यकएव तत्र
क्षेत्रे फलं कथय तत् कथितं यदाद्यैः॥

अत्रोदाहरणं वसन्ततिलकेनाह भूमि रिति। अत्र विषम-चतुर्भुजे क्षेत्रे भूमिः चतुर्द्दशमिता, मुखं अङ्कसंख्यं नवमितं बाहू त्रयोदश-दिवाकर-संमितौ एकोबाहु त्रयोदश, अपरः द्वादश, लम्बः अपि रविसंख्यकः द्वादशमितः, तत्र क्षेत्रे आद्यैः प्राचीनैः गाणितिकैः यत् फलं कथितं तत् कथय।

न्यासः। उक्तवत् करणेन जातं क्षेत्रफलं करणीगतम् २९८०० । अस्यासन्नपदं किंचिन्नून-मेकचत्वारिंशदधिकं शतम्। इदमत्र क्षेत्रे न वास्तवं फलम्। लम्बेन निघ्नं कुमुखैक्यखण्ड-मिति वक्ष्यमाणप्रकारेण वास्तवं फलम् १२८ ।

अत्र त्रिभुजस्य पूर्वोदाहृतस्य न्यासः। भूमिः १४। भुजौ १३। १५ । अनेनाऽपि प्रकारेण तदेव वास्तवं फलम् ८४ ।

अथ स्थूलत्वनिरूपणार्थं सूत्रं सार्द्धवृत्तम्।

चतुर्भुजस्याऽनियतौ हि कर्णौ *
कथं ततोऽस्मिन् नियतं फलं स्यात्।
प्रसाधितौ तच्छ्रवणौ यदाद्यैः
स्वकल्पितौ तावितरत्र न स्तः ॥१९॥

२५ २५
२५ २५

तेष्वेव बाहुष्वपरौ च कर्णा
वनेकधा क्षेत्रफलं ततश्च।

---

* वृत्तान्तर्गतचतुर्भुजस्य कर्णौ नियतौ। ततः सर्वदोर्युतिदलमित्यादिना वृत्तान्तर्गत-चतुर्भुज एव फलं वास्तवं स्यान्नान्यत्र चतुर्भुजे।

पूर्व्वोक्त-चतुर्भुज-फलस्य स्थूलत्वकारणमुपेन्द्रवज्रयोपजातिभ्यामाह चतुर्भुजस्येति। हि यस्मात् कारणात् चतुर्भुजस्य कर्णौ अनियतौ परिवर्त्तनीयौ, ततः अस्मिन् चतुर्भुजे फलं कथं नियतं स्यात्? यद् आद्यैः ब्रह्मगुप्त श्रीधरादिभिः तत्श्रवणौ चतुर्भुजस्य कर्णौ नियतौ प्रसाधितौ तौ स्वकल्पितचतुर्भुजस्य कर्णौ। इतरत्र स्वकल्पितचतुर्भुजादितरत्र न स्तः। तेषु एव बाहुषु अपरौ कर्णौ अनेकधा भवतः, ततः क्षेत्रफलं च अनेकधा भवेत्।

चतुर्भुजे ह्येकान्तरकोणावाक्रम्याऽन्तः प्रवेश्यमानौ तत्संसक्तं कर्णं संकोचयतः। इतरौ बहिरपसरन्तौ संसक्तकर्णं वर्द्धयतः। अतश्चोक्तं तेष्वेवबाहुष्वपरौ च कर्णाविति।

लम्बयोः कर्णयोर्वैकमनिर्द्दिश्याऽपरात् कथम्।
पृच्छत्यनियतत्वेऽपि नियतं चापि तत्फलम्॥
स पृच्छकः पिशाचो वा वक्ता वा नितरां ततः।
यो न वेत्ति चतुर्बाहुक्षेत्रस्यानियतां स्थितिम्॥

लम्बं कर्णं वाऽनिर्द्दिश्य नियतस्य चतुर्भुजफलस्य पृच्छकं तत् प्रश्नोत्तरदातारं चोपहस्य युक्तिमनुष्टुब्द्वयेनाह लम्बयोरिति। लम्बयोः कर्णयोः वा मध्ये एकं, लम्बं, कर्णं वा अनिर्द्दिश्य अनियतत्वे चतुर्भुजस्य स्थितेः अनियतत्वे अपि

अपरान्, लम्ब-कर्णादीन् नियतं कथं पृच्छति ? अतएव स पृच्छक: पिशाच: दुष्टबुद्धि: । य: वक्ता चतुर्बाहु-क्षेत्रेषु अनियतां परिवर्त्तनीयां स्थितिं न वेत्ति न जानाति एवम्विध: प्रश्नस्योत्तरदायक: स नितरां अतिशयेन पिशाच: सम्यग् ज्ञात्वैवोत्तरं वक्तव्यमित्यर्थ: ।

समचतुर्भुजायतयो: फलानयने सूत्रं सार्द्धवृत्तद्वयम् ।

AREA OF RHAMBUS AND RDCTANGLE.

इष्टाश्रुतिस्तुल्य चतुर्भुजस्य
कल्प्याऽथ तद्वर्गविवर्ज्जिता या ॥२०
चतुर्गुणा बाहुकृतिस्तदीयं
मूलं द्वितीयश्रवणप्रमाणम् ।
अतुल्य कर्णाभिहति द्विभक्ता
फलं स्फुटं तुल्यचतुर्भुजे स्यात् * ॥२१॥

समश्रुतौ तुल्यचतुर्भुजे च
तथायते तद्भुजकोटिघात:
चतुर्भुजेऽन्यत्र समानलम्बे
लम्बेन निघ्नं कुमुखैक्य खण्डम् ॥२२॥

---

* विषमे चतुर्भुजेऽपि यदि कर्णौ मिथो लम्बरूपौ स्यातां तदाऽतुल्यकर्णाभि-हतिर्द्विभक्ता वास्तवं फलं भवतीति विशेष: ।

तुल्यचतुर्भुजे एककर्णाद् द्वितीयकर्णज्ञानं, तथा समकर्णयोः चतुर्भुजायतक्षेत्रयोः, समानलम्बे चतुर्भुजे च फलज्ञानमिन्द्रवज्रोत्तरार्द्धोऽन्योपजातिभ्यां चाह दृष्टा श्रुतिरिति। तुल्यचतुर्भुजस्य तुल्याः चत्वारो भुजा यस्य एवम्विधस्य क्षेत्रस्य, एका श्रुतिः दृष्टा कल्प्या। तद्वर्गविवर्जिता तस्याः श्रुतेः वर्गेण हीना या चतुर्गुणा बाहुकृतिः तदीयं मूलं द्वितीयश्रवण-प्रमाणं भवेत्। तुल्यचतुर्भुजे अतुल्यकर्णाभिहतिः द्विभक्ता स्फुटं फलं स्यात्। समश्रुतौ समकर्णे तुल्यचतुर्भुजे वर्गक्षेत्र इत्यर्थः। तथा आयते क्षेत्रे तद्भुजकोटिघातः तयोर्भुजकोट्योर्गुणफलं क्षेत्रफलं स्यात्, अन्यत्र अन्यस्मिन् समानलम्बे चतुर्भुजे कुमुखैक्यखण्डं भूमिमुखयो र्योगार्द्धं लम्बेन निघ्नं गुणितं सत् फलं क्षेत्रफलं स्यात्।

अत्रोपपत्तिः।

समचतुर्भुजस्य सम्मुखवर्त्ति-कोणद्वयं मिथस्तुल्यं भवति। कर्णरेखाद्वयसंयोजनेन चतुर्भुजमध्ये चत्वारि जात्यत्रिभुजक्षेत्राण्युत्पद्यन्ते। क्षेत्रमितेः प्रथमाध्यायस्य चतुर्थ-दशम-प्रतिज्ञाभ्यां दशम-परिभाषया च भुजलग्नकोणाः समद्विखण्डिताः कर्णौ च। एकस्य कर्णस्योपरि मध्यबिन्दौ अपरकर्णः लम्बरूपश्चेति ज्ञायते। अतः

$$\text{बा}^2 - \left(\frac{\text{प्रक}}{2}\right)^2 = \left(\frac{\text{द्विक}}{2}\right)^2 \text{।} \quad \frac{4\,\text{बा}^2 - \text{प्रक}^2}{4} = \frac{\text{द्विक}^2}{4}$$

$\sqrt{4\,\text{बा}^2 - \text{प्रक}^2} = \text{द्विक}$ । अतउक्तम् तद्वर्ग विवर्जितेति।

लम्बगुणं भूम्यर्द्धं त्रिभुजे फल भवति। प्रथमकर्णस्योभय-पार्श्वयो त्रिभुजद्वयं जातम्। तत्र प्रथमकर्ण उभयत्र भूमिः। द्वितीयकर्णार्द्धं प्रति त्रिभुजे लम्बः, त्रिभुजद्वयस्य फलयो र्योगतुल्यं चतुर्भुजस्य फलम्—

$$\text{अतः फलम्}\ \frac{\text{ल} \times \text{भू}}{2} + \frac{\text{ल} \times \text{भू}}{2}$$

$$= \frac{\text{प्रक}}{2}\left(\frac{\text{द्विक}}{2} + \frac{\text{द्विक}}{2}\right)$$

$$= \frac{\text{द्विक} \times \text{प्रक}}{2}$$

। अतउक्तम् अतुल्यकर्णाभिहतिरिति।

समकर्णचतुर्भुजस्यायतक्षेत्रस्य च कर्णोभयपार्श्वयोः जात्य-त्रिभुज-द्वयमुत्पद्यते। तत्र बाहुद्वयं मिथो लम्ब-भूमिरूपौ। लम्बगुणं भूम्यर्द्धं त्रिभुजफलम्, तद्द्विगुणितं चतुर्भुजफलम्। अत उक्तम् तद्भुजकोटिघातः फलमिति।

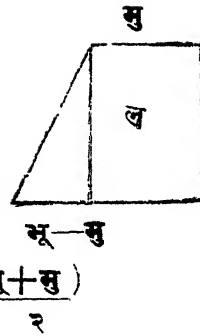
विषमचतुर्भुजे मुखस्य प्रान्तद्वयतो भूमेरुपरि लम्ब-पातेन एकमायतक्षेत्रं एकं त्रिभुजं च जायते। तयोः फलयो र्योगः विषमचतुर्भुजस्य फलम्।

$$फलम् = ल \times मु + \frac{(भू - मु)ल}{२}$$

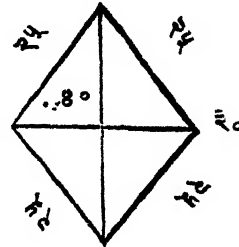
$$= \frac{२मु \times ल + (भू - मु)ल}{२}$$

$$= \frac{(भू - मु + मु + मु)ल}{२}$$

$$= ल\frac{(भू + मु)}{२}$$

मु
ल
भू—मु

अतउक्तम् लम्बेन निघ्नमित्यादि ।

उदाहरणम् ।

क्षेत्रस्य पञ्चकृतितुल्य चतुर्भुजस्य
कर्णौ ततश्च गणितं गणक प्रचक्ष्व ।
तुल्यश्रुतेश्च खलु तस्य तथायतस्य
यद्विस्तृती रसमिताष्टमितं च दैर्घ्यम् ॥

अत्रोदाहरणं वसन्ततिलकेनाह क्षेत्रस्येति । भो गणक ! पञ्चकृतितुल्यचतुर्भुजस्य—पञ्चानां कृतिः पञ्चविंशतिः तया तुल्या श्चत्वारो भूजा यस्य तथाभूतस्य अतुल्यकर्णचतुर्भुजस्य तथा तुल्यश्रुतेश्च क्षेत्रस्य कर्णौ प्रचक्ष्व । ततः ताभ्यां कर्णाभ्यां गणितं फलं च प्रचक्ष्व । यद्विस्तृतिः रसमिता दैर्घ्यं अष्टमितं तस्य आयतस्य च खलु कर्णौ ततश्च गणितं प्रचक्ष्व ।

न्यासः। अत्र त्रिंशन्मिता ३० मेकां श्रुतिं प्रकल्प्य ज्ञाताऽन्या ४०। गणितम् ६००।

अथवा चतुर्द्दशमितामेकां प्रकल्प्य ज्ञातान्या ४८। गणितम् ३३६। तत्कृत्योर्योगपदं कर्ण इति जाता कर्णगता श्रुतिरुभयत्र तुल्यैव १२५०। गणितम् ६२५।

तथायतस्य न्यासः। तत्कृत्योर्योग पदमिति ज्ञातौ तुल्यौ कर्णौ १०। गणितम् ४८।

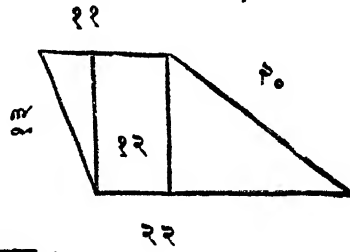
उदाहरणम्।

क्षेत्रस्य यस्य वदनं मदनारितुल्यं
विश्वम्भरा द्विगुणितेन मुखेन तुल्या।
बाहू त्रयोदशनखप्रमितौ च लम्बः
सूर्य्यान्मितस्य गणितं वद तत्र किं स्यात्॥

अत्रोदाहरणं वसन्ततिलकेनाह क्षेत्रस्येति। यस्य क्षेत्रस्य वदनं मुखं मदनारितुल्यं एकादशतुल्यं, विश्वम्भरा भूमिः द्विगुणितेन मुखेन द्वाविंशत्या तुल्या, बाहू द्वौ त्रयोदश-नख-प्रमितौ एकः त्रयोदशमितः अन्यः विंशतिमितः, लम्बश्च सूर्य्यमितः द्वादश तुल्यः, तस्य क्षेत्रस्य गणितं किं स्याद् वद।

न्यासः। अत्र सर्व्वदोर्युतिदलमित्यादिना स्थूलफलं २५०। वास्तवं तु लम्बेन निघ्नं कुमुखैक्यखण्डमिति जातम् १९८।

क्षेत्रस्य खण्डत्रयं कृत्वा तत्फलानि पृथगानीयैक्यं कृत्वाऽस्य फलोपपत्तिर्दर्शनीया खण्डत्रय दर्शनम्।

न्यासः। पृथक् फलानि ३०।७२ ९६। गणितम् १९८।

उदाहरणम्।

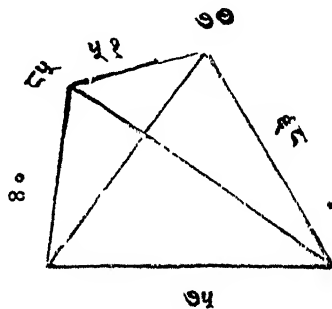
पञ्चाशदेकसहिता वदनं यदीयं
भूः पञ्चसप्ततिमिता च मितोऽष्टषष्ट्या।
सव्योभुजो द्विगुणविंशति संमितोऽन्य
स्तस्मिन् फलं श्रवणलम्बमितीः प्रचक्ष्व॥

फल-कर्ण-लम्बज्ञानोदाहरणं वसन्ततिलकेनाह पञ्चाशदिति। यदीयं वदनं एकसहिता पञ्चाशत्, भूः पञ्चसप्तति मिता, सव्योभुजः अष्टषष्ट्यामितः अन्यः भुजः द्विगुणविंशति-

संमित: चत्वारिंशता तुल्य: तस्मिन् क्षेत्रे फलं तथा श्रवण-लम्बमिती: च प्रवच्च ।

अथ फलावलम्ब श्रुतीनां निमित्तं सूत्रम्

ज्ञातेऽवलम्बे श्रवण: श्रुतौ तु
लम्ब: फलं स्यान्नियतं हि तत्र ।
कर्णस्याऽनियतत्वाल्लम्बोऽप्यनियत इत्यर्थ: ।

फलावलम्बश्रुतीनां निमित्तत्वमुपजातिपूर्व्वार्द्धेनाह ज्ञातेऽवलम्ब इति । लम्बे ज्ञाते तत्र श्रवण: नियत:स्यात् । श्रुतौ ज्ञातायां लम्बो नियतो भवेत् । तत्र हि फलं अपि नियतं स्यात् ।

लम्बज्ञानार्थं सूत्रम् ।

चतुर्भुजान्तस्त्रिभुजेऽवलम्ब:
प्राग्वद्भूजौ कर्णभुजौ मही भू: । २३ ॥

कर्णज्ञाने लम्बज्ञानमुपजात्युत्तरार्द्धेनाह चतुर्भुजान्तरिति । चतुर्भुजान्तर्गते त्रिभुजे प्राग वत्, त्रिभुजे भुजयोर्योग इत्यादिना लम्ब: साध्य: । तत्र कर्ण:, एकोभुज श्चेति, द्वौ

भुजौ कल्प्यौ, मह्यौ चतुर्भुजस्य भूमि भूः कल्प्या । अत्रोपपत्तिः त्रिभुजोपपत्तिवदिति पृथग् नोल्लिखिता ।

अत्राऽवलम्बज्ञानार्थं सव्यभुजाग्राद्दक्षिणभुज-मूलगामी कर्णो दृष्टः सप्तसप्ततिमितः ७७ कल्पित-स्तेन चतुर्भुजान्तस्त्रिभुजं कल्पितम् । तत्राऽसौ कर्णो एकोभुजः ७७ । सव्यो भुजो द्वितीयो ६८ । भूः सैव ७५ । अथ प्रागवलम्बाबाधार्थं न्यासः ।

अबधे १४४/५, २३१/५ । लम्बः ३०८/५ ।

अथ लम्बे ज्ञाते कर्णज्ञानार्थं सूत्रम् ।

यल्लम्ब लम्बाश्रितबाहुवर्ग-
विश्लेषमूलं कथिताबधा सा ।
तदूनभूवर्गसमन्वितस्य
यल्लम्बवर्गस्य पदं स कर्णः ॥२४॥

लम्बे ज्ञाते कर्णज्ञानमुपजात्याह यल्लम्बेति । लम्बस्य लम्बाश्रितबाह्वोश्च यः वर्गयोः विश्लेषः, तन्मूलं यत् सा अबधा कथिता स्यात् । तया अबधया ऊणा भूः द्वितीया बाधा । तस्याः वर्गेण समन्वितस्य लम्बवर्गस्य यत् पदं स कर्णः स्यात् । अत्रोपपत्तिः त्रिभुजोपपत्तिवत् ।

तत्र चतुर्भुजे सव्यभुजाग्राल्लम्बः किल कल्पितः $\frac{३१८}{५}$ । अतो ज्ञाताबाधा $\frac{१४४}{५}$ । तदूनभूवर्गसमन्वितेत्यादिना ज्ञातः कर्णः ७७ ।

द्वितीयकर्णज्ञानार्थं सूत्रं वृत्तद्वयम् ।

इष्टोऽत्र कर्णः प्रथमं प्रकल्प्य
स्त्र्यस्रे तु कर्णोभयतः स्थिते ये ।
कर्णं तयोः क्ष्मामितरौ च बाहू
प्रकल्प्य लम्बाववधाश्च साध्याः ॥२५॥
आबाधयोरेक ककुप्स्थयोर्यत्
स्यादन्तरं तत्कृति संयुतस्य ।
लम्बैक्य वर्गस्य पदं द्वितीयः
कर्णो भवेत् सर्व्वचतुर्भुजेषु ॥२६॥

कर्णज्ञानमुपजातीन्द्रवज्राभ्यामाह इष्टोऽत्रेति । पृच्छकेन कर्णः कथितो न चेत्, तदा अत्र विषमबाहु चतुर्भुजे प्रथमं इष्टःकर्णः प्रकल्प्यः, कर्णोभयतः ये त्र्यस्रे स्थिते, कर्णं तयोः त्र्यस्रयोः: क्ष्मां भूमिं प्रकल्प्य, इतरौ च बाहू प्रकल्प्य लम्बाववधे साध्ये लम्बद्वयं आबाधाद्वयञ्च साधनीयम् । एककक्कुप्स्थयोः एकदिशि स्थितयोः आबाधयोः यदन्तरं

स्यात्, तत्कृति संयुतस्य लम्बैक्यवर्गस्य यत् पदं स सर्व्वचतुर्भुजेषु कर्णो भवेत्।

अत्रोपपत्तिः।

प्रथम-कर्णोभयतः स्थितयोः त्र्यस्रयोः लम्बौ द्वितीय-कर्णोभय-पार्श्वयोः निपततः। अत्र एकदिशि स्थितयो राबाधयोरन्तरं लम्बयोरन्तर्गत-प्रदेश-मानम्। सा भूमिः लम्बैक्यं कोटिः, द्वितीयकर्णः, कर्णः। एवं जात्य-त्र्यस्रस्य भुजकोट्योर्वर्गयोगस्य मूलं द्वितीयकर्णः। समचतुर्भुजे आबाधान्तराऽभावाल्लम्बैक्यमेव द्वितीयकर्णः।

अत उक्तं आबाधयो रित्यादि।

न्यासः। तत्रैव चतुर्भुजे सव्यभुजाग्राद् दक्षिण-भुजमूलगामिनः किल कर्णस्य मानं कल्पितं ७७।

तत्कर्णरेखावच्छिन्नस्य चेत्रस्य मध्ये कर्णरेखो-भयतो ये त्र्यस्रे उत्पन्ने, तयोः कर्णं भूमिं, तदितरौ च भुजौ प्रकल्प्य प्राग्वल्लम्बाबाधाश्च साधिताः। लम्बौ ६०। २४। आबाधे ४५।३२। अत्राबाधयोरेककुप्स्थयोरन्तरम् १३ लम्ब-निपातान्तरमित्यर्थः। अन्तरस्य १३ कृतिः १६९।

लम्बैक्य ८४ कृतिश्च ७०५६ । अनयो र्योगः ७२२५ । तस्य पदं द्वितीयः कर्णः ८५ । एवं सर्व्वत्र ।

इष्टकर्णकल्पने विशेषोक्तिसूत्रं सार्द्धवृत्तम् ।

कर्णाश्रितस्वल्पभुजैक्य मुर्व्वीं
प्रकल्प्य तच्छेषभुजौ च बाहू ।
साध्योऽवलम्बोऽथ तथान्यकर्णः
स्वोर्व्याः कथं चिच्छ्रवणो न दीर्घः ॥२७॥

तदन्य लम्बान्न*लघुस्तथेदं
ज्ञात्वेष्टकर्णः सुधिया प्रकल्प्यः ॥

अत्रेष्ट-कर्ण-कल्पने विशेषं सार्द्धोपजात्याह कर्णाश्रित-मिति। कर्णाश्रितं स्वल्पभुजैक्यं कर्णस्योभयपार्श्वस्थयो-र्द्वयोर्द्वयोभुजयो र्योगद्वयस्य यत् स्वल्पं तत् उर्व्वीं त्रिभुजस्य भूमिं प्रकल्प्य, तच्छेष मितौ अपर पार्श्वस्थौ भुजौ त्रिभुजस्य भुजौ प्रकल्प्य च, त्रिभुजस्य लम्ब-साधनवल्लम्बः साध्यः। अथ अन्यकर्णः तथा प्रकल्प्यः, यथा श्रवणः स्वोर्व्याः स्वभूमितः दीर्घः न स्यात्। तथा तदन्यलम्बाद् अन्यकर्णो योलम्बः तस्माद् अपि लघुः न स्यात्। सुधिया इदं ज्ञात्वा इष्टकर्णः कल्पनीयः।

---

* तदन्यकर्णादित्यपि पाठो दृश्यते ।

उपपत्तिः।

अत्रोपपत्तिः आचार्य्येणैव चतुर्भुजं ह्रीत्यादिनोक्ता।

चतुर्भुजं ह्येकान्तर कोणयोराक्रम्य संकोच्यमानं त्रिभुजत्वं याति। तत्रैककोणलग्नलघुभुजयो रैक्यं भूमिरितरौ भुजौ च। तल्लम्बादूनः संकोच्यमानः कर्णः कथं चिन्न स्यात्। तदितरो भूमेरधिको न स्यात्। एवमुभयथापि। एतदनुक्तमपि बुद्धिमता ज्ञायते।

विषमचतुर्भुजे फलानयने सूत्रं वृत्तार्द्धम्।

त्र्यस्रे तु कर्णोभयतः स्थिते ये
तयोः फलैक्यं फलमत्र नूनम् ॥२८॥

विषम चतुर्भुजस्य फलानयनमुपजात्युत्तरार्द्धेनाह त्र्यस्रइति। कर्णोभयतः स्थिते ये त्र्यस्रे तयोः फलैक्यं अत्र विषम-चतुर्भुजे नूनम् फलम् स्यात्।

अत्रोपपत्तिः।

यतः कर्णोभयतः स्थितयोः त्रिभुजयो र्योगः विषम-चतुर्भुजस्य तुल्यम्। अतः त्रिभुजद्वयस्य फलयो र्योगः विषम-चतुर्भुजस्य फल-समम्। अत उक्तम् त्र्यस्रे त्वित्यादि।

अनन्तरोक्त क्षेत्रान्तस्त्र्यस्रयोः फले ९२४।२३१०।

अनयो रैक्यं तस्य फलम् ३२३४ ।

समान लम्बस्याबाधादिज्ञानाय सूत्रं वृत्तद्वयम् ।

समान लम्बस्य चतुर्भुजस्य
मुखोनभूमिं परिकल्प्य भूमिम् ।
भुजौ भुजौ त्र्यस्रवदेव साध्ये
तस्याबधे लम्बमिति स्ततश्च ॥२९॥
आबाधयोना चतुरस्रभूमि
स्तल्लम्ब वर्गैक्य पदं श्रुतिः स्यात्
समान लम्बे लघुदोः कुयोगा
न्मुखान्यदोः संयुतिरल्पिका स्यात् ॥३०॥

समानलम्बस्य चतुर्भुजस्य कर्णादीनां नियतत्वात्तेषां साधनमुपजातिकाद्वयेनाह समानलम्बस्येति । समानलम्बस्य चतुर्भुजस्य मुखोनभूमिं भूमिं परिकल्प्य, भुजौ च त्रिभुजस्य भुजौ प्रकल्प्य, त्र्यस्रवदेव त्रिभुजे भुजयोर्योग इत्यादिनैव तस्य आबधे साध्ये, ततः लम्बमितिश्च साध्याः । चतुरस्रभूमिः आबाधया ऊना कार्या । तस्याः लम्बस्य च वर्गैक्यपदं श्रुतिः कर्णः स्यात् । समानलम्बे चतुर्भुजे लघुदोः कुयोगात् मुखान्यदोः संयुतिः अल्पिका स्यात् ।

अत्रोपपत्तिः।

अत्रोपपत्तिः क्षेत्रदर्शनेन त्रिभुजोपपत्तिवत् स्पष्टैवा गम्यते।

उदाहरणम्।

द्विपञ्चाशन्मितव्येकचत्वारिंशन्मितौ भुजौ।
मुखं तु पञ्चविंशत्यातुल्यं षष्ट्या मही किल।
अतुल्य लम्बकं क्षेत्रमिदं पूर्वैरुदाहृतम्।
षट्पञ्चाशत् त्रिषष्टिश्च नियते कर्णयोर्मितौ॥
कर्णौ तत्रापरौ ब्रूहि समलम्बं च तच्छ्रुती।

अत्रोदाहरणमनुष्टुब्द्वयेनाह द्विपञ्चाशदिति यत्र क्षेत्रे द्विपञ्चाशन्मित-व्येकचत्वारिंशन्मितौ भुजौ। एकः द्विपञ्चाशन्मितः, अपरो भुज एकोनचत्वारिंशन्मित इत्यर्थः। मुखं पञ्चविंशत्या तुल्यं, षष्ट्या तुल्या किल मही। षट्पञ्चाशत् त्रिषष्टिः च नियतौ कर्णयोः मितौ। इदं अतुल्यलम्बं क्षेत्रं पूर्वैः गणितिकैः उदाहृतम्। तत्र अपरौ कर्णौ ब्रुहि। समलम्बं चेत् तत् क्षेत्रं तदा लम्बमानं तत्श्रुती च ब्रुहि।

न्यासः। अत्रष्टत्कर्णं त्रिषष्टिमितं प्रकल्प्य प्राग्वज्जातोऽन्यःकर्णः ५६।

अथ षट्पञ्चाशत्स्थाने द्वात्रिंशन्मितं ३२ कर्णं प्रकल्प्य प्राग्वत् साध्यमाने कर्णे ज्ञातं करणीखण्डद्वयम् ६२१ । २७०० । अनयोर्मूले २४$\frac{२३}{२५}$ । ५१$\frac{२४}{२५}$ । क्यं द्वितीयकर्णः ७६$\frac{२२}{२५}$ ।

अथ तदेव क्षेत्रं चेत् समलम्बं तदा मुखोनभूमिं परिकल्प्य भूमिमिति लम्बज्ञानार्थं प्रकल्पितं त्र्यस्रक्षेत्रम् । अत्र ज्ञाते आबाधे $\frac{३}{५}$ । $\frac{१७२}{५}$ । लम्बस्य करणीगतः $\frac{३६०१६}{२५}$ । आसन्नमूलकरणेन जातः ३८ $\frac{६२२}{६२५}$ । अयं तत्र चतुर्भुजे समलम्ब ।

लघ्वाबाधो $\frac{३}{५}$ नित चतुरस्रभूमेः $\frac{२६७}{५}$ समलम्बस्य च वर्गयोगः ५०४९ । अयं कर्णवर्गः । एवं बृहदाबाधयो $\frac{१७२}{५}$ नभूमे १८३ द्वितीय कर्णवर्गः २१७६ । अनयोरासन्नमूलकरणेन जातौ कर्णौ ७१$\frac{३}{५०}$ । ४६$\frac{१३}{२०}$ ।

एवं चतुरस्रे तेष्वेव बाहुष्वन्यौ कर्णौ बहुधा भवतः। एवमनियतत्वेऽपि नियतावेवकर्णावानीतौ ब्रह्मगुप्ताद्यैस्तदानयनं यथा ।

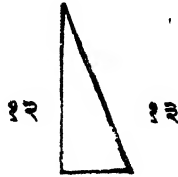
कर्णाश्रितभुजघातैक्यमुभयथाऽन्योन्य भाजितं गुणयेत् ।
योगेन भुजप्रतिभुजबधयोः कर्णौ पदे विषमे ॥*

लघुप्रक्रियादर्शनद्वारेणाह ।

अभीष्ट जात्यद्वय बाहुकोटयः
परस्परं कर्णहता भुजा इति ।
चतुर्भुजं यद् विषमं प्रकल्पितं
श्रुती तु तत्र त्रिभुजद्वयात्ततः ॥२१॥
बाह्वोर्वधः कोटिवधेन युक् स्या
देका श्रुतिः कोटिभुजावधैक्यम् ।
अन्या लघौ सत्यपि साधनेऽस्मिन्
पूर्व्वैः† कृतं यद् बहुतन्न विद्मः ॥२२॥

जात्यद्वयम्—

४ ५
३

१२ १३
५

चतुर्भुजेऽनियतकर्णत्वेऽपि नियतकर्णयोरानयनस्य प्रक्रिया-गौरवे, लघु-प्रक्रियया कर्णानयनप्रकारं वंशस्थविलेन्द्र-

* अयं कर्णानयन प्रकारो वृत्तान्तर्गत चतुर्भुजपर एव नान्यत्र ।

† जात्यद्वयकोटिभुजाः परस्परं श्रुतिहता भुजा विषमे । अधिको भूर्मुख-मुनो बाहुद्वितयं भुजावन्यौ । इति ब्रह्मगुप्तः ।

वन्धाभ्यामाह अभीष्टेति । अभीष्टजात्यद्वयबाहुकोटयः परस्परं कर्णाहता भुजा भवन्ति । ततः कोटिवधेन युग् बाह्वोर्वधः एका श्रुतिः स्यात् । कोटिभुजावधैक्यम् कोटिभुजानामावधयोर्घातयोर्योगः अन्या श्रुतिः स्यात् । इति अस्मिन् लघौ साधने लघुकर्म्मणि सत्यपि पूर्व्वैं गाणितिकैः यद् गुरुकृतं तद् न विद्मःवयमितिशेषः ॥

अत्रोपपत्तिः ।

विषमचतुर्भुजे कर्णयोः संयोगेन चत्वारि त्र्यस्राणि जायन्ते । तत्रैकस्य त्रिभुजस्येष्टं कर्णमानं प्रकल्प्य, तेन चतुर्भुजस्याभीष्टबाहुद्वयं विभज्य यत् फलद्वयं लभ्यते, तदन्य-त्रिभुजस्य क्रमेण भुजकोटितुल्यं प्रकल्प्य च, तत्कृतो योगपदं कर्ण इत्यादिनानीतकर्ण एव कर्णः कल्पितः । ततः अनेन कर्णेन विषमचतुर्भुजस्य पुनरन्यबाहुद्वयं विभज्य यत् फलद्वयं प्राप्यते, तदपरत्रिभुजस्य भुजकोटितुल्यं कल्पितम् । पूर्व्वकल्पितः कर्ण एव तस्मिन् कर्णः । यथाऽत्र ५ पञ्चमितं एकस्य कर्णं प्रकल्प्य त्रिभुजयोः बाहुकोटिकर्णानां मानानि निबद्धानि । अत्र जात्यद्वयस्य बाह्वोर्घातः कर्णस्यैकं खण्डं, कोट्योर्घातः अन्यत् खण्डम्, तयोः योगेऽकरणोगतः कर्णः स्यात्, परस्परभुजकोटिघातोऽपरकर्णस्य खण्डद्वयं तद्योगेऽपरकर्णः ।

अत उक्तं बाह्वोर्घात इत्यादि ।

न्यासः । इतरेतरकर्णहता भुजकोटयस्तासां महती भूर्लघुमुखमितरौ बाहू इति प्रकल्प्य चेत्रं दर्शितम् । तत्र कर्णौ महतायासेनानीतौ ६३ । ५६ । तस्यैव जात्यद्वयस्येतरेतर भुजकोट्यो-र्घातौ ३६ । २० । अनयोरैक्य मेकः कर्णः ५६ । बाह्वोः ३ । ५ । कोट्योश्च ४ । १२ । घातौ १५ । ४८ । अनयोरैक्यमन्यः कर्णः ६३ । एवं श्रुती स्याताम् । एवं सुखेन ज्ञायते ।

अथ यदि पार्श्वभुजयोर्व्यत्यासं कृत्वा न्यस्तं चेत्रं तदा जात्यद्वयकर्णयोर्वधो ६५ द्वितीयः कर्णः स्यात् ।

अथ सूचीक्षेत्रोदाहरणम् ।

क्षेत्रे यत्र शतत्रयं क्षितिमितिस्तत्त्वेन्दुतुल्यं मुखं
बाहू खोत्कृतिभिः शरातिधृतिभिस्तुल्यौ च तत्रश्रुती।
एका खाष्टयमैः समा तिथिगुणै रन्याथ तल्लम्बकौ
तुल्यौ गोधृतिभिस्तथा जिनयमै र्योगाच्छ्रवो लम्बयोः॥

तत्खण्डे कथयाऽधरे श्रवणयो र्योगाच्च लम्बाऽधा
स्तत् सूचो निजमार्ग वृद्धभुजयो र्योगेन या स्यात् ततः।
साबाधो बत लम्बकश्च भुजयोः सूच्याः प्रमाणे च के
सर्व्वं गणितिक प्रचक्ष्व नितरां क्षेत्रेऽत्र दक्षोऽसि चेत्*

अथ सुचीक्षेत्रोदाहरणं शार्दूलविक्रीड़ितद्वयेनाह। क्षेत्रे यत्रेति। यत्र विषमचतुर्भुजे क्षेत्रे क्षितिमितिः शतत्रयं ३००। मुखं तत्त्वेन्दुभिः १२५ तुल्यं। खोत्कृतिभिः २६०, शरातिधृतिभिः १९५ च तुल्यौ बाहू। तत्र क्षेत्रे एका श्रुतिः खाष्टयमैः २८० समा। अथ अन्याश्रुतिः तिथिगुणैः ३१५ समा। तत्र लम्बकौ गोधृतिभिः १८९ तथा जिनयमैः २२४ च तुल्यौ। तत्र श्रवोलम्बयोः योगात् सम्पातस्थानाद् अधरे तत्खण्डे कर्णलम्बयोः अधःस्थित-खण्ड-द्वयं कथय। श्रवणयोः योगाद् मेलन स्थानात् लम्बाऽबधाः लम्बपरिमाणं अबाधाद्वयपरिमाणं च कथय। तत् क्षेत्रं निज-मार्ग-वृद्ध-भुजयोः योगेन या सुची स्यात्, ततः तद्योगस्थानात् साबाधः लम्बकः कः? (बत इति प्रश्न सुचकमव्ययम्) आबाधा-परिमाणं लम्बपरिमाणञ्च कथय इत्यर्थः। सुच्याः सुचीक्षेत्रस्य भुजयोः प्रमाणे च के? हे गाणितिक!

---

* लम्बादीनामभिन्नत्वेन क्षिपस्थाशन्मितेत्यादि पूर्व्वोक्तं क्षेत्रं पञ्चगुणं कृत्वाऽत्र पठितम्।

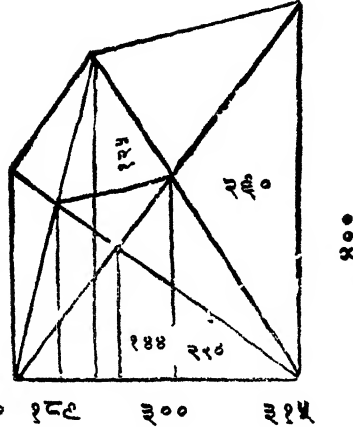
गणितज्ञ ! अत्र सूची चेत्रे चेद् नितरां दृचोऽसि तर्हि सर्व्वं प्रचक्ष्व वद ।

न्यासः। भूमानम्

३०० मुखं १२५

बाहू २६०। १९५।

कर्णौ २८०। ३१५

लम्बौ १८९। २२४।

सूच्याद्यानयनाय करणसूत्रं वृत्तम्।

लम्बतदाश्रितबाह्वोर्मध्यं सूच्याख्य मस्य लम्बस्य।
सूच्यूना भूः पीठं साध्यं यस्याऽधरं खण्डम् ॥२३॥
तत्सन्धिर्द्विष्ठः परलम्बश्रवणाहतोऽन्यपीठेन।
भक्तो लम्बस्रुत्योर्योगात् स्यातामधःखण्डे ॥२४॥

प्रथमप्रश्नस्योत्तरमार्य्या-द्वयेनाह लम्बेति। लम्ब-तदाश्रित-बाह्वोः मध्यं मध्यवर्त्तिन्याबाधा अस्य लम्बस्य सूच्याख्यं स्यात्। सूच्यूना भूः द्वितीयाबाधा पीठं कथ्यते। यस्य लम्बस्य अधरं खण्डं साध्यम्, तत्सन्धिः द्विष्ठः कार्य्यः,

उभयत्र परलम्बश्रवणाभ्यां आहतः परस्य पीठेन भक्तः कार्य्यः, तदा लम्बश्रुत्योः योगात् संयोगात् क्रमेण तयोः लम्बकर्णयोः अधःखण्डेः स्याताम् ॥

अत्रोपपत्तिः ।

बाहुवर्गोनो लम्बवर्ग आबाधावर्गसमः तन्मूलमाबाधा । इत्यादिकानामुपपत्तिः सूचीक्षेत्रे त्रिभुजक्षेत्रसंस्थानेन सुगमा ।

न्यासः । लम्बः २८८ । तदाश्रितबाहुः १९५ । अनयोर्मध्य मित्याबाधा सन्धिसंज्ञा ४८ । तदूना भूरिति द्वितीयाबाधा सा पीठसंज्ञा २५२ । एवं द्वितीयो लम्बः २२४ । तदाश्रितभुजः २६० । सन्धिः १३२ पीठम् १६८ ।

अथाद्यलम्बस्याधःखण्डं साध्यम् अस्य १९८ । सन्धिः ४८ । परलम्बेनानेन २२४ । श्रवणेन च २८० पृथग्गुणितः १०७५२ । १३४४० । परस्य पीठेन १६८ भक्तो लब्धं लम्बाधःखण्डम् ६४ । श्रवणाधःखण्डं च ८० । एवं द्वितीयलम्बस्य

२२४ सन्धिः १३२ परलम्बेन १८९ कर्णेन च ३१५ पृथग्गुणितः परस्य पीठेन २५२ भक्तो लब्धं लम्बाधःखण्डं ९९ । अवशाऽधः खण्डं च १६५ ।

अथ कर्णयोर्योगादधो लम्बज्ञानार्थं सूत्रम् ।

लम्बौ भूघ्नौ निजनिजपीठविभक्तौ च वंशौ स्तः ।
ताभ्यां प्राग्वच्छ्रुत्यो र्योगाल्लम्बः कुखण्डे च ॥२५॥

कर्णयोर्योगादधोलम्बज्ञानार्थं सूत्रमार्थ्ययाह लम्बाविति। पृथक् पृथग् भूघ्नौ भूमि-गुणितौ लम्बौ निजनिज पीठ-विभक्तौ निजनिजाबाधाभ्यां भक्तौ वंशौ स्तः लघ्वाबाधा श्रितो लघुवंशः वृहदाबाधाश्रितो वृहद्वंश इति। ताभ्यां वंशाभ्यां प्राग्वद् अन्योऽन्यमूलाग्रगसूत्रयोगादित्यादिना श्रुत्योः कर्णयोः योगात् सम्पाताल् लम्बः स्यात् कु-खण्डे लम्बोभयतः आबाधे स्याताम् ।

अत्रोपपत्तिः ।

स्व-स्व-कर्ण-पथ वर्द्धितौ कर्णौ, महत्त्रिभुजद्वयस्य कर्णौ। वंशौ कोटिद्वयं, भूमि रुभय महत्त्रिभुजयोः भुजौ । तदन्तर्गत-लघु-त्रिभुज-द्वयस्य निज-निजलम्बौ कोटी, स्व-स्व-कर्णौ कर्णौ, स्वस्वपीठे भुजौ ।

अत्र त्रिभुजानां समानुपातित्वादनुपातः । यदि निज-निज-पीठ-तुल्ये भुजे स्व-स्व-लम्बः कोटिः, तदा भूमि-तुल्ये भुजे कः ? इति लब्धो निजनिजवंशः । ताभ्यां वंशाभ्यां अन्योऽन्यमूलाग्रगेति नियमेन लम्बाबाधानां ज्ञानम् ।

अत्र उक्तं लब्धौ भूघ्नाविति ।

लम्बः १८६ । २२४ । भूः ३०० । एवमत्र लब्धौ वंशौ २२५ । ४०० । आभ्यामन्योऽन्य-मूलाग्रग सूत्रयोगादित्यादि करणेन लब्धः कर्णयो-र्योगादधो लम्बः १४४ । कुखण्डे च १०८।१६२।

अथ सूच्या बाधा लम्बभुजज्ञानार्थं सूत्रम् वृत्तत्रयम्।

लम्बहतो निजसन्धिः परलम्बगुणः समाह्वयो ज्ञेयः ।
सम-पर-सन्ध्योरैक्यं हारस्तेनोद्धृतौ तौ च ॥३६॥
समपरसन्धी भूघ्नौ सूच्याबाधे पृथक् स्याताम् ।
हारहृतः परलम्बः सूचीलम्बो भवेद् भूघ्नः ॥३७॥
सूचीलम्बघ्नभुजौ निजनिजलम्बोद्धृतौ भुजौ सूच्याः ।
एवं चेदच्छेदः प्राज्ञै स्त्रैराशिकात् क्रियते ॥३८॥

सूच्याबाधा-लम्ब-भुज-ज्ञानार्थं सूत्रमार्यात्रयेणाह लम्बहत इति। निज सन्धिः इष्ट-लम्बस्याबाधा पर-लम्ब-गुणः

इष्टलम्बादन्यलम्बेन गुणितः, लम्बहृतः इष्टलम्बेन भक्तः समाह्वयः सम-संज्ञः ज्ञेयः। सम-पर-सन्ध्योरैक्यं परलम्बस्य यः सन्धिः स परसन्धिः तस्य समस्य च ऐक्यं हारः। तौ समपरसन्धी पृथक् पृथग् भूघ्नौ भूमिगुणितौ, तेन हारेण उद्धृतौ भक्तौ, सूच्याबाधे सुचीलम्बस्य आबाधे स्याताम्। तत्र लघुभुजाश्रिता आबाधालघ्वी, महद् भुजाश्रिताबाधा महतीति। परलम्बः भूघ्नः, सूचीक्षेत्रस्य भूम्या गुणितः, हार-हृतः, सूचीलम्बः भवेत्। सूची-लम्बेन गुणितौ भुजौ निज निज लम्बोद्धृतौ सूच्याः भुजौ स्याताम्। प्राज्ञैः एवं क्षेत्र चोदः क्षेत्रे खण्डं त्रैराशिकात् क्रियते तत्परिमाणं साध्यत इत्यर्थः।

अत्रोपपत्तिः।

स्वमार्गं वर्द्धितयोर्भुजयोर्योगेन सूची-क्षेत्रे भुजौ स्याताम्। तत्र सूचीभुजौ भुजौ, भुमिरेव भूमिः, सूचीलम्बो लम्बः। तस्य त्रिभुजस्य तदन्तर्गतेष्ट त्रिभुजस्य च सजातीयत्वादनुपातः। यदीष्टलम्बेन स्वसन्धिर्नाम स्वाबाधा लभ्यते तदा अन्यलम्बेन का? फलं कल्पितत्रिभुजे अन्यलम्बस्याबाधा, स सम-संज्ञः। अपराबाधा पर-सन्धिः, तयोरैक्यमिष्टत्रिभुजे भूमिः। स हारः। ततोऽनुपातः, यदीष्टत्रिभुजस्य हार-नामक-भूमौ सम पर-सन्धि-नामके पृथक् पृथग् आबाधे लभ्येते, तदा सूची

चेत्रभूमौ के ? लब्धे सूच्याबाधे। पुनर्यदि हारेण परलम्बो लभ्यते, तदा भूमि-तुल्यायां सूचीभूमौ कः ? फलं सूची-लम्बः। एवं यदि निजलम्बकोट्यौ लम्बोभय-पार्श्वस्थौ कर्णौ तदा सूचीलम्बकोटौ कौ फलं सूची-भुजौ। त्रैराशिकेनैवं सर्व्वमुपपद्यते।

अत्र किलाऽयं लम्बः २२४। अस्य सन्धिः १३२। अथ परलम्बेन १८९ गुणितोऽनेन २२४ भक्तः समाख्यो जातः $\frac{८६१}{८}$। अस्य परसन्धेश्च ४८ योगो हाराख्यः $\frac{११७५}{८}$। अनेन समपरसन्धी भक्तौ भूमिगुणौ जाते सूच्याबाधे $\frac{३५६४}{१७}$। $\frac{१५३६}{१७}$।

एवं द्वितीयसमाह्वयः $\frac{५१३}{९}$ द्वितीयहारः $\frac{१७००}{९}$। अनेन भूघ्नः स्वीयः समः $\frac{१५३९००}{९}$ परसन्धिश्च $\frac{२९१६०}{१}$ भक्तौ जाते सूच्याबाधे $\frac{१५३६}{१७}$। $\frac{३५६४}{१७}$। परलम्बः २२४। भूमि ३०० गुणो हारेण $\frac{१७००}{९}$ भक्तो जातः सूचीलम्बः $\frac{६०४८}{१७}$। सूचीलम्बेन भुजौ १९५। २६० गुणितौ स्व स्व लम्बाभ्यां १८९। २२४। यथाक्रमं भक्तौ जातौ स्वमार्गी-ह्वद्वौ सूचीभुजौ $\frac{६२४०}{१७}$। $\frac{७०२०}{१७}$।

६ । त्रिभुजस्य भुजाः क्रमेण २६ । ४० । ४२ वृहत्तम-बाहोरुपरि पातितलम्बमानं त्रिभुजस्य क्षेत्रफलं च वद । उत्तरम् क्रमेण २४ । ५०४ ।

७ । त्रिभुजस्य बाहुद्वययोगः ४२ भुमिः २८ । लम्बः १५ । पृथग् बाहुमानं क्षेत्रफलं च वद । उत्तरम् भुजौ १७ । २५ फलम् २१० ।

८ । त्रिभुजस्य बाहुद्वययोगः ९९ भूमिः ५१ । आबाधान्तरम् ३३ भूजौ, क्षेत्रफलं, लम्बमानं च वद । उत्तरम् भुजौ क्रमेण ४१ । ५८ । लम्बः ४० फलम् १०२० ।

९ । चतुर्भुजस्य कर्णमानम् २२० । कर्णोभय पार्श्वस्थ-द्वयोर्द्वयो र्भुजयो र्योगतः कर्णोपरि पातित लम्बद्वयं ६४।३६ चतुर्भुजस्य क्षेत्रफलं कियत् ? उत्तरम् ११००० ।

१० । समचतुर्भुजस्य बाहुः ४१ वृहत्तर कर्णः ८० क्षेत्रफलं निर्णय । उत्तरम् ७२० ।

वृत्तक्षेत्रे करणसूत्रं वृत्तम् ।

व्यासे भनन्दाग्नि ३९२७ हते विभक्ते
खबाण सूर्यैः १२५० परिधिस्तु सूक्ष्मः * ।

---

* $\frac{३९२७}{१२५०}$ = ३.१४१६ । अतः व्यास × ३.१४१६ = परिधिः ।

द्वाविंशतिघ्ने विहृतेऽथ शैलैः ७ †
स्थूलोऽथवा स्याद्व्यवहार योग्यः ॥३९॥

व्यासात् परिध्यानयनमुपजात्याह व्यासे, भनन्दाग्नीति। या रेखा केन्द्रं भित्त्वा पार्श्वद्वये परिधिं स्पृशति स व्यासः इति क्षेत्रमितौ प्रसिद्धम्। व्यासे भनन्दाग्नि ३९२७ हते, खबाण सूर्यैः १२५० विभक्ते सति सूक्ष्मः परिधिः स्यात्। अथवा व्यासे द्वाविंशति २२ घ्ने शैलैः ७ विहृते व्यवहार-योग्यः स्थूलः परिधिः भवेत्।

अत्रोपपत्तिः।

वृत्तषड्‌शानां ६० पूर्णज्या व्यासार्द्धसमा। रूप १ मितं व्यासं प्रकल्प्य, ज्योत्पत्ति विधिना अर्द्धांश ज्या साधन-नियमेन परिधेः २४५७६ मितभागस्य ज्या $\frac{१५७०७९६३}{५००००००००}$। स्वल्पान्तरत्वात् $=\frac{३९२७}{१२५०}$ गृहीतः। क्षुद्रतमधनुषो ज्या, धनुः-समत्वाद् रूप १ मितव्यासे यदि $\frac{३९२७}{१२५०}$ परिधिस्तदेष्ट व्यासे कः? इत्यनुपातेन परिधिः $=\frac{\text{व्यासः} \times ३९२७}{१२५०}$।

आसन्न-मान-साधन-नियमेन $\frac{१५७०७९६३}{५००००००००}$ मितस्यासन्नमानानि क्रमेण ३, $\frac{२२}{७}$, $\frac{३३३}{१०६}$ $\frac{३५५}{११३}$ ... इत्यादीनि भवेयुः।

---

† व्यासाङ्कतिघातोऽश्वैरुक्तः सूक्ष्मो भवेत् परिधिरिति चार्य्यभटोक्तिः व्यासस्य कृतेर्दशगुणितायाः पदं परिधिरिति स्थोक्ति प्रकारापेक्षया ज्ञेया।

अत्र व्या × ३ = परिधिः । इत्यस्याति-स्थूलत्वादपेक्षितम् ।

$\frac{\text{व्या} \times २२}{७}$ = परिधिः स्थूलः । अत उक्तं व्यासे भनन्देति ।

एवं हि आसन्नमानतः प = $\frac{\text{व्या} \times ३३३}{१०६}$ अथवा

प = $\frac{\text{व्या} \times ३५५}{११३}$ इत्यादिबहुनियमाः कल्पितुं युज्यन्ते ।

उदाहरणम् ।

विष्कम्भमानं किल सप्त ७ यत्र
तत्र प्रमाणं परिधेः प्रचक्ष्व ।
द्वाविंशति २२ र्यत्परिधे प्रमाणं
तद्व्यास संख्यां च सखे विचिन्त्य ॥

अत्रोदाहरण मिन्द्रवज्रयाह विष्कम्भमानमिति । हे सखे ! यत्र किल विष्कम्भमानं ७ सप्त, तत्र वृत्ते वृत्तक्षेत्रे परिधेः प्रमाणं प्रचक्ष्व वद । यत्परिधेः प्रमाणं द्वाविंशतिः २२, तद्व्याससंख्यां च विचिन्त्य प्रचक्ष्व ।

न्यासः । व्यासमानम् ७ । लब्धं परिधिमानम् २१ $\frac{१२३९}{१२५०}$ । स्थूलं वा २२ । अथवा परिधितो व्यासानयनाय गुणहारविपर्य्ययेण व्यासमानम् ७ $\frac{११}{३९२७}$ । स्थूलं वा ७ ।

वृत्तगोलयोः फलानयने करणसूत्रं वृत्तम्।

वृत्तक्षेत्रे परिधिगुणित व्यासपादः फलं तत्*
क्षुण्णं वेदैरुपरिपरितः कन्दुकस्येव जालम्।
गोलस्यैवं तदपि च फलं पृष्ठजं व्यासनिघ्नं
षड्भिर्भक्तं भवति नियतं गोलगर्भे घनाख्यम्॥४०॥

वृत्तगोलयोः फलानयनं मन्दाक्रान्तयाह वृत्तक्षेत्र इति। वृत्तक्षेत्रे परिधिगुणितव्यासस्य पादः चतुर्थांशः फलं क्षेत्रफलम् समकोष्ठमानमिति यावत्। तत्क्षेत्रफलं वेदैः क्षुण्णं गुणितं परितः समन्तात् कन्दुकस्य उपरि पतितं समकोष्ठं जालम् इव क्रीड़ार्थं वस्त्रादिभिर्विनिर्मित-गोलकार-द्रव्य विशेषः कन्दुक इति कथ्यते तस्योपरि यथा जालस्य चतुःकोणाः कोष्ठका दृश्यन्ते तद्वत् समन्तात् गोलोपरि पतितं समकोष्ठं जालमिव पृष्ठजं फलं स्यात् तदपि च पृष्ठजं फलं व्यासनिघ्नं षड्भिर्भक्तं गोलगर्भे नियतं घनाख्यं फलं स्यात्।

---

* अत्र युक्तित इदमवगम्यते परिधेः किमपि धनुःखण्डं व्यासेन गुणितं चतुर्भिर्भक्तं सत् धनुःखण्डक्षेत्रे फलं स्यात्। अतः

$$\text{फ} = \frac{\text{व्या} \times \text{ध}}{४} \text{।} \quad \therefore \text{व्या} = \frac{४\,\text{फ}}{\text{ध}} \text{।} \quad \text{ध} = \frac{४\,\text{फ}}{\text{व्या}} \text{।}$$

अत्रोपपत्तिः।

परिधिसमसंख्यकत्रिभुजानि कल्पितानि। केन्द्रात् प्रति त्रिभुजोपरि पातितलम्बः व्यासार्द्धतुल्यः। सर्व्वेषां त्रिभुज-फलानां योग एव वृत्तक्षेत्रफलं। लम्बगुणं भूम्यर्द्धं त्रिभुजे फलं भवति। अत एकस्य त्रिभुजस्य फलम्।

$\frac{\text{भूमिः}}{२} \times \frac{\text{व्यास}}{२}$। सर्व्वासां भूमीनां योगः परिधितुल्यः।

अतः वृत्तफलम् $\frac{\text{प}}{२} \times \frac{\text{व्या}}{२} = \frac{\text{प·व्या}}{४}$।

अतउक्तम् वृत्तक्षेत्रे परिधिगुणितेति।

अत्र कख = आद्यचापार्द्धज्याद्विगुणा = २ आज्या।

जच = आद्यचापकोज्या = आको।

कग = उत्क्रमज्यान्तरम् = उअ।

जघ = गतगम्यज्यायोगार्द्धम् = यो।

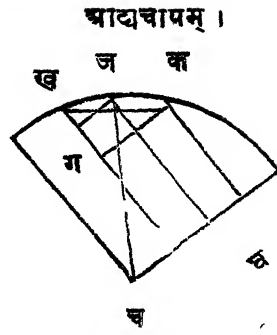
अत्र कखग, जचभ त्रिभुजद्वयं सजातीयम्।

अतोऽनुपातात् यो = $\frac{\text{उअ} \times \text{आको}}{२\ \text{आज्या}}$।

अत्र वलयाकार क्षेत्रे यो = व्यासार्द्धम्।

२यो = व्यासः। २ यो तुल्य व्यासे यः परिधि स्तत् वलयाकार क्षेत्रे कुमुखयोगार्द्धम्। "लब्धेन निघ्नं

कुमुखैक्यखण्डं" फलं स्यादिति नियमेन तत् लम्बतुल्येन २ आज्या इत्यनेन गुणितं वलयाकार क्षेत्रस्य फलं स्यात्।

आद्यचापम्।

$$यो = \frac{उअ \times आको}{२ आज्या}।$$

$$\therefore २यो = \frac{उअ \times २आको}{२ आज्या}।$$

$$\therefore कुमुख योगार्द्धम् = \frac{उअ + २ आको}{२ आज्या} \times \frac{२२}{७}।$$

$$\therefore फलम् = \frac{उअ \times २ आको}{२ आज्या} \times \frac{२२}{७} \times २ आज्या।$$

$\therefore फ = उअ \times २ आको \times \frac{२२}{७}$। यदि सूक्ष्मचापस्य ज्या साध्यते तदा आको व्यासार्द्धतुल्यैव स्यात्। अतः २ आको = व्यासः। २ आको $\times \frac{२२}{७}$ = परिधिः।

$\therefore फ = उअ \times प$। सर्व्वेषामुत्क्रमज्यान्तराणां योगः गोलार्द्धे व्यासार्द्धसमः।

$$\therefore गोलार्द्ध पृष्ठफलम् = \frac{व्या}{२} \times प।$$

$$\therefore गोलपृष्ठफलम् = व्या \times प।$$

$$गोलक्षेत्रफलम् = \frac{प \times व्या}{४}।$$

$$\therefore \frac{\text{व्या} \times \text{प}}{४} \times ४ = \text{व्या} \times \text{प} = \text{गोलपृष्ठफलम्}।$$

अत उक्तम् चुस्सं वेदैरित्यादि।

इत्यस्यान्यप्रकारोपपत्तिः भास्करेणैव गोलाध्याये प्रतिपादितेति नोल्लिखिताऽत्र।

पृष्ठफल-तुल्य-संख्यकानि रूपबाहूनि सूची-त्रिभुजानि कल्प्यानि। सर्व्वत्र लम्बो व्यासार्द्धतुल्य एव। लम्बगुणं भूम्यर्द्धं त्रिभुजे फलम् तथा समखात-फल-त्र्यंशः सूचीखाते फलं भवतीत्येकस्मिन् सूचीखाते फलम् $= \frac{\text{व्यास} \times १}{२ \times ३} = \frac{\text{व्या}}{६}$।

$$\therefore \text{सर्व्वसूचीफलम्} = \frac{\text{व्यासः} \times \text{पृष्ठफलम्}}{६} = \text{घनफलम्}।$$

अतउक्तं पृष्ठजं व्यासनिघ्नमित्यादि।

उदाहरणम्।

यद्व्यासस्तुरगै ७ र्मितः किल फलं क्षेत्रे समे तत्र किं
व्यासः सप्तमितश्च यस्य सुमते गोलस्य तस्यापि किम्।
पृष्ठे कन्दुकजालसन्निभफलं तस्यैव गोलस्य किं
मध्ये ब्रूहि घनं फलं च विमलां चेद् वेत्सि लीलावतीम्॥

अत्रोदाहरणं शार्दूलविक्रीडितेनाह यद्व्यास इति। हे सुमते! चेद् यदि त्वं विमलां लीलावतीं वेत्सि तदा यद्व्यासः किल तुरगैः मितः सप्तमितः तत्र समे क्षेत्रे

वृत्ते किं फलं स्यात्? यस्य गोलस्य व्यासः सप्तमितः तस्य अपि पृष्ठे कन्दुकजालसन्निभफलं किं स्यात्? तथा तस्यैव गोलस्य मध्ये घनं फलं किं स्यादिति ब्रूहि।

न्यासः। व्यासः ७। लब्धं वृत्तफलम् ३८$\frac{२४२३}{५०००}$ गोलपृष्ठफलम् १५३$\frac{११७३}{१२५०}$। गोलस्यान्तर्घन-फलं १७०$\frac{१४८७}{२५००}$।

प्रकारान्तरेण फलानयने करणसूत्रं सार्द्धवृत्तम्।

व्यासस्य वर्गे भनवाग्नि निघ्ने
सूक्ष्मं फलं पञ्चसहस्र भक्ते †।
रुद्राहते शक्रहृतेऽथवा स्यात्
स्थूलं फलं तद्व्यवहारयोग्यम् ॥४१॥
घनीकृतव्यासदलं निजैक-
विंशांशयुग् गोलघनं फलं स्यात्।

---

† दीर्घवृत्तेऽसमं व्यासद्वयमतस्तत्र व्यासस्य वर्गे इत्यत्र व्यासयोर्घातः ग्राह्यः।

* पूर्व्वं प्रतिपादितम् $प = \frac{\text{व्या} \times २२}{७}$ वा $\frac{\text{व्या} \times ३३३}{१०६}$ वा $\frac{\text{व्या} \times ३५५}{११३}$ इत्यादि वहुनियमाः कल्पितु युज्यन्त इति। तेभ्यो फलसाधनार्थमपि बहवो नियमाः कल्पनीयाः।

यथा $\frac{\text{व्या} \times ३५५}{११३ \times ४} = \frac{\text{व्या}^{२} \times ३५५}{४५२}$ = फलम्। $\frac{\text{व्या}^{२} \times ३५५}{११३}$ = पृष्ठफलम्।

$\text{व्या}^{३} \times \frac{३५५}{६७८}$ = घनफलम्।

प्रकारान्तरेण व्यासादेव सूक्ष्म फलं स्थूलफलं घनफलं चेन्द्रवज्रोपजातिपूर्व्वार्द्धाभ्यामाह व्यासस्येति। व्यासस्य वर्गे भनवाग्नि ३९२७ निघ्ने पञ्चसहस्र ५००० भक्ते सति सूक्ष्मं फलं भवति। अथवा व्यासस्य वर्गे रुद्रा ११ हते शक्र १४हृते यत् स्यात् तद् व्यवहारयोग्यं स्थूलं फलं भवति। घनीकृत-व्यासस्यदलं व्यास-घनस्यार्द्धं निजेकविंशांशयुक् स्वकीयेनैकविंशांशयुक्तं गोलस्य घनफलं स्यात्।

अत्रोपपत्तिः।

$$\frac{\text{व्यासः} \times ३९२७}{१२५०} = \text{परिधिः}। \quad \frac{\text{प} \times \text{व्या}}{४} = \text{फ}।$$

$$\frac{\text{व्या} \times \text{व्या} \times ३९२७}{१२५० \times ४} = \frac{\text{व्या}^{२} \times ३९२७}{५०००}।$$

अत उक्तं व्यासस्य वर्ग इति।

$$\text{स्थूलफले तु } \frac{\text{व्या} \times २२}{७} = \text{प}।$$

$$\therefore \text{फ} = \frac{\text{व्य} \times \text{व्या} \times २२}{७ \times ४} = \frac{\text{व्या}^{२} \times ११}{१४}।$$

अत उक्तं रुद्राहत इत्यादि।

$$\text{फ} \times ४ = \text{पृष्ठफलम्}। \quad \frac{\text{पृभ} \times \text{व्या}}{६} = \text{घनफलम्}।$$

$$\therefore \text{घ फ} = \frac{\text{व्या}^२ \times ११ \times \text{व्या} \times ४}{१४ \times ६} = \frac{\text{व्या}^३ \times ११}{२१} \text{।}$$

$$\text{घफ} = \frac{\text{व्या}^३ (१०\frac{१}{२} + \frac{१}{२})}{२१} \text{।} \frac{\text{व्या}^३}{२} + \left(\frac{\text{व्या}^३}{२} \times \frac{१}{२१} \right) \text{।}$$

अत उक्तं निजैकविंशांश युगिति ।

जातं तदेवसूक्ष्मं फलम् $३८\frac{३४२३}{५०००}$ ।

स्थूलं वा $३८\frac{१}{२}$ । घनफलं स्थूलं वा $१७९\frac{२}{३}$ ।

अत्र विशेषः ।

ऐककेन्द्रिक-वलयाकार-गोलखण्डस्य फलसाधने $\text{फ} = \frac{\text{व्या} \times \text{ध}}{४}$ इति नियमेन पृथक् पृथक् क्षेत्रफलान्यानीय बृहत्तरखण्डस्य फलात् लघुतर-खण्डस्य फलमूनीकृत्य यदवशिष्यते तद् वलयाकार गोलखण्डस्य क्षेत्रफलम् ।

अथवा धनुःपरिमाणयोर्योगः गोलद्वय-व्यासार्द्धयो रन्तरेण संगुण्यो गुणफलस्याऽर्द्धं वलयाकार-गोलखण्डस्य फलं स्यादिति ।

पृथग् वृत्तयोः फलान्यानीय तयोरन्तरं वलयाकार-वृत्त-क्षेत्रस्य फलम् ।

अथवा व्यासार्द्धयोर्वर्गान्तर-तुल्यं व्यासं प्रकल्प्य साधित-परिधितुल्यं वलयाकार वृत्ते क्षेत्रफलं स्यात् ।

अथवा बहि:परिधेरन्त:परिधेश्च योगार्द्धं विस्तारेण गुणितं वलयाकार क्षेत्रे फलं भवति ।

शरजीवानयनाय करणसूत्रं सार्द्धवृत्तम् ।

ज्याव्यासयोगान्तरघातमूलं
व्यासस्तदूनो दलित: शर: स्यात् ॥४२॥
व्यासाच्छरोनाच्छरसंगुणाच्च
मूलं द्विनिघ्नं भवतीह जीवा ।
जीवाऽर्द्धवर्गे शरभक्तयुक्ते
व्यास प्रमाणं प्रवदन्ति वृत्ते ॥४३॥

शर-जीवयोरानयनार्थं सूत्र मुपजात्युत्तरार्द्धेन्द्रवज्राभ्या-माह ज्या-व्यासेति । ज्या-व्यास-योगाऽन्तरघातमूलम् पूर्णज्या-व्यासयो: योगस्य अन्तरस्य च य: घात: तस्य यत् मूलं तदून: व्यास: दलित: अर्द्धित: शर:, ज्या-चाप-मध्ये बाणरूप: उत्क्रमज्या नामक व्यासखण्ड: स्यात् । शरोणाद् व्यासात् शरसंगुणात् च मूलं द्विनिघ्नं इह वृत्ते जीवा पूर्णज्या भवति । जीवार्द्धवर्गे पूर्णज्याया: अर्द्धस्य वर्गे शर-भक्त-युक्ते शरेण भक्ते पुन: शरयुक्ते च वृत्ते व्यास-प्रमाणं प्रवदन्ति पूर्व्वाचार्य्या इति शेष: ।

अत्रोपपत्तिः।

वृत्तक्षेत्रे पूर्णज्या भुजः, पूर्णकोटिज्या कोटिः, व्यासः कर्णः, इदं समकोणत्रिभुजम्।

$\because$ व्या^{2} — ज्या^{2} = को^{2}। वर्गान्तरं योगान्तर घातसमम्—

$\therefore$ को^{2} = (व्या + ज्या) (व्या — ज्या)।

$\therefore$ को = $\sqrt{(\text{व्या} + \text{ज्या})\ (\text{व्या} - \text{ज्या})}$।

व्यासो यावत् कोठिज्यया हीयते तावत् कोटिज्याया उभय पार्श्वयोः शरौ शिष्येते। अत स्तदर्द्धं शरः स्यादित्युक्तं ज्याव्यास योगेति।

जीवार्द्धं भुजः, कोटिज्यार्द्धं कोटिः, व्यासार्द्धं कर्णः, इदं समकोणि त्रिभुजम्। $\therefore$ व्यासार्द्ध^2 — कोटिज्या^{2} = जीवार्द्ध^2। वर्गान्तरं योगान्तर घात समम्।

$$\therefore \left(\frac{\text{व्या}}{2} + \text{को}\right)\left(\frac{\text{व्या}}{2} - \text{को}\right) = \text{जी}^2 \text{।}$$

को = व्यासर्द्धम् — शरः। संशोध्यमानं स्वमृणत्वमेति स्वत्वं क्षय इति नियमेन—

$$\left(\frac{\text{व्या}}{2} + \frac{\text{व्या}}{2} - \text{श}\right)\left(\frac{\text{व्या}}{2} - \frac{\text{व्या}}{2} + \text{श}\right) = \text{जी}^2 \text{।}$$

$$\therefore (\text{व्या} - \text{श})\ \text{श} = \text{जी}^2 \text{।}$$

$\therefore$ जी $=\sqrt{(\text{व्या}-\text{श})\text{श}}$ । जीवार्द्धं द्विगुणितं पूर्णजीवा स्यादित्युक्तं व्यासाच्छरोणादिति ।

$$\text{जी}=\sqrt{(\text{व्या}-\text{श})\text{श}}$$ ।

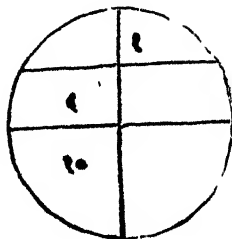
$\therefore$ $\text{जी}^2=(\text{व्या}-\text{श})\text{श}$ । $\frac{\text{जी}^2}{\text{श}}=\text{व्या}-\text{श}$ ।

$\therefore$ $\text{व्या}=\frac{\text{जी}^2}{\text{श}}+\text{श}$ । अत उक्तं जीवार्द्धवर्गं इति ।

उदाहरणम् ।

दशविस्तृति वृत्तान्त

र्यत्र ज्या षण्मितासखे ।

तत्रेषुं वद बाणाज्ज्यां

ज्याबाणाभ्यां च विस्तृतिम् ॥

अथोदाहरणमनुष्टुभाह दशविस्तृतिरिति । हे सखे ! यत्र दशविस्तृतिवृत्तान्तः—दश विस्तृतिः व्यासो यस्य तथाभूतस्य वृत्तस्य मध्ये, ज्या षण्मिता तत्र इषुं वद । बाणाद्‌ ज्यां, तथा ज्याबाणाभ्यां च विस्तृतिं व्यासं वद ।

न्यासः । व्यासः १० । ज्या ६ । लब्धा बाणमितिः १ । अथ बाणाल्लब्धा ज्या ६ । अथ ज्याबाणयो र्ज्ञातयोर्लब्धा वृत्तविस्तृतिः १० ।

अथ वृत्तान्तस्त्र्यस्रादिनवास्रान्तक्षेत्राणां
भुजमानयनायकरणसूत्रं वृत्तत्रयम्।

त्रिद्व्यङ्काग्निनभश्चन्द्रैस्त्रिबाणाष्टयुगाष्टभिः।
वेदाग्निबाणखाश्वैश्च खखाभ्राभ्ररसैः क्रमात्॥
बाणेषु नखबाणैश्च द्विद्विनन्देषु सागरैः।
कुरामदशवेदैश्च वृत्तव्यासे समाहते॥
खखखाभ्रार्कसंभक्ते लभ्यन्ते क्रमशो भुजाः।
वृत्तान्तस्त्र्यस्रपूर्व्वाणां नवास्रान्तं पृथक् पृथक्॥

अथ वृत्तान्तस्त्र्यस्रादि-नवास्रान्त-क्षेत्राणां भुजमानमनुष्टुप्त्रयेणाह त्रिद्व्यङ्काग्नीति। त्रिद्व्यङ्काऽग्नि-नभश्चन्द्रैः १०३९२३, त्रि-बाणाष्टयुगाऽष्टभिः ८४८५३, वेदाग्निबाणखाश्वैः ७०५३४, खखाभ्राभ्ररसैः ६००००, बाणेषु-नखबाणैः ५२०५५, द्विद्विनन्देषु सागरैः ४५९२२, कुरामदश-वेदैः ४१०३१, च क्रमाद् वृत्तव्यासे समाहते, ततः खखखाभ्रार्के १२०००० संभक्ते सति वृत्तान्तः त्र्यस्र-पूर्व्वाणां नवास्रान्तं नवास्रपर्य्यन्तं क्रमशः पृथक् पृथग् भुजा लभ्यन्ते।

अत्रोपपत्तिः ।

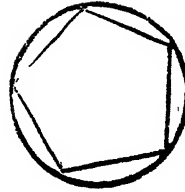
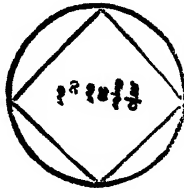
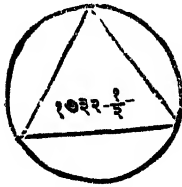
परिधौ २१६०० कलाः । सिद्धान्तोक्तज्या साधन-नियमेन परिधेः षड्-दश--द्वादश--चतुर्दश--षोडशाऽष्टादश-भागानां पृथक् पृथक् साधिता ज्या द्विगुणा वृत्तान्तर्गत-त्र्यस्रादि नवास्रान्तं क्रमशो भुजा भवन्ति। ततो यदि ३४३८कलामितव्यासार्द्धे एते भुजास्तदा १२०००० मित-व्यासार्द्धे क इत्यनुपातेन त्रिद्व्यङ्काग्नौत्यादयो लभ्यन्ते ।

उदाहरणम् ।

सहस्रद्वितयव्यासं यद्वृत्तं तस्य मध्यतः ।
समत्र्यस्रादिकानां मे भुजान् वद पृथक् पृथक् ॥

अत्रोदाहरणमनुष्टुभाह सहस्रेति । यद् वृत्तं सहस्र-द्वितय व्यासं तस्य मध्यतः समत्र्यस्रादिकानां नवास्रान्तानां क्षेत्राणां भुजान् मे पृथक् पृथग् वद ।

न्यासः । व्यासः २००० । लब्धं त्र्यस्रे भुजमानम् १७३२ $\frac{१}{२०}$ । चतुरस्रे १४१४ $\frac{१३}{६०}$ । पञ्चास्रे ११७५ $\frac{१७}{४०}$ । षडस्रे १००० । सप्तास्रे ८६७ $\frac{७}{८}$ । अष्टास्रे ७६५ $\frac{११}{३०}$ । नवास्रे च ६८३ $\frac{१७}{२०}$ ।

एवमिष्टव्यास एभ्योऽन्या अपि जीवाः सिद्धन्ति । तास्तु गोले ज्योत्पत्तौ वक्ष्ये ।

अत्र विशेषः ।

वृत्तान्तर्गत-सम-पञ्चभुजादीनां द्वादशभुजान्तानां क्षेत्राणां प्रतिक्षेत्र-गतैक-भुजपरिमाणं १७२०५, २५९८१, ३६३२९, ४८२८४, ६१८१८, ७६९४२, ९३९५६, १११९६२ एभिः क्रमेण संगुण्य, १०००० इत्यनेन भजने, क्रमश स्तेषां

पृथक् पृथक् फलानि भवेयुः। यदि तानि क्षेत्राणि वृत्तान्तर्गतानि न भवन्ति, तदा कर्णरेखासंयोजनादिना यथा सम्भवं त्रिभुज-चतुर्भुजादिषु परिणाम्य फलानि साधयेत्।

अथ यदि सम-पञ्चभुजादीनां द्वादश-भुजान्तानां क्षेत्राणां मध्ये वृत्तानि क्रियन्ते तदा 'प्रतिक्षेत्रैक-भुज-परिमाणं क्रमेण ६८८१६१, ८६६०२५, १०३८२६१, १२०७१०७, १३७३७३९, १५३८८४२, १७०२८४४, १८६६०२५ एभि र्हत्वा १०००००० इत्यनेन पृथक् पृथग् भजेत्तदा तत्तत्क्षेत्रान्तर्गतवृत्तस्य व्यासार्द्धपरिमाणं भवेत्।

त्रिभुज-चतुर्भुजयोः क्षेत्रफलादिकं भास्करेणैव प्रतिपादितम्।

अथ स्थूलजीवाज्ञानार्थं लघुक्रिया।

चापोननिघ्नपरिधिः प्रथमाह्वयः स्यात्
पञ्चाहतः परिधिवर्गचतुर्थभागः।
आद्योनितेन खलु तेन भजेच्चतुर्घ्न-
व्यासाहतं प्रथममाप्तमिह ज्यका स्यात् ॥४७॥

लघुक्रियया स्थूलजीवाज्ञानार्थं सूत्रं वसन्ततिलकेनाह।

चापोनेति। चापोन-निघ्न-परिधिः चापेन ऊनः पश्चाद् निघ्नः यः परिधिः स प्रथमाह्वयः प्रथमाऽभिधःस्यात्। परिधिवर्गस्य चतुर्थभागः पञ्चाहतः कार्यः, तेन फलेन

आद्योनितेन चतुर्घ्नं पुनः व्यासाहतं प्रथमं भजेत्, आप्तं फलं ज्यका ज्या स्यात्।

अत्रोपपत्तिः।

यथा यथा चापं स्वल्पं तथा तथा ज्या चापस्यासन्नं भवेत्। यदि चापं शून्यमितं कल्प्यते तदा चापोन निघ्नेति नियमेन सिद्धः प्रथम एव ज्या स्यात्। अन्यचापे तु स प्रथमः येन गुणितो हृतश्च जीवा भवेत्, स गुणकः क, इति प्रथमयुतो हरश्च ख इति कल्पितम्। तदा

$$ज्या = \frac{प्र \times क}{ख - प्र} । \quad प्र \times क = (ख - प्र) ज्या ।$$

यदा चापं परिधयर्द्धमितम् तदा चापोननिघ्नेत्यादिना —

$$प्र = \frac{प^{2}}{४} । \quad ज्या = व्या । \quad हरः = ख - \frac{प^{2}}{४} ।$$

$$प्र \times क = \frac{क \times प^{2}}{४} = \left(\frac{ख - प^{2}}{४}\right) व्या ।$$

$$\frac{क \times प^{2}}{४} = ख \times व्या - \frac{प^{2}}{४} व्या ।$$

$$= क \times प^{2} = ४ \times ख \times व्या - प^{2} \times व्या ।$$

एवं परिधेः षष्ठांश मिते चापे चापोननिघ्नेति।

$$प्र = \frac{प^{2} \times ५}{३६} । \quad ज्या = \frac{व्या}{२} । \quad हरः = ख - \frac{प^{2} \times ५}{३६} ।$$

$= क \times प^2 \times १० = ख \times व्या \times ३६ - व्या \times प^2 \times ५$ ।

पूर्वोक्तं $क \times प^2 = ख \times व्या \times ४ - व्या \times प^2$ ।

$क \cdot प \cdot १० = ख \cdot व्या \cdot ४० - व्या \cdot प^2 \cdot १०$ ।

$\therefore ख \cdot व्या \cdot ३६ - व्या \cdot प^2 \cdot ५ = ख \cdot व्या \cdot ४० - व्या \cdot प^2 \cdot १०$ ।

$ख \cdot व्या \cdot ४ = - व्या \cdot प^2 \cdot ५$ । $\therefore ख = \frac{प^2 \cdot ५}{४}$ ।

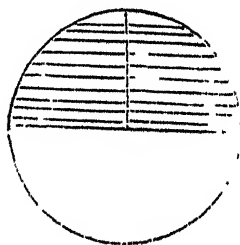
ख तुल्यस्थानेनोत्थापने च्छेदगमे च।

$क \cdot प^2 \cdot ४० = प^2 \cdot ५ \cdot व्या \cdot ४० - व्या^2 \cdot प^2 \cdot ४०$ ।

$क = व्या \cdot ५ - व्या$ $क = व्या ४$ ।

अतः $ज्या = \frac{प्र \times व्या ४}{\frac{प^2 \times ५}{४} - प्र}$ । अत उक्तं चापाघ्नेति ।

उदाहरणम् ।

अष्टादशांशेन वृतेः समान
मेकादिनिघ्नेन च यत्र चापम्।
पृथक् पृथक् तत्र वदाशु जीवां
खार्कैर्मितं व्यासदलं च यत्र॥

अत्रोदाहरणमुपजात्याह अष्टादशांशेनेति। यत्र वृत्ते खार्कैः १२० मितं व्यासदलं व्यासार्द्धम् चापं च वृतेः

परिधेः अष्टादशांशेन पृथक् पृथग् एकादिनिघ्नेन समानम्,
तत्र पृथक् पृथग् जीवां आशु वद।

न्यासः। व्यासः २४० अत्र परिधिः ७५४।
अत्राष्टादशांशेन पृथक् पृथगेकादिगुणितेन तुल्ये
धनुषि ज्याः साध्याः।

अथवाऽत्र सुखार्थं परिधेरष्टादशांशेन परिधिं
धनूंषि चाऽपवर्त्त्य ज्याः साध्यन्ते तथापि ता-
एव भवन्ति।

अपवर्त्तिते न्यासः। परिधिः १८। चापानि
१।२।३।४।५।६।७।८।९। यथोक्त-
करणेन लब्धानि ज्यामानानि ४२। ८२। १२०।
१५४। १८४। २०८। २२६। २३६। २४०।

अथ चापानयनाय करणसूत्रं वृत्तम्।

व्यासाब्धिघातयुत मौर्व्विकया विभक्तो
जीवाङ्घ्रि पञ्चगुणितः परिधेस्तुवर्गः।
लब्धोनितात् परिधिवर्ग चतुर्थभागा-
दाप्ते पदे वृतिदलात् पतिते धनुः स्यात् ॥४८॥

अथ जीवातः स्थूलं चापानयनं वसन्ततिलकेनाह व्यासाब्धीति । जीवाङ्घ्रिपञ्चगुणितः जीवाया अङ्घ्रिणा पञ्चभिश्च गुणितः परिधेः वर्गः, व्यासाब्धिघातयुत मौर्व्विकया व्यासस्य चतुर्णाञ्च घातेन युतया मौर्व्विकया जीवया विभक्तः यत् लभ्यते, तेन लब्धेन ऊणितात् परिधिवर्गचतुर्थभागात्, यामे पदे मूले, वृतिदलात् परिध्यर्द्धात् पतिते वियुक्ते, यत् शेषं तद्द धनुः स्यात् ।

अत्रोपपत्तिः ।

चापोननिघ्नेति नियमस्य विपरीतसमीकरणेन अस्यो-पपत्तिः सुगमा ।

उदाहरणम् ।

विदिता इह ये गुणास्ततो-
वद तेषामधुना धनुर्मितीः ।
यदि तेऽस्ति धनुर्गुणक्रिया-
गणिते गाणितिकाऽति नैपुणम् ॥

अत्रोदाहरणं वेतालीयेनाह विदितेति । भो गाणितिक ! यदि ते तव धनुर्गुण-क्रिया-गणिते धनुषां गुणानाञ्च क्रियायाः साधनस्य गणिते अति नैपुणं निपुणता अस्ति, तदा इह ये गुणाः ज्या विदिताः ज्ञाताः, अधुना ततः तेभ्यो गुणेभ्यः तेषां धनुर्मितीः धनुषां मानानि वद ।

न्यासः । ज्याः ४२ । ८२ । १२० । १६४ । २०८ । २२६ । २३६ । २४० । स एवाऽपवर्त्तित-परिधिः १८ । अतो ज्ञातानि धनूंषि १ । २ । ३ । ४ । ५ । ६ । ७ । ८ । ९ । एतानि परि-ध्यष्टादशांशेन गुणितानि वास्तवानि स्युः ।

इति क्षेत्रव्यवहारः ।

अथ खातव्यवहारे करणसूत्रं सार्द्धार्य्या ।

गणयित्वा विस्तारं बहुषु स्थानेषु तद्युतिर्भाज्या ।
स्थानकमित्या सममितिरेवं दैर्घ्ये च वेधे च ॥४९॥
क्षेत्रफलं वेधगुणं खाते घनहस्तसंख्या स्यात् ।

अथ क्षेत्रव्यवहारोपजोवित्वात्तदनन्तरमेव खातव्यवहारं सार्द्धार्य्ययाह गणयित्वेति । बहुषु स्थानेषु विस्तारं गणयित्वा तद्युतिः विस्ताराणां योगः स्थानकमित्या, यावत् स्थानेषु विस्तारो गणितः तत्संख्यया भाज्या । फलं सममितिः समस्य मध्यस्थस्य परिमाणं भवेत् । एवं दैर्घ्ये वेधे च सममितिः ग्राह्या । दैर्घ्य विस्तारयोः सममित्योर्घातः क्षेत्रफलं

स्यात् । तद् वेधगुणं वेधस्य समभित्या गुणितं सत् खाते गर्त्ते घनहस्त संख्या भवेत् ।

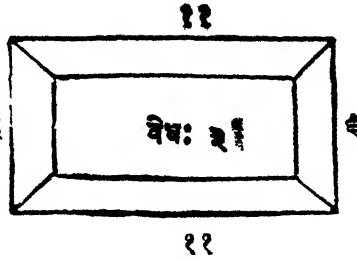
अत्रोपपत्तिः ।

दैर्घ्यविस्तारयोर्घातः क्षेत्रफलं स्यात् । रूप १ तुल्य वेधे क्षेत्रफल-तुल्यमेव घनहस्तसंख्या ; अतो वेधगुणं क्षेत्रफलं घनहस्त संख्याः स्युः ।

उदाहरणम् ।

भुज वक्रतया दैर्घ्यं दशेशार्ककरैर्मितम् ।
त्रिषु स्थानेषु षट्पञ्चसप्तहस्ता च विस्तृतिः ॥
यस्य खातस्य वेधोऽपि द्विचतुस्त्रिमितः सखे ।
तत्र खाते कियन्तः स्यु घनहस्ताः प्रचक्ष्व मे ॥

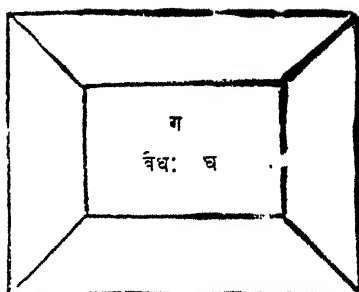
खातोदाहरणमनुष्टुब्द्वयेनाह भुजवक्रतयेति । यस्य खातस्य गर्तस्य भुजवक्रतया भुजानां वक्रत्वेन दैर्घ्यं त्रिषु स्थानेषु क्रमेण दशेशार्क १० । ११ । १२ मितम्, त्रिषु स्थानेषु विस्तृतिः क्रमेण षट्-पञ्च-सप्त ६ । ५ । ७ हस्तमिता, वेधोऽपि क्रमेण द्वि-चतुस्त्रि २ । ४ । ३ हस्तमितः, तत्र खाते कियन्तः घनहस्ताः स्युः इति मे प्रचक्ष्व वद ।

न्यासः । अत्र सम-
मितिकरणेन विस्तारे
हस्ताः ६ । दैर्घ्यं ११ ।
वेधे च ३ । लब्धा घन
हस्तसंख्याः १९८ ।

खातान्तरे करणसूत्रं सार्द्धवृत्तम् ।

मुखज-तलज-तद्युतिज-क्षेत्रफलैक्यं हृतं षड्भिः॥५०
क्षेत्रफलं सममेतद् वेधगुणं घनफलं स्पष्टम् ।
समखात फलत्र्यंशः सूचीखाते फलं भवति ॥५१॥

समखातस्य सूची खातस्य च घनफलसाधनं सार्द्धार्य्ययाह मुखजेति । मुखे दैर्घ्य-विस्तारयोर्घातः मुखजं क्षेत्रफलम् । तले दैर्घ्य-विस्तारयो र्घातः तलजं क्षेत्रफलम् । मुखतलयोर्दैर्घ्य-योगः विस्तार योगेन गुणितः तद्युतिज क्षेत्रफलं भवेत् । एषां क्षेत्रफल त्रयाणां ऐक्यं षड्भिः हृतं समं मध्यस्थं क्षेत्रफलं स्यात् । एतत् क्षेत्रफलं वेधगुणं स्पष्टं घनफलं भवेत् । समखातस्य मुखतलयोः समदैर्घ्यादि विशिष्टस्य क्षेत्रस्य त्र्यंशः तस्मिन् एव सूचीखाते सूच्याकारे खाते फलं घनफलम् भवति । त्रिभुजचतुर्भुजवर्त्तुलादिषु सर्व्वत्र समखातफलत्र्यंशः सूचीखाते घनफलं स्यात् ।

अत्रोपपत्तिः ।

यत्र मुखज-दैर्घ्यविस्तारत-स्तलज-दैर्घ्य-विस्तारयो-रल्पत्वं तथाविधे खाते सूत्रपातादिना चतुर्षु कोणेषु समानि चत्वारि वर्त्तुलसूचीक्षेत्राण्युत्पद्यन्ते । तथा उपर्य्युपरि न्यस्तानि त्रिभुजानीव वेधविविष्टमन्योन्य-सम्मुखवर्त्ति-समान-त्रिभुजद्वयं दैर्घ्यपार्श्वद्वये, तथा विस्तारपार्श्वद्वयेऽपि तथाविध मन्यत् त्रिभुजद्वय मन्योन्यसममुत्पद्यते । तलदेशे च तलक्षेत्रं, सर्व्वेषां क्षेत्रघनफलानां योगः खाते घनफलम् । तद्यथा—

क = मुखदैर्घ्यम् । ख = मुखविस्तारः । ग = तलदैर्घ्यम् । घ = तलविस्तारः ।

$\frac{क - ग}{२} \times \frac{ख - घ}{२}$ = फलं। क्षेत्रफलं वेधगुणमिति पूर्व्वोक्त-नियमेन, तथा समखातफलत्र्यंशः सूचीखाते फलमिति एकस्यां सूच्यां साधितं फलं, चतुर्घ्नं सर्व्व-सूचीफलम्—

$$\frac{(क - ग)(ख - घ)}{४ \times ३} \times ४ \times वे = \frac{(क - ग)(ख - ग)}{३} \times वे ।$$

लम्बगुणं भूम्यर्द्धं त्रिभुजफलम्, तद्वेधगुणं द्विगुणं त्रिभुजद्वये

$$\text{घनफलम्} = \frac{\frac{\text{ख}-\text{घ}}{2}}{2} \times \text{ग} \times \text{वे} \times 2 = \frac{\text{ख}-\text{घ}}{2} \times \text{ग} \times \text{वे}।$$

एव मन्यत् त्रिभुजद्वयेऽपि घनफलम्—

$$\frac{\text{क}-\text{ग}}{2} \times \text{घ} \times \text{वे}। \text{ तलच्छेदे फलम्} = \text{ग} \times \text{घ} \times \text{वे}$$

$$\text{सर्व्वेषां योगः} = \left\{ \frac{(\text{क}-\text{ग})(\text{ख}-\text{घ})}{3} + \frac{(\text{ख}-\text{घ})}{2}\text{ग} + \frac{(\text{क}-\text{ग})\text{घ}}{2} + \text{ग}\cdot\text{घ} \right\} \text{वे, समहरे कृते—}$$

$$= \frac{(2\text{कख}+2\text{गघ}-2\text{कघ}-2\text{खग}}{6}$$

$$\frac{+3\text{खग}-3\text{गघ}+3\text{कघ}-3\text{गघ}+6\text{गघ})\text{वे}}{6}।$$

$$= \frac{(2\text{कख}+2\text{गघ}+\text{कघ}+\text{खग})}{6}\text{वे}$$

$$= \frac{(\text{कख}+\text{गघ}+\text{कख}+\text{गघ}+\text{कघ}+\text{खग})\text{वे}}{6}$$

$$= \frac{\{\text{कख}+\text{गघ}+(\text{क}+\text{ग})(\text{ख}+\text{घ})\}\text{वे}}{6}$$

$$= \frac{(\text{मुफ}+\text{तफ}+\text{योफ})\text{वे}}{6}$$

अत उक्तम् मुखज तलजेति।

वेधस्य यदीष्टपदतुल्यो विभागः क्रियते, तदा चेत्रमपि तावतिषु खण्डेषु विभक्तम्। वेधस्य यावन्तोविभागा=प।

प्रतिक्षेत्रे वेधः=ल । वे=प·ल । $वे^{२}=प^{२}·ल^{२}$ प्रथमक्षेत्रे घनफलम्=$\frac{मुफ·ल}{प·^{२}ल^{२}}$ । द्वितीये $\frac{मुफ·^{२}ल}{प·^{२}ल^{२}}$ ...... सर्व्व-योगेतु $\frac{मुफ\times ल}{प·^{२}ल^{२}}\times ल^{२}$ $(१+२^{२}+३^{२}+\cdots प^{२})$ एकादि संख्या वर्गयोग नियमे $\frac{प(प+१)(२प+१)}{६}$ अत्र यदि प=अनन्तसंख्या कल्प्यते तदा १ इत्यस्य परित्यागेऽपि न क्षतिः तथाकृते, वर्गयोगः=$\frac{प^{३}}{३}$ । अतः सर्व्वक्षेत्रफलम्=$\frac{मुफ\times ल}{प·^{२}ल^{२}}$ $\times ल^{२}\times\frac{प^{३}}{३}=\frac{मुफ·ल·प}{३}$ । ल$\times$प=वे ।

$\therefore\frac{मुफ·वे}{३}$ अत उक्तं समखात फलत्र्यंश इति ।

उदाहरणम् ।

मुखे दश द्वादश हस्त तुल्यं
विस्तार दैर्घ्यं तु तले तदर्द्धम् ।
यस्याः सखे सप्तकरश्च वेधः
का खातसंख्या वद तत्र वाप्याम् ॥

अत्रोदाहरणमुपजात्याह मुखे दशेति । हे सखे ! यस्याः वाप्याः मुखे ऊर्द्धप्रदेशे क्रमेण दश-द्वादश-हस्त-तुल्यं

विस्तारदैर्घ्यं विस्तारः दश-हस्त-तुल्यः दैर्घ्यं च द्वादश-हस्त-तुल्यमित्यर्थः। तले तु तदर्द्धं विस्तारदैर्घ्यं पञ्चतुल्यो विस्तारः षट्तुल्यं दैर्घ्यं। वेधश्च समकरः सप्तहस्त, तत्र वाप्यां का खात संख्या खाते घनफलमिति वद।

न्यासः। मुखजं चेत्रफलम् १२०। तलजम् ३०। तद्युतिजम् २७०। एषामैक्यम् ४२० षड्भि ६ र्हृतं जातं समफलम् ७०। वेध ७। हतं जातं खातफलं घनहस्ताः ४९०।

द्वितीयोदाहरणम्।

खातेऽथ तिग्मकर तुल्य चतुर्भुजे च
किं स्यात् फलं नवमितः किल यत्र वेधः।
वृत्ते तथैव दश विस्तृति पञ्चवेधे
सूचीफलं वद तयोश्च पृथक् पृथङ्मे॥

समचतुर्भुजखातस्य समवर्त्तुल खातस्य तयोः सूच्याकार खातस्य च फलोदाहरणानि वसन्ततिलकेनाह खात इति। अथ यत्र किल तिग्मकर १२ तुल्य चतुर्भुजे खाते नवमितः वेधः, तत्र फलं घनफलं किं स्यात्? तथा एव दश-विस्तृति पञ्चवेधे-यस्य विस्तृतिः दश, वेधश्च पञ्च, एवंविधे वृत्ताकार-

खाते फलं किं स्यात्? तयोः समचतुर्भुज-वर्त्तुलाकार-खातयोः सूचीफलं च पृथक् पृथग् मे वद।

न्यासः। जातं खातफलं घनहस्ताः १२९६।
सूचीफलम् ४३२।

द्वितीयस्य न्यासः। वृत्तव्यासः १०। पञ्चवेधेऽत्र सूक्ष्मफलम् $\frac{३९२७}{१०}$ सूचीफलम् $\frac{१३०९}{१०}$। स्थूलं फलं वा $\frac{२७५०}{७}$। सूचीफलं स्थूलं वा $\frac{२७५०}{२१}$।

इति खातव्यवहारः।

अत्र विशेषाः।

यदि गोलो द्वाभ्यां समान्तरसमतलाभ्यां छिन्नो भवेत्तर्हि गोलस्य खण्डत्रयं स्यात्। तत्र मध्यखण्डं कटिबन्ध-सदृशं क्षेत्रम्, प्रान्तखण्डद्वयं प्रत्येकं वर्त्तुलखण्डं नाम। तत्र कटिबन्धसदृशक्षेत्रस्य फलसाधने ऊर्द्धतनव्यासार्द्धवर्गाऽधस्तनव्यासार्द्धवर्गयो र्योगस्त्रिभिर्हतः लम्बस्य (ऊर्द्धतन व्यासादधस्तन व्यासोपरि पातितलम्बस्य) वर्गेण सहितः लम्बेन, $\frac{२२}{७}$ इत्यनेन च गुणितः षड्भिर्भक्तस्तत्र घनफलं भवेत्।

वर्त्तुल खण्डस्य भूमि व्यासार्द्धस्य वर्गस्त्रिगुणो लम्बवर्गयुत. लम्बेन $\frac{२२}{७}$ इत्यनेन च गुणितः षड्विभक्तो वर्त्तुलखण्डस्य च गुणितःघनफलं स्यात्।

गोलस्य बहिर्व्यासा दानीत घनफलादन्तर्गतव्यासनिर्णीत-घनफलं वियुज्य काष्ठाद्यावरणस्य घनफलं लभ्यते।

भूमिवपरिस्थितस्य स्तम्भस्य घनफलसाधने भूमिः क्षेत्रफलं स्तस्यस्योन्नत्या गुणितं स्तम्भस्य घनफलं भवेत्।

चितौ करणसूत्रं सार्द्धवृत्तम्।

उच्छ्रयेण गुणितं चितेरपि
क्षेत्रसम्भवफलं घनं भवेत्।
इष्टकाघनहृते घने चिते-
रिष्टका परिमितिश्च लभ्यते ॥५२॥
इष्टकोच्छ्रयहृदुच्छ्रिति स्थितेः
स्यु स्तराश्च दृषदां चितेरपि।

इष्टकादीनां चयनं रचनं चितिः चतुःकोण राशि-रित्यर्थः। सवेष्ठकादीनां संख्याः स्तरसंख्याश्च साद्धं रथो-द्धतयाह उच्छ्रयेनेति। चितेरपि यथाखाते क्षेत्रफलं वेधगुण घनफलं स्यात्, तथा चितेरपि क्षेत्रसम्भवफलं उच्छ्रयेण औच्चेन गुणितं घनं घनफलं भवेत्। चितेः घने घनफले इष्टका-घनंहृते इष्टकाया घनफलेन भक्ते सति इष्टकापरिमितिः परिमाणं च लभ्यते। चितेः उच्छ्रितिः च

इष्टकोच्छ्रयहृत् स्तराः स्युः । एवं दृषदां चितेः अपि स्तराः दृषत् परिमाणानि च निर्णेयानि ।

अत्रोपपत्तिः ।

इष्टका घनफलेन यदि एका इष्टका तदा चितेर्घनफलेन किं फलमिष्टका संख्या । पुनर्यदीष्टकोच्छ्रयेण एकः स्तरस्तदा चिते रुच्छ्रयेण के ? फलं स्तरसंख्याः ।

उदाहरणम् ।

अष्टादशाङ्गुलं दैर्घ्यं विस्तारो द्वादशाङ्गुलः ।
उच्छ्रितिस्त्र्यङ्गुला यासा मिष्टका स्ता श्चितौ किल ॥

यद्विस्तृतिः पञ्चकराऽष्टहस्तं
दैर्घ्यं च यस्यां त्रिकरोच्छ्रितिश्च ।
तस्यां चितौ किं फल मिष्टकानां
सं ख्याच का ब्रूहि कति स्तराश्च ॥

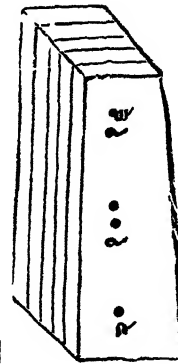
अत्रोदाहरणमनुष्टुबिन्द्रवज्राभ्यामाह अष्टादशेति । यासां इष्टकानां दैर्घ्यं प्रत्येकगतं दैर्घ्यं अष्टादशांङ्गुलं, विस्तारः द्वादशाङ्गुलः, उच्छ्रितिः उच्चता त्र्यङ्गुला, एवम्भूताः ता इष्टकाः किल चितौ सन्ति । कस्यां चितावित्यत आह

यद्विस्तृतिरिति। यस्याः चितेः विस्तृतिः पञ्चकरा, दैर्घ्यं च अष्टहस्तं, यस्यां उच्छ्रितिः च त्रिकरा, तस्यां चितौ किं फलं, इष्टकानां संख्या च का? कति स्तराश्च इति ब्रूहि।

न्यासः। इष्टकाया घनहस्तमानम् $\frac{3}{64}$। चितौ घनहस्ताः १२०। लब्धा इष्टकासंख्या २५६०। स्तरसंख्याः २४। एवं पाषाणचितावपि।

इति चितिव्यवहारः।

क्रकचव्यवहारे करणसूत्रं वृत्तम्।

पिण्डयोगदलमग्रमूलयो
दैर्घ्यं संगुणित मङ्गुलात्मकम् ॥५३॥
दारुदारणपथैः समाहतं
षट्स्वरेषु ५७६ विहृतं कलात्मकम्।

क्रकचः करपत्रमित्यमरः करात् इतिभाषा। तस्य व्यवहारः काष्ठादि-विदारणम्। विदारकस्य वेतन-निश्चयार्थं तत्र गणितं रथोद्धतोत्तरार्द्धाऽन्यरथोद्धता-पूर्व्वार्द्धाभ्यामाह

पिण्डयोगेति। काष्ठस्य अग्रमूलयोः पिण्डयोगदलं पिण्डयोः गोलयोः योगार्द्धं, दैर्घ्यसंगुणितं, एकस्य दारण-मार्गस्य अङ्गुलात्मकं फलं भवति। तत् षट्स्वरेषु ५७६ विहृतं सत् करात्मकं फलं स्यात्।

अत्रोपपत्तिः।

पिण्डयोगदलं पिण्डस्य समभितिः। सा चतुर्विंशत्या हृता एकस्य दारणस्य करात्मको विस्तारः। अयं करात्मकेन दैर्घ्येण गुणितः एकस्य दारणमार्गस्य करात्मकं फलम्।

$\frac{\text{दै}}{२४}$ = करात्मकदैर्घ्यम्। $\frac{\text{वि}}{२४}$ = करात्मकविस्तारः।

$\therefore \frac{\text{दै}}{२४} \times \frac{\text{वि}}{२४} = \frac{\text{दै} \times \text{वि}}{५७६}$ एकस्य फलं, तदिष्टदारण-मार्गैः गुणितं करात्मकं फलम् स्यात्।

उदाहरणम्।

मूले नखाङ्गुलमितोऽथ नृपाङ्गुलोऽग्रे
पिण्डः शताङ्गुलमितं किल यस्य दैर्घ्यम्।
तद्दारुदारणपथेषु चतुर्षु किं स्या
द्धस्तात्मकं वद सखे गणितं द्रुतं मे॥

अत्रोदाहरणं वसन्ततिलकेनाह मूले नखाङ्गुलेति। यस्य काष्ठस्य पिण्डः स्थूलता मूले मूलदेशे नखाङ्गुल-मितः

विंशत्यङ्गुल-परिमितः, अग्रे अग्रदेशे पिण्डः नृपाङ्गुलः षोड़शाङ्गुलः, दैर्घ्यं शताङ्गुलं। तत्-काष्ठं चतुर्षु दारु-दारणपथेषु काष्ठविदारण-मार्गेषु विभक्तं, तत्र चतुर्षु दारुदारणपथेषु हस्तात्मकं गणितं किं स्यादिति हे सखे! द्रुतं मे वद।

न्यासः। पिण्डयोगदलं १८। दैर्घ्येण १०० संगुणितं १८००। दारुदारण पथै ४ गुणितं ७२००। षट्स्वरेषु ५७६ विहृतं जातं करात्मकं गणितम् $\frac{२५}{२}$।

क्रकचान्तरे करणसूत्रं सार्द्धवृत्तम्।

छिद्यते तु यदि तिर्य्यगुक्तवत्
पिण्डविस्तृतिहतेः फलं तदा ॥५४॥
इष्टकाचिति दृषच्चिति खात
क्राकच व्यवहृतौ खलु मूल्यम्।
कर्म्मकारजनसंप्रतिपत्त्या
तन्मृदुत्व कठिनत्व वशेन ॥५५॥

तिर्य्यग्दारणविषये क्रकचान्तरे गणिते कर्म्मकार-जनस्य मूल्यं च रथोद्धतोत्तरार्द्ध-स्वागता छन्दोभ्यामाह छिद्यत-

इति । यदि तु काष्ठं तिर्य्यक् छिद्यते तदा उक्तावत् पिण्ड विस्तृति हतेः फलं भवति । तथाहि अङ्गुलात्मकं पिण्ड-योगदल मङ्गुलात्मक-विस्तृत्या गुणितं दारु-दारण-पथैः समाहतं षट्स्वरेषु ५७६ विहृतं करात्मकं गणितं स्यात् । सर्व्वपथेषु तुल्य विस्तारे एवं भवति । विषम विस्तारेतु पृथक् फलानि निश्चित्यैकीकृत्य च गणितं स्यादिति । अत्रोपपत्तिरपि पूर्व्ववदेव । मूल्ये तु इष्टका-चितिः, दृषदां पाषाणानां चितिः, खात-क्राकचयोः व्यवहृतौ विषये तेषां काष्ठादीनां मृदुल-कठिनत्व-वशेन कर्म्मकारजनस्य काष्ठादि-दारकस्य संप्रतिपत्त्या संमतेन खलु मूल्यं भवेत् ।

उदाहरणम् ।

यद्विस्तृतिर्दन्तमिताङ्गुलानि
पिण्डस्तथा षोड़श यत्र काष्ठे ।
छेदेषु तिर्य्यङ्नवसु प्रचक्ष्व
किं स्यात् फलं तत्र करात्मकं मे ॥ २३

तिर्य्यग्दारणोदाहरण मिन्द्रवज्रयाह यद्विस्तृतिरिति । यद्विस्तृतिः यत्र काष्ठे विस्तृतिः दन्त ३२ मिताङ्गुलानि, तथा यत्र काष्ठे पिण्डः षोड़श, षोड़शाङ्गुलानि, तत्र तिर्य्यक् छेदेषु दारणपथेषु नवसु करात्मकं फलं किं स्यादिति मे प्रचक्ष्व वद ।

न्यासः। विस्तारः ३२। पिण्डः १६।

मार्गाः ६। जातं फलं हस्ताः ८।

इति क्रकच व्यवहारः।

राशि व्यवहारे करणसूत्रं वृत्तम्।

अनुणुषु दशमांशोऽणुष्वथैकादशांशः

परिधिनवमभागः शूकधान्येषु वेधः।

भवति परिधिषष्ठे वर्गिते वेध निघ्ने

घनगणित कराः स्यु र्मागधा स्ताश्च खार्य्यः॥५६॥

घनफलोपयोगित्वेनात्र राशिव्यवहारं मालिन्याह अनुणुष्विति। अनुणुषु स्थुलधान्यादिषु दशमांशः परिधे र्दशमभागः वेधः। अथ अणुषु तिलसर्षपादिषु परिधेः एकादशांशः वेधः। शुकधान्येषु परिधिनवमभागः वेधः स्यात्। परिधिषष्ठे वर्गिते परिधेः षड्भागस्य वर्गे वेध-निघ्ने घनगणित-कराः स्युः। ता एव मागधाः मगध-देश-प्रचलिताः खार्य्यः भवन्ति।

अत्रोपपत्तिः ।

स्थूलत्वादि-भेदेन धान्यानां परिधेः दशमांशादि-वेधः प्रत्यक्ष-सिद्धः । क्षेत्रफलं वेधगुणं घनफलं स्यात् ।

क्षेत्रफलम् $= \frac{\text{व्या} \times \text{प}}{४}$ । अत्र व्या $= \frac{\text{प}}{३}$ स्थूलत्वेन स्वीकृतम् ।

$\therefore$ क्षेफ $= \frac{\text{प}^{२}}{१२}$ । समखात फल त्र्यंशः सूचीखात फलम् ।

$\therefore$ क्षेफ $= \frac{\text{प}^{२}}{३६} = \left(\frac{\text{प}}{६}\right)^{२}$ ।

$\therefore$ घनफलम् $= \left(\frac{\text{प}}{६}\right)^{२} \times$ वेधः ।

अत उक्तं परिधिषष्ठ इत्यादि ।

उदाहरणम् ।

समभुवि किल राशिर्यः स्थितः स्थूलधान्यः
परिधिपरिमितिर्भो हस्तषष्टिर्यदीया ।
प्रवद गणक खार्य्यः किं मिताः सन्ति तस्मि-
न्नथ पृथगणुधान्ये शूकधान्ये च शीघ्रम् ॥

स्थूलाणुशूकधान्येषु दाहरणानि मालिन्याह समभुवीति । भो गणक ! यः स्थूलधान्यः स्थूलानि धान्यानि यस्मिन्

एवम्भूतः राशिः धान्यराशिः किल समभुवि स्थितः । यदीया परिधि-परिमितिः परिधेः परिमाणं हस्तषष्टिः ; तस्मिन् किं मिताः खार्य्यः सन्तीति शीघ्रं प्रवद । अथ तस्मिन् राशौ अणुधान्ये शुकधान्ये च पृथक् खार्य्यः किंमिताः सन्तीति प्रवद ।

न्यासः । स्थूलधान्यराशिपरिधिः ६० वेधः ६ । लब्धाः खार्य्यः ६०० । अथाणु-धान्यराशिपरिधिः ६० वेधः ६०/११ । जातं फलम् ५४५ ५/११ । अथ शुकधान्यराशि परिधिः ६० वेधः २०/३ । लब्धाः खार्य्यः ६६६ २/३ ।

अथ भित्त्यन्तर्बाह्यकोणसंलग्न राशि प्रमाणा-नयने करणसूत्रं वृत्तम् ।

द्विवेद सत्रिभागैक निघ्नात् तु परिधेः फलम् ।
भित्त्यन्तर्बाह्यकोणस्थराशेः स्वगुण भाजितम् ॥५७॥

अथ भित्ति-संलग्न-राशौ, भित्तेरन्तःकोणस्थित राशौ, बहिः कोणस्थितराशौ च धान्यपरिमाणमनुष्टुभाह द्विवेदेति । भित्त्यन्त-र्बाह्य-कोणराशेः परिधेः क्रमेण द्वि, वेद, सत्रिभागैकनिघ्नाद् भित्तिलग्नपरिधेः द्वाभ्यां गुणिताद्,

अन्तःकोण-परिधेः चतुर्भिर्गुणिताद्, बाह्यकोण-परिधेः त्रिलव चतुर्भिश्च ४/३ गुणिताद् फलं पूर्व्वोक्त परिधिषष्ठे वर्गित इत्यादिना यत फलं, तत् स्व-गुणभाजितं, क्रमेण द्वाभ्यां, चतुर्भिः, त्रिलवचतुर्भिश्च भाजितात् फलं घनफलं भवति।

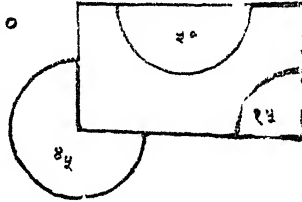
अत्रोपपत्तिः।

भित्तिसंलग्नराशेः, अन्तःकोणराशेः, बहिःकोणराशेश्च परिधयः पृथक् पृथक् क्रमेण २। ४। ४/३ गुणिताः सर्व्वत्र समं वर्त्तुलपरिधिमानं स्यात्। तस्मात् साधितं फलं, वर्त्तुलपरिधेः फलं। भित्तिलग्ने राशौ तदर्द्धं धान्यं अत द्वाभ्यां विभज्यम्। एवं भित्त्योरन्तः कोणराशौ पादमितं धान्यं अतः चतुर्भिर्भागः। बहिःकोणस्थ-राशौ पादोनं धान्यं अतः सपादैकेन ५/४ भजनं, यतः छेदं नवश्च परिवर्त्त्यंति नियमेन ४/३ अनेन भजन एव पादोनं मानं स्यात्। अत उक्तं द्विवेदेति।

उदाहरणम्।

परिधिर्भित्तिलग्नस्य राशेस्त्रिंशत् करः किल।
अन्तःकोण स्थितस्यापि तिथितुल्य करः सखे॥
बहिःकोण स्थितस्याऽपि पञ्चघ्ननवसंमितः।
तेषा माचक्ष्व मे क्षिप्रं घनहस्तान् पृथक् पृथक्॥

अत्रोदाहरणान्यनुष्टुब्द्वयेनाह परिधिरिति। भो सखे! भित्तिलग्नस्य राशेः परिधिः किल त्रिंशत्करः। अन्तः-कोण-स्थितस्य परिधिः अपि तिथितुल्यकरः पञ्चदश-हस्ततुल्यः। बहिःकोण स्थितस्य धान्यराशेः परिधिः अपि पञ्चघ्ननव संमितः पञ्चचत्वारिंशता तुल्यः अस्ति। तेषां धान्य-राशीनां घनहस्तान् मे पृथक् पृथक् क्षिप्रं शीघ्रं आचक्ष्व वद।

न्यासः। अत्राद्यस्य परिधि ३० द्विनिघ्नः ६०। अन्यस्य १५ चतुर्घ्नः ६०। तदितरस्य ४५ सत्रिभागैक $\frac{४}{३}$ निघ्नः ६०। एभ्यः फलं तुल्यमेव ६००। एतत् स्वगुणेन भक्तं जातं पृथक् पृथक् फलम् ३००। १५०। ४५०।

अणुधान्यराशि फलानि २७२$\frac{८}{११}$। १३६$\frac{४}{११}$। ४०९$\frac{१}{११}$। शूकधान्यराशि फलानि ३३३$\frac{१}{३}$। १६६$\frac{२}{३}$। ५००। इति राशिव्यवहार।

छायाव्यवहारे करणसूत्रम्।

छाययोः कर्णयोरन्तरे ये तयो
र्वर्गविश्लेषभक्ता रसाद्रीषवः।
सैकलब्धेः पदघ्नं तु कर्णान्तरं
भान्तरेणोनयुक्तं दले स्तः प्रभे॥५८॥

अत्रोपपत्तिः।

द्वादशाङ्गुल-शङ्कुः कोटिः, छाया भुजः, कर्णः कर्णः, इदं समकोण-त्रिभुजं। तादृशेवापरपार्श्वेऽपरच्छाया भुजः, अपर-छायाकर्णः कर्णः, कोटिः सैव द्वादशमिता। त्रिभुजद्वये-नैकं वृहत् त्रिभुजं भवेत्। अत्र छायाद्वयं हि आबाधाद्वयं, कर्णौ तु भुजौ, आबाधयो रैक्यं भूमिः, तत्प्रमाणं भू इति कल्पितम्। अत्र हि छायान्तरतुल्यं आबाधान्तरं, कर्णान्तरतुल्यं च भुजान्तरम्। अत्र छायान्तरम् छ, कर्णान्तरम् क इति कल्पितम्। ततः संक्रमण-गणितेन

$$\text{लघ्वाबाधा} = \frac{\text{भू}}{२} - \frac{\text{छ}}{२}। \quad \text{वृहदाबाधा} = \frac{\text{भू}}{२} + \frac{\text{छ}}{२}।$$

त्रिभुजे भुजयोर्योग इत्यस्योपपत्ति प्रदर्शने पूर्वं प्रतिपादितं भुजयोर्वर्गान्तरं आबाधयोर्वर्गान्तरतुल्यमिति।
वर्गान्तर योगान्तर-घात समम्—

$\because$ आबाधावर्गान्तरम् = भू × छ = कर्णयोर्वर्गान्तरम् ।

$\therefore$ कर्णयो र्वैक्यम् $= \frac{\text{भू} \times \text{छ}}{\text{क}}$ ।

$$\text{लभु} = \frac{\frac{\text{भू} \times \text{छ}}{\text{क}} - \frac{\text{क}}{१}}{२} = \frac{\text{भू} \times \text{छ} - \text{क}^{२}}{२\,\text{क}} \text{ ।}$$

एवं हभु $= \frac{\text{भू} \times \text{छ} + \text{क}^{२}}{२\text{क}}$ । लघ्वाबाधावर्गो द्वादशाङ्गुलशङ्कुवर्गयुतो लघुभुजवर्गसमः ।

$$\therefore \left(\frac{\text{भू}}{२} - \frac{\text{छ}}{२}\right)^{२} + १२^{२} = \left(\frac{\text{भू} \times \text{छ} - \text{क}^{२}}{२\text{क}}\right)^{२}$$

$$= \frac{\text{भू}^{२}}{४} - \frac{\text{भू} \times \text{छ}}{२} + \frac{\text{छ}^{२}}{४} + १४४$$

$$= \frac{\text{भू}^{२} \times \text{छ}^{२} - २\text{भू}\cdot\text{छ}\cdot\text{क}^{२} + \text{क}^{४}}{४\text{क}^{२}} \text{ ।}$$

$$= \frac{\text{भू}^{२} - २\text{भू} \times \text{छ} + \text{छ}^{२} + ४ \times १४४}{४}$$

$$= \frac{\text{भू}^{२} \times \text{छ}^{२} - २\text{भू}\cdot\text{छ}\cdot\text{क}^{२} + \text{क}^{४}}{४\text{क}^{२}} \text{ ।}$$

$$\text{भू}^{२}\cdot\text{क}^{२} - २\text{भू}\cdot\text{छ}\cdot\text{क}^{२} + \text{छ}^{२}\cdot\text{क}^{२} + ५७६\cdot\text{क}^{२}$$

$$= \text{भू}^{२}\cdot\text{छ}^{२} - २\text{भू}\cdot\text{छ}\cdot\text{क}^{२} + \text{क}^{४} \text{ ।}$$

$$= \text{छ}^{२}\cdot\text{क}^{२} - \text{क}^{४} + ५७६\cdot\text{क}^{२} = \text{भू}^{२}\cdot\text{छ}^{२} - \text{भू}^{२}\cdot\text{क}^{२} \text{ ।}$$

$$\text{क}^{२}(\text{छ}^{२} - \text{क}^{२}) + ५७६ \times \text{क}^{२} = \text{भू}^{२}(\text{छ}^{२} - \text{क}^{२}) \text{ ।}$$

$$\text{क}^2 + \frac{५७६ \times \text{क}^2}{\text{छ}^2 - \text{क}^2} = \text{भू}^2 ।$$

$$= \left\{ १ + \frac{५७६}{(\text{छ}^2 - \text{क}^2)} \right\} \text{क}^2 = \text{भू}^2$$

$$= \sqrt{\left\{ १ + \frac{५७६}{(\text{छ}^2 - \text{क}^2)} \right\}} \text{क} = \text{भू} ।$$

अत उक्तम् छाययोः कर्णयो रित्यादि ।

उदाहरणम् ।

नन्दचन्द्रैर्मितं छाययोरन्तरं
कर्णयोश्चान्तरं विश्वतुल्यं ययोः ।
ते प्रभे वक्ति यो युक्तिमान् वेत्त्यसौ
व्यक्तमव्यक्तयुक्तं हि मन्येऽखिलम् ॥

अत्रोदाहरणं स्रग्विण्याह नन्दचन्द्रै रिति । नन्दचन्द्र-मितं ऊनविंशत्या तुल्यं ययोः छाययोः अन्तरं कर्णयोः च अन्तरं विश्वतुल्यं त्रयोदशमितम् । ते प्रभे, छायाद्वयं यः हि युक्तिमान् गणकः वेत्ति, असौ अखिलं अव्यक्तयुक्तं व्यक्तं अव्यक्तगणितं व्यक्तगणितञ्च वेत्तीति मन्येऽहमिति शेषः ।

न्यासः। छायान्तरम् १९। कर्णान्तरम् १३। अनयो र्वर्गान्तरेणानेन १९२ भक्ता रसाद्रीषवः ५७६। लब्धम् ३। सैकस्यास्य ४। मूलेन २ गुणितं कर्णान्तरम् २६। द्विष्ठम् २६। भान्तरेण १९। ऊन ७। युतं ४५। तदर्द्धे लब्धे छाये $\frac{7}{2}$। $\frac{45}{2}$। अतः कर्णौ $\frac{25}{2}$। $\frac{51}{2}$।

प्रकारान्तरेण छायाज्ञानार्थं सूत्रं वृत्तार्द्धम्

शङ्कुः प्रदीपतल शङ्कुतलान्तरघ्न
श्छाया भवेद् विनर दीप शिखौच्च भक्तः।

दीपौच्चे ज्ञाते प्रदीपतल-शङ्कुतलान्तर्वर्त्ति-भूमिज्ञाने च छायाज्ञानं वसन्ततिलकपूर्व्वार्द्धेनाह शङ्कुरिति। प्रदीपतल-शङ्कु-तलाऽन्तरघ्नः शङ्कुः विनर-दीप-शिखौच्च-भक्तः दीपशिखौच्च-शङ्क्वो रन्तरेण भक्तः छाया भवेत्।

अत्रोपपत्तिः।

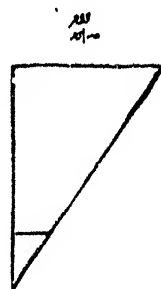
शङ्कुहीन-प्रदीपौच्चं कोटिः, शङ्कुप्रदीपाऽन्तरभू-तुल्यं भुजः, शङ्कु-प्रदीपाग्र-संयुक्त सूत्रं कर्णः, इदं समकोणि त्रिभुजम्। तथैव शङ्कुः कोटिः, छाया भुज, छायाकर्णः कर्णः, इदमपि समकोणित्रिभुजम्। त्रिभुजद्वयं सजातीयम्। अतोऽनुपातः

यदि त्रि-नर-दीप-शिखौ च तुल्यया कोट्या शङ्कुप्रदीपान्तर-भूमितो भुजो लभ्यते, तदा शङ्कुमितया कोट्या किमिति फलं छाया ।

अत उक्तं शङ्कुः प्रदीपेति ।

उदाहरणम् ।

शङ्कुप्रदीपाऽन्तरभू स्त्रिहस्ता
दीपोच्छ्रितिः सार्द्धकरत्रया चेत् ।
शङ्को स्तदाऽर्काङ्गुलसंमितस्य
तस्य प्रभा स्यात् कियती वदाशु ॥

अत्रोदाहरणमिन्द्रवज्रयाह शङ्कुप्रदीपान्तरेति । चेद् यदि शङ्कुप्रदीपान्तरभूः त्रिहस्ता हस्त-त्रय-मिता, दीपोच्छ्रितिः दीपोच्चं सार्द्धत्रयमिता स्यात् । तदा अर्काङ्गुल-संमितस्य द्वादशाङ्गुलस्य तस्य शङ्कोः प्रभा छाया कियती स्यादिति आशु वद ।

न्यासः । लब्धानि छायाङ्गुलानि १२ ।

दीपौच्चज्ञानाय सूत्रं वृत्तार्द्धम् ।

छायोद्धृते तु नरदीपतलान्तरघ्ने
शङ्कौ भवेन्नरयुते खलु दीपकौच्चम् ॥५८॥

शङ्कुदीपान्तरज्ञाने छायायां ज्ञातायां च दीपौच्चज्ञानं वसन्ततिलकोत्तरार्द्धेनाह छायेति। शङ्कौ नर-दीपतलान्तरघ्ने शङ्कुतल-प्रदीपतलयोरन्तरेण गुणिते छायाहृते नरयुते शङ्कुयुक्ते च खलु दीपकौच्चं भवेत्। शङ्कुःप्रदीपतलेत्यस्योपपत्ति-वैपरीत्येन अस्योपपत्तिः सुगमा।

उदाहरणम् ।

प्रदीपशङ्क्वन्तर भूस्त्रिहस्ता
छायाऽङ्गुलैः षोड़शभिः समा चेत् ।
दीपोच्छ्रितिः स्यात् कियती वदाशु
प्रदीपशङ्क्वन्तरमुच्यतां मे ॥

अत्रोदाहरणमुपजात्याह प्रदीपेति। प्रदीप-शङ्क्वन्तर-भूः त्रिहस्ता, छाया चेत् षोड़शभिः अङ्गुलैः समा, तदा दीपोच्छ्रितिः कियती स्यादिति आशु वद। यदि दीपोच्छ्रितिः छाया च ज्ञाता, तदा प्रदीपशङ्क्वन्तरं मे उच्यताम् ॥

न्यासः । शङ्कुः १२ । छायाङ्गुलानि १६ । शङ्कुप्रदीपान्तर हस्ताः ३ । लब्धं दीपकौच्चम् हस्ताः २$\frac{३}{४}$ ।

प्रदीपशङ्क्वन्तरज्ञानाय सूत्रं वृत्तार्द्धम्
विशङ्कुदीपोच्छ्रय संगुणा भा
शङ्कूद्धृता दीपनरान्तरं स्यात् ।

छाया-दीपौच्चयोर्ज्ञाने शङ्कु-दीपान्तर-ज्ञानमुपजाति पूर्व्वार्द्धेनाह वि-शङ्कु-दीपोच्छ्रयेति। भा शङ्कुच्छाया वि-शङ्कु-दीपोच्छ्रय संगुणा शङ्कुदीपौच्चयो रन्तरेण गुणिता शङ्कूद्धृता दीप-नरान्तरं प्रदीपशङ्को रन्तरभूमिः स्यात् ।

अत्रोपपत्तिः ।

यदि शङ्कुकोट्या छाया भुजो लभ्यते तदा शङ्कु-दीपौच्चयो रन्तरेण कोट्या किमित्यनुपातेन शङ्कु-प्रदीपान्तर-तुल्य-भूमि र्लभ्यते ।

अत उक्तं विशङ्कुदीपोच्छ्रयेति ।

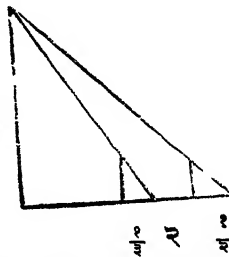
उदाहरणम् ।

पूर्व्वोक्त एव दीपोच्छ्रायः $\frac{११}{४}$ । शङ्क्वङ्गुलानि१२ । छाया १६ । लब्धाः शङ्कुप्रदीपान्तर हस्ताः ३ ।

छाया दीपान्तर दीपौच्चानयनाय सूत्रम् सार्द्ध वृत्तम्।

छायाग्रयो रन्तर संगुणा भा
छाया प्रमाणान्तर हृद् भवेद् भूः ॥६०॥
भूशङ्कुघातः प्रभया विभक्तः
प्रजायते दीप शिखौच्च मेवम्।
त्रैराशिकेनैव यदेतदुक्तं
व्याप्तं स्वभेदैर्हरिणेव विश्वम् ॥६१॥

स्थानद्वये न्यस्तस्य शङ्कोश्छायाद्वये ज्ञाते छायाग्रयो रन्तरे ज्ञाते च शङ्कुप्रदीपतलयोरन्तरज्ञानं दीपौच्चज्ञानं चोपजात्युत्तराऽर्द्धाऽन्योपजातिकाभ्यामाह छायाग्रयोर तरेति। भा अभीष्टैका छाया छायाग्रयोः ६½ अन्तरेण संगुणा छाया-प्रमाणा-ऽन्तरहृत् छाययो रन्तरेण भक्ता

सती भूः छायाग्र-दीपतलयो रन्तर्गत भूमिः भवेत्। भू शङ्कु-घातः प्रभया शङ्कुच्छायया विभक्तः दीपशिखौच्चम् जायते। एवं यद् एतद् उक्तं तत् सर्व्वं हरिणा स्वभेदैः

व्याप्तं विश्वं इव, पञ्चराशिकादिभिः स्वभेदैः त्रैराशिकेन एव व्याप्तम् । दृश्यते । अत्रोपपत्तिः स्वयं भास्करेणैव प्रकटिता ।

उदाहरणम् ।

शङ्कोर्भार्कमिताङ्गुलस्य सुमते दृष्टा किलाष्टाङ्गुला
छायाग्राभिमुखे करद्वयमिते न्यस्तस्य देशे पुनः ।
तस्यैवार्कमिताङ्गुला यदि तदा शङ्कुप्रदीपान्तरं
दीपौच्चं च कियद्वद व्यवहृतिं छायाऽभिधां वेत्सि चेत्॥

अत्रोदाहरणं शार्दूलविक्रीडितेनाह शङ्कोरिति । भो सुमते ! अर्कमिताङ्गुलस्य द्वादशाङ्गुलस्य शङ्कोः छाया किल अष्टाङ्गुला दृष्टा । ततः पुनः छायाग्राभिमुखे करद्वयमिते हस्तद्वयान्तरिते देशे न्यस्तस्य स्थापितस्य तस्यैव शङ्कोः छाया अर्कमिताङ्गुला द्वादशाङ्गुला दृष्टा, त्वं चेत् छायाऽभिधां व्यवहृतिं छाया-व्यवहारं वेत्सि, तदा शङ्कु-प्रदीपान्तरं दीपौच्चं च कियत् स्यादिति वद ।

न्यासः । अत्र छायाऽग्रयो रन्तर मङ्गुलात्मकम् ५२ । छाये च ८।५२ अनयोराद्या ८ । इयमनेन ५२ । गुणिता ४१६ । छाया प्रमाणा-

ऽन्तरेण ४ भक्ता लब्धं भूमानम् १०४। इदं छायाग्रदीपतलयो रन्तर मित्यर्थः।

एवं द्वितीय छायाग्राऽन्तर भूमानम् १५६। भू शङ्कु घातः प्रभया विभक्त इति जातमुभयतोऽपि दीपौच्चं सममेव हस्ताः ६१/२।

एव मिति। यथाऽत्र छायाव्यवहारे त्रैराशिक कल्पनयानयनम्। तद् यथा। प्रथमछायातो द्वितीया छाया यावताधिका तावता छायाऽवयवेन यदि छायाग्रान्तर तुल्या भूर्लभ्यते तदा छायया किमिति। एवं पृथक् पृथक् छायाग्रदीपतलान्तरप्रमाणं लभ्यते। ततो द्वितीयं त्रैराशिकम्। यदि छायातुल्ये भुजे शङ्कुः कोटिस्तदा भुतुल्ये भुजे किमिति लब्धं दीपौच्च मुभयतोऽपि तुल्यमेव। एवं पञ्च राशिकादिक मखिलं द्विस्वादि त्रैराशिक कल्पनयैव सिद्धम्।

यथा भगवता भक्तजन मनः क्लेशापहारिणा हरिणा निखिलंजगज्जननैकबीजेन सकल भुवन-

भवन गिरिसरिदसुरसुर नर नगरादिभिः स्वभे-
दैरिदं जगद् व्याप्तं तथेदमखिलं गणितजातं
त्रैराशिकेन व्याप्तम् ।

यद्येवं तद्बहुभिर्बहु किमर्थं मुक्त मित्याशङ्क्याह ।

यत् किञ्चिद् गुण भागहार-
विधिना बीजेऽत्र वा गण्यते,
तत् त्रैराशिक मेव निर्म्मल-
धिया मेवावगम्यं विदाम् ।
एतद् यद् बहुधाऽस्मदादि-
जड़धी धीवृद्धिबुद्ध्या बुधै
स्तद् भेदान् सुगमान् विधाय
रचितं प्राज्ञैः प्रकीर्णादिकम् ॥ ६२ ॥

यदि त्रैराशिकमेवमूलं तर्हि त्रैराशिक मेव वक्तव्यं किमन्येनेत्याशङ्कामपनोदनाय शार्दूलविक्रीड़ितेनाह यत् किञ्चिदिति । बीजे बीजगणिते अत्र पाटीगणिते वा गुण-भागहार-विधिना यत् किञ्चिद् गण्यते तत् सर्व्वं त्रैराशिक मेव, अतस्तत् निर्म्मलधियां सूक्ष्म बुद्धीनां विदां मादृशां एव अवगम्यम् । एतद् यद् बहुधा प्रकीर्णादिकं दृश्यते, तद्

प्राज्ञैः बुधैः अस्मदादिजड़धी-धी-वृद्धि-बुद्धया अस्मदादीनां जड़धीयां एतैर्बहुभिः सुगमै भेदैः बुद्धि-वृद्धिर्भविष्यतीति बुद्धया, सुगमान् तद् भेदान् विधाय, पञ्चकोणादिकं रचितम्।

इति लीलावत्यां छाया व्यवहारः।

कुट्टके करण सूत्रम् वृत्त पञ्चकम्।

भाज्यो हारः क्षेपकश्चापवर्त्त्यः
केनाऽप्यादौ सम्भवे कुट्टकार्थम्।
येन च्छिन्नौ भाज्य हारौ न तेन
क्षेपकश्चेद् दुष्ट मुद्दिष्ट मेव ॥६३॥
परस्परं भाजितयो र्ययो र्यः
शेष स्तयोः स्यादपवर्त्तनं सः।
तेनापवर्त्तेन विभाजितौ यौ
तौ भाज्यहारौ दृढ़संज्ञितौ स्तः ॥६४॥
मिथो भजेत्तौ दृढ़ भाज्य हारौ
यावद् विभाज्ये भवतीह रूपम्।
फलान्यधोऽध स्तदधो निवेश्यः
क्षेप स्तथान्ते खमुपान्तिमेन ॥६५॥

स्वोर्द्धे हतेऽन्त्येन युते तदन्त्यं
त्यजेन्मुहुः स्यादिति राशियुग्मम्।
ऊर्द्धो विभाज्येन दृढ़ेन तष्टः
फलं गुणः स्यादधरो हरेण ॥६६॥
एवं तदैवात्र यदा समा स्ताः
स्युर्लब्धयश्चेद् विषमा स्तदानीम्।
यथागतौ लब्धिगुणौ विशोध्यौ
स्वतक्षणाच्छेषमितौ तु तौ स्तः ॥६७॥

कुट्टकाऽङ्कपाशयोर्बीजगणितान्तर्भूतत्वेऽपि तदनभिज्ञानां सुखार्थमत्र तयो निरूपणेच्छुः सन्नादौ कुट्टक मुपजाति पञ्चकेन निरूपयति भाज्यो हार इति। राशि र्येन गुणकेन गुणित उद्दिष्ट-क्षेपेन युत उद्दिष्ट-हर-भक्तश्च निःशेषो भवति, तस्य गुणकस्य कुट्टक इति संज्ञा पूर्व्वैरभिहिता। आदौ कुट्टकार्थं कुट्टकज्ञानार्थं सम्भवे सति निःशेष-भजन-सम्भवे सति, समेन केन अपि अङ्केन भाज्यः हारः क्षेपकः च अपवर्त्त्यः कार्य्यः। येन भाज्यहारौ छिन्नौ अपवर्त्तितौ तेन क्षेपकः चेद् न छिन्द्यात्, तदा एतद् उद्दिष्टम् दुष्टम् एव हरेण भक्तो निःशेषो न भवतीत्यर्थः। ययोः राश्योः परस्परं भाजितयोः यः शेषः अङ्कः स तयोः अपवर्त्तनं स्यात्। तेन अपवर्त्तन

यो भाज्यहारौ विभाजितौ तौ दृढ़-संज्ञितौ पुनर्नापवर्त्तनीयौ। तेनैव अपवर्त्तितः क्षेपोऽपि दृढ़संज्ञः।

तौ दृढ़भाज्यहारौ मिथः परस्परं तावद् भजेद्, यावद् इह विभाज्ये भाज्य स्थाने रूपमेकं भवति। फलानि परस्परभजनेषु आगतानि फलानि अधः अधः निवेश्यानि। तदधः फलाऽधः क्षेपः दृढ़क्षेपः स्थाप्यः, तत क्षेपाधः खं शून्यं स्थापनीयम्, एवं वल्ली पंक्तिः जायते। तत उपान्तिमेन अन्त्यत्र उपरितनाङ्केन स्वोर्द्ध्वे स्वोर्द्ध्वस्थिते अङ्के हते, अन्त्येन अङ्केन युते सति, तदन्त्यं त्यजेत, एवं मुहुः कार्य्यम्। इति पुनः पुनः एवं कृते सति राशियुग्मं स्यात्। तत ऊर्द्ध्वः राशिः दृढ़ेण विभाज्येन तष्टः अवशेषितः फलं स्यात्। अधरः अधोराशिः दृढ़ेण हरेण तष्टः शेषीकृतः गुणः स्यात्। अत्र कुट्टक विधौ एवं अनेन प्रकारेण आगतौ लब्धिगुणौ तदा एव ग्राह्यौ यदा ताः लब्धयः समाः, द्वे, चतस्रः, षड़ित्यादय स्युः। चेल्लब्धयः विषमाः एका, तिस्रः, पञ्चेत्यादयः स्युः, तदानीम् यथागतौ यौ लब्धिगुणौ तौ स्वतक्षणाद् विशोध्यौ, लब्धिः दृढ़भाज्याद् विशोध्या, गुणश्च दृढ़हारा च्छोध्य इत्यर्थः। शेषमितौ तौ लब्धिगुणौ स्तः।

अत्रोपपत्तिः।

गुणकः=गु। भाज्यः=भा। हारः=हा।

क्षेपः=क्षे। लब्धिः=ल।

$$ल = \frac{भा \times गु \pm चे}{हा} \quad । \quad \therefore \; हा\, ल = भा\text{-}गु \pm चे ।$$

समयोः पक्षयोः समेन गुणने भजने वा समतैव ।

अत उक्तं भाज्यो हारः क्षेपकश्चापवर्त्य इति ।

हा·ल = भा·गु ± चे ।   अत्र "ल" "गु" इति द्वयं निर्णेयम् । भा, हा, चे इति त्रयं ज्ञातम् । तत्र यदि हार-भाज्यौ अपवर्त्येते क्षेपश्च नापवर्त्यते तदा समत्वासम्भवः । अत उक्तं येन च्छिन्नौ भाज्यहाराविल्यादि ।

कल्प्यते भाज्यः = क । भाजकः = ख ।

$\frac{क}{ख}$ । ख) क (ग

घ) ख (च

छ) घ (ज

भाज्यः = भाजकः × लब्धिः + क्षेपः

∴ क = ख·ग + घ ।

ख = घ·च + छ ।

घ = छ × ज + ०

अत्र छ इत्यनेन घ अपवर्त्त्यते

अतः क, ख, इति द्वयमपि अपवर्त्तनीयम् ।

अत उक्तं परस्परं भाजितयोरिति ।

छ इत्यस्मादधिकराशिना "छ" इति नाऽपवर्त्तनीयम्, अतः क, ख इति द्वयमपि नापवर्त्तितव्यम् । अतः छ इति सर्व्वेषां महदपवर्त्तनम् । अत एतेनापवर्त्तने पुनरन्येन नाऽपवर्त्त्येते इति तौ दृढ़ संज्ञौ भाज्यहारौ ।

दृढ़-भाज्यहारौ पुनरल्पेन नापवर्त्तनीयाविति परस्पर-भजने अन्त्ये रूप १ मेव भवितुमर्हति ।

भा·गु ± चे = हा·ल । अत्र पक्षाभ्यां (इष्टाङ्कः × भाज्यः × हारः) इति शोधने ।

भा·गु — इ·भा·हा ± चे = हा·ल — इ·हा·भा ।

= भा (गु — इ·हा) ± चे = हा (ल — इ·भा) ।

गु इत्यत्र स्वोर्द्ध्वे हतेऽन्त्येनेत्यादिनागतो गुणोऽधस्थो राशिः ।

ल इत्यागतलब्धिः अर्द्ध्वस्थराशिः ।

पूर्व्वमुक्तम् भा × गु ± चे = हा·ल ।

∴ (गु – इहा) = गु ।   (ल — इ·भा) = ल ।

अत उक्तम् जष्टौ विभाज्येनेति ।

अत्र इष्टाङ्को हि तक्षणफलम्, अत उभयत्र तुल्यमेव अत उक्तम् समं ग्राह्यं धीमता तक्षणे फलमिति ।

भा·गु ± चे = हा·ल ।   उभयत्र इ·भा·हा इत्यस्य योजने ।

भा (गु + इ·हा) ± चे = हा (ल + इ·भा) ।

यदा विषमा लब्धयस्तदा गुणलब्ध्योः ऋणत्वं जायते । अतो धनर्णयो रन्तरमेव योग इति नियमात्—

∴ भा (इहा — गु) ± हा (इभा – ल) इत्येवं स्यात् ।

अत उक्तं स्वतक्षणाच्छेषमितौ तु तौ स्तः ।

उदाहरणम् ।

एकविंशति युतं शतद्वयम्
यद्‌गुणं गणक पञ्चषष्टि युक् ।
पञ्चवर्ज्जितशतद्वयोद्धृतं
शुद्धि मेति गुणकं वदाशु तम् ॥

अत्रोदाहरणं रथोद्धतयाह एकेति । भो गणक ! एकविंशति युतं शतद्वयं यद्‌गुणं येन गुणितं पञ्चषष्टियुक् पञ्च-वर्ज्जितशतद्वयोद्धृतं पञ्चनवत्यधिकशतेन भक्तं, शुद्धिं एति निःशेषं भवतिः, तं गुणकं आशु वद ।

न्यासः । भाज्यः २२१ । हारः १९५ । क्षेपः ६५ ।

अत्र परस्पर भाजितयोर्भाज्य २२१ । भाजकयोः १९५ । शेषः १३ । अनेन भाज्यहारक्षेपाः अपवर्त्तिता जाताः भाज्य १७ हारः १५ क्षेपः ५ । अनयोर्दृढ़ भाज्यहारयोः परस्पर भक्तयोर्लब्धान्यधोऽधस्तदधः क्षेपः स्तदधः शून्यं निवेश्यमिति न्यस्ते जाता वल्ली

<table>
<tr><td>मिति न्यस्ते जाता वल्ली
हत इत्यादि करणेन जातं
एतौ दृढ़भाज्यहाराभ्यां</td><td>१
७
५
०</td><td>उपान्तिमेन स्वोर्द्ध्वे
राशिद्वयम् ४०/३५ ।
१७ । १५ तष्टौ</td></tr>
</table>

जातौ लब्धिगुणौ ६। ५। इष्टाहत स्व स्वहरेण युक्ते इति वक्ष्यमाण विधिनैताविष्टगुणित-स्वतक्षणयुक्तौ वा लब्धिगुणौ २३। २० द्विकेने-ष्टेन वा ४०।३५ इत्यादि।

कुट्टकान्तरे करण सूत्रं वृत्तम्।

भवति कुट्टविधेर्युति भाज्ययोः
समपवर्त्तितयो रथवा गुणः।
भवति यो युतिभाजकयोः पुनः
स च भवेदपवर्त्तितसंगुणः ॥६८॥

भाज्यहारक्षेपाणां मध्ये द्वाभ्यामपवर्त्तिताभ्यां गुण-लब्धि-साधनं द्रुतविलम्बितेनाह भवतीति। अथवा समपवर्त्तितयोः युति भाज्ययोः अपि कुट्टविधेः पूर्व्वोक्तेन मिथोभजेत्ता वित्यादिना गुणः भवति। समपवर्त्तितयोः युतिभाजकयोः कुट्टविधेः यः गुणः भवति स पुनः अपवर्त्तितसंगुणः अपवर्त्तनाङ्केन गुणितः वास्तव-गुणः स्यात्।

अत्रोपपत्तिः।

भा·गु ± क्षे = हा·ल।

अत्र यदि भाज्यक्षेपौ केनाप्यपवर्त्त्येते तदा हारस्याऽपि तेनापवर्त्तनं कार्य्यम्। यदि हारो नापवर्त्त्यते तर्हि लब्धेरपवर्त्तनमवश्य कर्त्तव्यं यतः पक्षद्वयं तुल्यम्। किन्तु गुणस्याऽविकृतत्वम्। यदि हारक्षेपावपवर्त्तितौ भाज्यो, नापवर्त्त्यते तदाऽऽगत-गुणस्याऽल्पत्वं जातम्, अतः यथागतो गुण स्तेनाङ्केनापवर्त्तितो वास्तवो गुणो भवेत्। लब्धे स्तथाऽविकृतत्वम्।

अत उक्तम् कुट्टविधे र्युति भाज्ययोरित्यादि।

उदाहरणम्।

शतं हतं येन युतं नवत्या
विवर्ज्जितं वा विहृतं त्रिषष्ट्या।
निरग्रकं स्याद्वद मे गुणं तं
स्पष्टं पटीयान् यदि कुट्टकेऽसि॥

अत्रोदाहरणमुपजात्याह शतमिति। यदि त्वं कुट्टके पटीयान् पटुतरः असि तर्हि शतं येनाङ्केन हतं नवत्या युतं नवत्या विवर्ज्जितं वा, त्रिषष्ट्या विहृतं, निरग्रकं स्यात् तं गुणं मे वद।

न्यासः। भाज्यः १०० हारः ६३ क्षेप ९०
जातौ पूर्व्ववल्लब्धिगुणौ ३०।१८।

अथवा भाज्यक्षेपौ दशभिरपवर्त्य भाज्यः १० क्षेपः ६ । परस्पर भजनाल्लब्धानि, क्षेपं, खं चाधोऽधो निवेश्य जाता वल्ली पूर्व्ववल्लब्धो गुणः ४५ । अत्र लब्धिर्न ग्राह्या । यतो लब्धयो विषमा जाताः । अतो गुणः४५ स्वतक्षणादस्मा ६३ द्विशोधितो जातो गुणः स एव १८ । गुणघ्नभाज्ये क्षेप ६० युते हर ६३ भक्ते लब्धिश्च ३० ।

वल्ली
०
६
३
६
०

अथवा हारक्षेपौ नवभिरपवर्त्तितौ भा. १०० क्षे. १० हा. ७ ।

अत्र लब्धि क्षेपाणां वल्ली क्षेपहारापवर्त्तनेन ६ स एव गुणः १८। भाज्यहार क्षेपेभ्यो लब्धो गुणः २। गुणितो जातः लब्धिश्च ३० ।

वल्ली
१४
३
१०
०

अथवा भाज्यक्षेपौ पुनर्हारक्षेपौ चापवर्त्तितौ जातौ भा. १० क्षे. १ हा. ७ । अतः पूर्व्ववद्वल्ली जाता गुणश्च २ । हारक्षेपापवर्त्तनेन ६ गुणितो जातः स एव गुणः १८ । गुणनभजनाभ्यां लब्धिश्च ३० । दृष्टाहतः स्वस्व

वल्ली
१
२
१
०

हरेण युतौ इत्यथवा गुणलब्धी ८१ । १३० ।
अथवा १४४ । २३० । इत्यादि ।

कुट्टकान्तरे करण सूत्रं वृत्तार्द्धम् ।

क्षेपजे तक्षणाच्छुद्धे गुणाप्ती स्तो वियोगजे ।

ऋणक्षेपे गुणलब्धिसाधनार्थं सूत्रमनुष्टुप् पूर्व्वार्द्धेनाह क्षेपज इति । क्षेपजे धनक्षेपजाते गुणाप्ती गुणलब्धी तक्षणाच्छुद्धे स्व-स्व-तक्षणाच्छोधिते वियोगजे ऋणक्षेपे गुणाप्ती स्तः ।

अत्रोपपत्तिः ।

भा·गु+क्षे=हा·ल । पक्षयोः "हा·भा" इत्यस्माच्छोधने भा (हा—गु)—क्षे=हा (भा—ल) ।

∴ भाज्यस्य गुणः=हा – गु । लब्धिः=भा – ल ।

अत उक्तं क्षेपजे तक्षणाच्छुद्ध इत्यादि ।

अत्र पूर्व्वोदाहरणे नवतिक्षेपे यौ लब्धिगुणौ जातौ ३०।१८ एतौ स्वतक्षणाभ्यां १००।६३ । शोधितौ ये शेषे तन्मितौ लब्धिगुणौ नवति-शोधने ज्ञातव्यौ ७०।४५ । एतयोरपि स्वतक्षणं क्षेप इतिवा १७० । १०८ । अथवा २७० । १७१

द्वितीयोदाहरणम्।

यद्गुणा गणक षष्टि रन्विता
वर्ज्जिता च दशभिः षडुत्तरैः।
स्यात् त्रयोदशहृता निरग्रका
तं गुणं कथय मे पृथक् पृथक्॥

अत्रोदाहरण द्वितीयमाह यद्गुणेति। भो गणक! षष्टिः यद्गुणा षडुत्तरैः दशभिः अन्विता वा वर्ज्जिता त्रयोदश-हृता च निरग्रका स्यात् तं गुणं मे पृथक् पृथक् कथय।

न्यासः। भाज्यः ६० हारः १३ क्षेपः १६।

प्राग् वज्जाते गुणाप्ती २।८। अत्र लब्ध्योर्विषमाः अत एते गुणाप्ती स्व तक्षणाभ्यां १३।६० शोधिते जाते ११।५२। एवं षोड़श क्षेपे। एते एव स्व हराभ्यां १३।६०। शोधिते जाते षोड़श-विशुद्धौ २।८।

कुट्टकान्तरे करण सूत्रं सार्द्धवृत्तम्।

गुण लब्ध्योः समं ग्राह्यं धीमता तक्षणे फलम्॥६९॥
हर तष्टे धन क्षेपे गुण लब्धी तु पूर्व्ववत्।
क्षेप तक्षण लाभाढ्या लब्धिः शुद्धौ तु वर्ज्जिता॥७०॥

तत्क्षणे विशेष मनुष्टुबुत्तरार्द्धाऽन्यानुष्टुब्भ्यामाह गुणलब्ध्यो रिति । धीमता गुणलब्ध्योः तत्क्षणे, उद्धौं विभाज्येन दृढ़ेन तष्ट इति तक्षणे क्रियमाणे सति, समं फलं ग्राह्यम् । धनक्षेपे हरतष्टे क्षेपो यदि हरादधिकस्तदा हरेण तष्टे पूर्ववद् गुणलब्धी साध्ये । लब्धिः क्षेपतक्षणलाभाढ्या क्षेपस्य तक्षणफलेन युक्ता कार्य्या । शुद्धौ ऋणक्षेपे तु क्षेपस्य तक्षणफलेन वर्ज्जिता कार्य्या, तर्हि वास्तव लब्धिः भवेत् ।

अत्रोपपत्तिः ।

भा·गु ± क्षे = हा·ल । पक्षाभ्यां इ·भा·हा शोधने भा(गु — इ·हा) + क्षे = हा(ल — इ·भा) ।

अत्र इष्टस्य नाम तक्षणफलं पां भयत्र समं व कार्य्या । यतः पक्षौ समौ ।

अत उक्तम् गुणलब्ध्योः समं ग्राह्य मित्यादि ।

हरादधिके धनक्षेपे हरेण विभज्य यच्छेष स्तेन पूर्ववत् क्रियाकरणे या लब्धिः सा तक्षणफलेन युक्ता, ऋणक्षेपे तक्षणफलेन वर्ज्जिता, वास्तवलब्धिः स्यादिति स्पष्टम् ।

उदाहरणम् ।

येन संगुणिताः पञ्च त्रयोविंशतिसंयुताः ।
वर्जिता वा त्रिभिर्भक्ता निरग्राः स्युः स को गुणः ॥

इदानीमधिक-क्षेपोदाहरणमनुष्टुभाह येनेति। पञ्च येन गुणकेन संगुणिताः त्रयोविंशतिसंयुताः वा त्रयोविंशति-वर्जिताः, त्रिभिः भक्ताः, निरग्राः निःशेषाः स्युः स गुणः कः?

न्यासः। भाज्यः ५ हारः ३ क्षेपः २३।

अत्र वल्ली भाज्य २३ त्रिभि

१
१
२३
०

पूर्व्ववज्जातं राशिद्वयम् $\frac{४६}{२३}$। एतौ हाराभ्यां तष्टौ। अत्राधोराशौ स्तष्टे सप्त लभ्यन्ते। ऊर्द्ध्वं राशौ ४६ पञ्चभिस्तष्टे नव लभ्यन्ते तत्र नव न ग्राह्याः। गुणलब्ध्योः समं ग्राह्यं धीमता तक्षणे फलमिति। अतः सप्तैव ग्राह्याः। एवं जाते गुणाप्ती २। ११ क्षेपजे तक्षणाच्छुद्धे इति त्रयोविंशति शुद्धौ जाता विपरीत शोधनादवशिष्टा लब्धिः ६। शुद्धौ जाते १। ६। इष्टाहतस्वस्वहरेण युक्ते इति धनर्णयोरन्तरमेव योग इति द्विगुणितौ स्वस्वहारौ क्षेपौ यथा धनलब्धिः स्यादिति जाते गुणाप्ती ७। ४। एवं सर्व्वत्र।

अथवा हरतष्टे धनक्षेपे इति। न्यासः। भाज्यः ५ हारः ३ क्षेपः २। पूर्ववज्जाते गुणाप्ती २। ४। एते स्वहाराभ्यां शोधिते विशुद्धिजे जाते १। १। क्षेपतक्षणलाभ्याढ्या लब्धिरिति जाते क्षेपजे २।११ शुद्धौ तु वर्ज्जितेति जाते १।६ धनलब्ध्यर्थं द्विगुणस्वहारक्षेपैः क्षिप्ते सति जाते ७। ४।

कुट्टकान्तरे करणसूत्रं वृत्तम्।

क्षेपाभावोऽथवा यत्र क्षेपः शुद्ध्येद्धरोद्धृतः।
ज्ञेयः शून्यं गुणस्तत्र क्षेपो हारहृतः फलम्॥

कुट्टके विशेष मनुष्टुभाह क्षेपाभावइति। यत्र क्षेपाभावः अथवा क्षेपः हरोद्धृत शुद्ध्येत् तत्र शून्यं गुणः ज्ञेयः, यत्र क्षेपो हरोद्धृतः शुद्धे तत्र क्षेपः हारहृतः फलं स्यात्।

अत्रोपपत्तिः।

कुट्टकविधौ क्षेपाभावे परस्परभजन-लब्ध-फलान्य धोऽधः संस्थाप्य क्षेपस्थाने शून्यं संस्थाप्य च यथोक्तक्रियाकरणे गुणलब्धी ०।० जायेते। यत्र क्षेपो हारोद्धृतः शुद्धे तत्राऽपि शेषः ० क्षेपः, गुणलब्धी ०।० किन्तु तत्र क्षेप-तक्षण-लाभाढ्या

लब्धिः कार्य्येति गुणेन शून्येन सह तत्तत्फलयोजने तत्तत्फलमेव फलं स्यादित्युक्तं क्षेपो हारहृतः फलमिति।

उदाहरणम्।

येन पञ्चगुणिता खसंयुताः
पञ्चषष्टिसहिताश्च तेऽथवा।
स्युस्त्रयोदशहृता निरग्रका
स्तं गुणं गणक कीर्त्तयाशु मे॥

क्षेपाभावोदाहरणं निःशेष-हारहृत-क्षेपोदाहरणञ्च रथोद्धतयाह येनेति। पञ्च येन गुणिता, खसंयुताः अथवा ते पञ्च येन गुणिताः पञ्चषष्टिसहिताः त्रयोदशहृताः च निरग्रकाः स्युः, तं गुणं भो गणक! मे आशु कीर्त्तय वद।

न्यासः। भाज्यः ५। हारः १३। क्षेपः ०
क्षेपाभावे गुणाप्ती ०।० इष्टाहत इति १३। ५
वा २६। १०।

न्यासः। भाज्यः ५। हारः १३। क्षेपः ६५।
क्षेपः शुद्धे हरोद्धृतः क्षेयः शून्यं गुणस्तत्र क्षेपो हारहृतः फलमिति जाते गुणाप्ती ०। ५ वा १३। १०। इत्यादि।

अथ कुट्टके गुणलब्ध्यो रनेकत्वार्थं सूत्रम् ।

इष्टाहत स्वस्वहरेण युक्ते
ते वा भवेतां बहुधा गुणाप्ती ।

बहुधा गुणलब्धिसाधनोपायमिन्द्रवज्रापूर्वार्द्धेनाह इष्टाहतेति । ते पूर्व्वसाधिते गुणाप्ती इष्टाहत-स्वस्व हरेण युक्ते बहुधा भवेताम् । इष्ट गुणित हारो गुणेन युक्तो बहुधा गुणो भवेत् । इष्टगुणित भाज्यो लब्ध्या युतश्च बहुधा लब्धिः स्यादित्यर्थः ।

अत्रोपपत्तिः ।

भा·गु ± क्षे = हा·ल । उभयत्र "इ·भा·हा" योजने ।
भा (गु + इ·हा) ± क्षे = हा (ल + इ·भा) ।
∴ गु = गु + इ·हा । ल = ल + इ·भा ।
अत उक्तम् इष्टाहतेति ।

अत्रोदाहरणानि दर्शितानि पूर्व्वमिति ।

अथ स्थिरकुट्टके करणसूत्रं वृत्तम् ।

क्षेपे तु रूपे यदि वा विशुद्धौ
स्यातां क्रमाद् ये गुणकार लब्धी ॥७२॥

अभीप्सित क्षेप विशुद्धि निघ्ने
स्वहार तष्टे भवतस्तयोस्ते ॥

नियत क्रिया-निर्व्वाहार्थं स्थिरकुट्टक मिन्द्रवज्रोत्तरार्द्धोप-जातिपूर्व्वार्द्धाभ्यामाह क्षेपे तु रूपइति। रूपे क्षेपे धनक्षेपे कल्पिते, यदि वा विशुद्धौ ऋणक्षेपे कल्पिते, ये गुणकार-लब्धी स्यातां, ते क्रमादभीप्सितक्षेपविशुद्धि निघ्ने धनक्षेपेण ऋणक्षेपेण वा गुणिते स्वहारतष्टे तयोः भाज्यहारयोः ते गुणकार लब्धी भवतः।

अत्रोपपत्तिः।

क्षेपसंख्यया क्षेप मपवर्त्त्य भाज्य हारावनपवर्त्त्य च यदि रूप-तुल्येन क्षेपेण कुट्टकोक्त विधिना गुणलब्धी साध्येते तदा अपवर्त्तनाङ्केन गुणलब्धिरूपौ क्रमशो भाज्य-हारयोः गुणा ववश्यापवर्त्तनीयौ। यतः—

भा·गु ± क्षे=हा·ल इति पक्षौ समौ।

अत उक्तं अभीप्सित क्षेप इत्यादि।

पूर्व्वोदाहरणे दृढ़भाज्यहारयो रूपक्षेपयो र्न्यासः। भाज्यः १७ हारः १५ क्षेपः १।

अत्र गुणाप्ती ७। ८। एते दृष्टक्षेपेण पञ्चकेन गुणिते स्वहार तष्टे च जाते ५। ६।

अथ रूपशुद्धौ गुणाप्ती ८ । ६ । एते पञ्चगुणे स्वहारतष्टे च जाते १० । ११ । एवं सर्व्वत्र ।
अस्य ग्रहगणिते उपयोग स्तदर्थं किंचिदुच्यते ।

कल्पाऽथ शुद्धिर्विकलाऽवशेषं
षष्टिश्च भाज्यः कुदिनानि हारः ॥७३॥
तज्जं फलं स्युर्विकला गुणस्तु
लिप्ताग्र मस्माच्च कला लवाग्रम् ।
एवं तदूर्द्ध्वं च तथाधिमासा
वमाग्रकाभ्यां दिवसा रवीन्द्वोः ॥७४॥

अस्य कुट्टकस्य ग्रहगणिते महानुपयोगस्तदर्थं किं चिदुप जात्युत्तराद्धोऽन्योपजातिभ्यामाह तज्जमिति । विकला-वशेष दर्शनादेव ग्रहाहर्गणयो रानयने विकलावशेषं शुद्धिः ऋणक्षेपः, षष्टिः भाज्यः (षष्टिरित्युपलक्षणं तेन राश्याद्यानयने त्रिंशदादि भाज्यः) कुदिनानि च हारः कल्पजः । तज्जं तेभ्यो भाज्य-हार-क्षेपेभ्यः कुट्टकविधिना जातं फलं लब्धिः विकलाः स्युः, गुणस्तु लिप्ताग्रं कलाशेषम् स्यात् । अस्मात् लिप्ताग्रात् कुट्टकविधिना लब्धिः कलाः, गुणः लवाग्रम् । एवं अनेन प्रकारेण तदूर्द्ध्वं च कार्य्यं क्रमेण भ-राशि-भगणाऽहर्गणाः स्युः । तथा अधिमासाऽवमाग्रकाभ्यां

अधिमासशेषावमशेषाभ्यां रवीन्द्वोः दिवसाः स्युः। एतदा-
चार्य्येणैव दर्शितम्।

ग्रहस्य विकलावशेषाद् ग्रहाहर्गणयोरानयम्।

तद्यथा तत्र षष्टिर्भाज्यः कुदिनानि हारः विक-
लावशेषं शुद्धिरिति प्रकल्प्य साध्यौ गुणाप्ती।
तत्र लब्धिर्विकलाः स्युः। गुणस्तु कलावशेषम्।

एवं कलावशेषाल्लब्धिः कला गुणो भागशेषम्।
तद् भागशेषं शुद्धिः कुदिनानि हारः त्रिंशद्भाज्यः
तत्र लब्धिर्भागाः गुणो राशिशेषम्।

द्वादश भाज्यः कुदिनानि हारः राशिशेषं
शुद्धिः तत्र फलं राशयः गुणो भगणशेषम्।

भगणा भाज्यः कुदिनानि हारः भगणशेषं
शुद्धिः फलं गतभगणाः गुणोऽहर्गणः स्यादिति।

अथोदाहरणानि प्रश्नाध्याये।

एवं कल्पाधिमासाः भाज्यः रवि दिनानि
हारः अधिमास शेषं शुद्धिः लब्धिर्गताधिमासाः
गुणो गतरविदिवसाः।

एवं कल्पावमानि भाज्यः चान्द्रदिवसा हारः अवमशेषं शुद्धिः फलं गतावमानि गुणो गतचान्द्रदिवसा इति ।

संश्लिष्ट कुट्टके करणसूत्रं वृत्तम् ।

एको हरश्चेद् गुणकौ विभिन्नौ
तदा गुणैक्यं परिकल्प्य भाज्यम् ।
अग्रैक्यमग्रं कृत उक्तवद् यः
संश्लिष्ट संज्ञः स्फुट कुट्टकोऽसौ ॥७५॥

एकस्मिन् गुणके सति कुट्टकविधिना राशिज्ञानमभिधायेदानीं बहुषु गुणेषु राशिज्ञान मुपजात्याह एको हरश्चेदिति । चेद् एकः हरः गुणकौ विभिन्नौ तदा गुणैक्यं गुणयोः गुणानां वा ऐक्यं भाज्यं परिकल्प्य, अग्रैक्यं अग्रयोः अग्राणां वा ऐक्यं भागशेषैक्यं अग्रं ऐक्यं ऋणरूपं प्रकल्प्य च उक्तवद् "मिथोभजेत्तौ" इत्यादि कुट्टकविधिना यः गुणः कृतः निर्णीतः असौ संश्लिष्टसंज्ञः स्फुट कुट्टकः । संश्लिष्टानामेकीभूतानामग्राणां सम्बन्धी कुट्टक इति संश्लिष्टसंज्ञः अन्वर्थनामायम् ।

अत्रोपपत्तिः।

भा·प्रगु=हा·प्रल+प्रशे। ∴ भा·प्रगु—प्रशे=हा·प्रल।
भा·द्विगु=हा·द्विल+द्विशे। ∴ भा·द्विगु—द्विशे=हा·द्विल।
∴ भा(प्रगु+द्विगु)—(प्रशे+द्विशे)=हा(प्रल+द्विल)
गुण्यो यदि गुणकः कल्प्यते गुणको गुण्यश्च तदापि न क्षतिरित्यत्र भाज्यः=प्रगु+द्विगु। भाज्य इति च गुणकः कल्पितः।—प्रशे+द्विशे इति ऋण क्षेपश्च कल्प्यः। ततः कुट्टक-विधिना-गुणः साध्यः। अत उक्तम् एको हरश्चेदिति।

उदाहरणम्।

कः पञ्चनिघ्नो विहृतस्त्रिषष्ट्या
सप्तावशेषोऽथ स एव राशिः।
दशाहतः स्याद्विहृत स्त्रिषष्ट्या
चतुर्दशाऽग्रो वद राशि मेनम्।

संश्लिष्ट कुट्टकोदाहरण मुपजात्याह कः पञ्चेति।
कः राशिः पञ्चनिघ्नः त्रिषष्ट्या विहृतः सप्तावशेषः स्यात्, अथ स एव राशिः दशाहतः त्रिषष्ट्या विहृतः चतुर्दशाग्रः चतुर्दश शेषः स्यात्, एनं राशिं वद।

अत्र गुणैक्यं भाज्यः अग्रैक्यं शुद्धिः ।

न्यासः । भाज्यः १५ हारः ६३ क्षेपः २१ ।

पूर्व्ववज्जातः शुद्धौ गुणः ७ । फलं ५ । एतौ स्वतक्षणाभ्यां शोधितौ जातौ वियोगजौ लब्धि-गुणौ २ । १४ ।

अत्र विशेषः ।

भा·प्रगु—प्रशे=हा·प्रल ।

भा·द्विगु—द्विशे=हा·द्विल ।

प्रथमौ पक्षौ द्विगु इत्यनेन, द्वितीयौ पक्षौ च प्रगु इत्यनेन गुणितौ—

भा·प्रगु·द्विगु—प्रशे·द्विगु=हा·प्रल·द्विगु }
भा·द्विगु·प्रगु—द्विशे·प्रगु=हा·द्विल·प्रगु } पक्षयो रन्तरे—

हा (प्रल·द्विगु—द्विल·प्रगु)=प्रशे·द्विगु—द्विशे·प्रगु ।

इत्यने नेदमवगम्यते यत्र (प्रल·द्विगु – द्विल·प्रगु) अयं हार भक्तो निःशेषः स्यात्तत्र सदुद्दिष्ट मन्यथा दुष्ट मिति ।

इति लीलावत्यां कुट्टकः ।

गणितपाशे करणसूत्रं वृत्तम् ।

स्थानान्तमेकादिचयाङ्कघातः
संख्याविभेदा नियतैः स्युरङ्कैः ।
भक्तोऽङ्कमित्याऽङ्कसमासनिघ्नः
स्थानेषु युक्तो मितिसंयुतिः स्यात् ॥७६॥

अङ्कानां पाश इवेत्यङ्कपाशस्तत्रेतरेतर-स्थान-निवेशनेनाङ्कानां ये भेदा जाता स्तेषां परिमाणं संयुतिञ्चेन्द्रवज्रयाह स्थानान्तमिति। स्थानान्तं यथास्यात्तथा एकादिचयाङ्कघातः एकादय एकचयाश्च ये अङ्का स्तेषां घातः, नियतैः प्रश्ननिर्दिष्टैः अङ्कैः संख्याविभेदाः संख्यानां भेदाः स्युः। स एकादिचयाङ्क-घातः, अङ्कमित्या अङ्कानां यावन्ति स्थानानि तन्मित्या भक्तः, अङ्क-समास-निघ्नः अङ्कानां समासेन योगेन गुणितः, स्थानेषु यावन्ति निर्दिष्टाङ्कानां स्थानानि तावत् स्थानेषु, एक-दशादि स्थानान्तरत्वेन युक्तः, मिति-संयुतिः भेद-मितीनां योगः स्यात्। इतरेतर स्थान निवेशनेन ये अङ्क-भेदा स्तेषां संयुतिः स्यादित्यर्थः।

अत्रोपपत्तिः ।

यदि राशिः=क. इति, तदा भेदः १। परतुल्यम् ।

यदि राशी=क, ख इति। तदा भेदः ।

यत्र राशिचतुष्टयम्, तत्र ६ (क+ख+ग+घ) इति एक-द्व्यादि-स्थान चतुष्टये योजने संयुतिः स्यात्।

अत्र ६ = $\frac{\text{अङ्कघातः } २४}{\text{अङ्कमितिः } ४}$ ।

अत उक्तम् भक्तोऽङ्कमित्येत्यादि।

अथोद्देशकः।

द्विकाऽष्टकाभ्यां त्रिनवाऽष्टकैर्वा
निरन्तरं द्व्यादि नवावसानैः
संख्याविभेदाः कति संभवन्ति
तत्संख्यकैक्यानि पृथग् वदाशु ॥

अत्रोपजात्या द्विकाष्टकाभ्यामित्याद्युदाहरणमुद्देशक आह। द्विकाऽष्टकाभ्यां अङ्काभ्यां त्रि-नवाऽष्टकैः अङ्कैः वा निरन्तरं यथा स्यात्तथा द्व्यादि-नवावसानैः द्व्यादयो नवावसाना ये अङ्काः तैः कति संख्या-विभेदाः संभवन्ति? तत् संख्यकैक्यानि उदाहरण-त्रये ये अङ्कानां भेदाः जातास्तेषां त्रीणि ऐक्य-फलानि आशु पृथग् वद।

न्यासः। २। ८। अत्र स्थाने २। स्थानान्त-मेकादिचयाङ्क १। २ घातः २। एवं जातौ संख्याभेदौ २।

अथ स एव घातोऽङ्कमित्यानया २ भक्तः १०। स्थान द्वये युक्तो जातं संख्यैक्यम् । ११० ।

द्वितीयोदाहरणे न्यासः । ३ । ६ । ८ । अत्रै-कादिचयाङ्क १ । २ । ३ घातः ६ । एतावन्तः संख्या-भेदाः ।

घातः ६ अङ्कसमास २० हतः १२० । अङ्क-मित्या ३ भक्तः ४० स्थानत्रये युक्तो जातं संख्यैक्यम् ४४४० ।

तृतीयोदाहरणे न्यासः ।२।३।४।५।६।७।८।६। एवमत्र संख्याभेदा श्चत्वारिंशत् सहस्राणि शतत्रयं विंशतिश्च ४०३२० । संख्यैक्यं च चतुर्विंशति-मिखर्वाणि त्रिषष्टिपद्मानि नवनवतिकोटयो नवनवतिलक्षाणि पञ्चसप्ततिसहस्राणि शतत्रयं षष्टिश्च २४६३९९९९७५३६० ।

उदाहरणम् ।

पाशाऽङ्कुशाऽहि-डमरूक-कपाल-शूलैः
खट्वाङ्ग-शक्ति-शर-चाप-युतैर्भवन्ति ।

अन्योन्यहस्तकलितैः कति मूर्त्तिभेदाः
शम्भो र्हरेरिव गदाऽरि-सरोज-शङ्खैः॥

अत्रोदाहरणं वसन्ततिलकेनाह पाशाऽङ्कुशाऽहीति।
गदा प्रसिद्धा, अरिः चक्रम्, सरोजं पद्मम्, शङ्खः प्रसिद्धः
एतैः अन्योन्य हस्तकलितैः परस्परं चतुर्षु हस्तेषु स्थितैः, हरेः
विष्णोः मूर्त्तिभेदाः इव, खट्टाङ्ग-शक्ति-शर-चाप-युतैः-खट्टाङ्गम्
शिवस्यास्त्रविशेषः, शक्तिः शर्व्वलानामास्त्रमिति नानार्थेऽमर-
भरतौ, शरः बाणः चापं धनुः एभिः युतैः पाशाऽङ्कुशाऽहि-
डमरुक-कपाल-शूलैः, पाशाऽङ्कुशौ प्रसिद्धास्त्र-विशेषौ,
अहिः सर्पः, डमरुकः डमरुः वाद्ययन्त्रविशेषः, कपालं
नर-कपालं, शूलः त्रिशूलः, एतैः अन्योन्यहस्त-कलितैः
परस्परं दशसु हस्तेषु (पञ्चवक्त्रत्वात् दशहस्ताः) स्थितैः
शम्भोः कति मूर्त्तिभेदाः भवन्ति? हरे मूर्त्तिभेदाः प्रसिद्धाः
शिवस्य न तथेति हरेर्निदर्शनम्।

न्यासः। स्थानानि १०। एवमत्र जाता
मूर्त्तिभेदाः ३६२८८००। एवं हरेश्च २४।

विशेषे करणसूत्रं वृत्तम्।

यावत् स्थानेषु तुल्याऽङ्का स्तद्भेदैस्तु पृथक् कृतैः।
प्राग्भेदा विहृता भेदा स्तत् संख्यैक्यं च पूर्व्ववत्॥७७

असमानाऽङ्कानां भेदाः पूर्व्वोक्ताः, समानाऽसमाना मङ्कानां विशेष मनुष्टुभाह यावदिति । यावत् स्थानेषु तुल्याङ्काः स्युः पृथक् कृतैः तद्भेदैः द्वौ त्रयो वा यावन्तोऽङ्काः समाः तेषां, स्थानान्त मेकादि चयाङ्क घात इत्यनेन पृथक् पृथक् साधितैः भेदैः प्राग् भेदाः सर्व्वाङ्कैः प्राक् साधिताः भेदाः, विहृताः सन्तः भेदाः स्युः । तत् संख्यैक्यं च पूर्व्ववत् भक्तोऽङ्क-मित्यादिना साध्यम् ।

अत्रोपपत्तिः ।

अतुल्याङ्कानां परस्पर निवेशनेनैव भेदः सम्भवति । नतु तुल्याङ्कानां । अतः भेदाः तुल्याङ्कभेदभक्ता वास्तवाः स्युरित्याचार्य्येणैवाऽन्योन्य-स्थान निवेशनेन सम्यक् प्रदर्शितम् ।

अत्रोद्देशकः ।

द्विद्व्येकभूपरिमितैः कति संख्यकाः स्यु
स्तासां युतिं च गणकाशु मम प्रचक्ष्व ।
अम्भोऽधिकुम्भि शरभूतशरै स्तथाङ्कै
श्चेदङ्कपाशविधियुक्ति विशारदोऽसि ॥

अत्रोदाहरणद्वयं वसन्ततिलकेनाह द्विद्व्येकेति । भो गणक ! चेत् त्वं अङ्कपाश-विधियुक्ति-विशारदः अङ्कपाश-विधौ या युक्तिः तस्यां विशारदः चतुरः असि, तदा द्विद्व्येक-

भूपरिमितैः तथा अम्भोऽधि-कुम्भिशर-भूत-शरैः अङ्कैः कति भेदसंख्याः स्युः इति प्रचक्ष्व। तासां भेदजसंख्यानां युतिं च मम आशु प्रचक्ष्व ।

न्यासः । २ । २ । १ । १ । अत्र प्राग्वद् भेदाः २४ । यावत् स्थानेषु तुल्याङ्का इत्यत्र प्रथमं २ । २ तावत् स्थानद्वये, तुल्यौ प्राग्वत् स्थानद्वयाज्जातौ भेदौ २ । पुनरत्रापि १ । १ । स्थानद्वये तुल्यौ प्राग्वत् तत्राप्येवं भेदौ २ । भेदाभ्यां प्राग्भेदाः २४ भक्ता जाताः संख्या-भेदाः ६ । तद्‌यथा २२११।२१२१।२११२।१२१२। १२२१।११२२। पूर्व्ववत् संख्यैक्यं च ९९९९ ।

न्यासः । ४८५५५। अत्रापि पूर्व्ववद्भेदाः १२०। स्थानत्रयोत्थभेदै ६ र्भक्ता जाता भेदाः २० । तद्‌यथा ४८५५५ । ५५५४८ । ५५५८४ । ५५८५४ । ५८५५४ । ५४५५८ । ५५४८५ । ५५८४५ । ५८५४५ । ५८४५५ । ५५४५८ । ५४८५५ । ४५८५५ । ४५५८५ । ४५५५८ । ५४५८५ । ८४५५५ । ८५५४५ । ८५४५५ । ८५५५४ । संख्यैक्यं च ११९९९८८ ।

अनियताङ्कै रतुल्यैश्च विभेदे करणसूत्रं वृत्तार्द्धम्।

स्थानान्तमेकापचितान्तिमाङ्क-
घातोऽसमाङ्कैश्च मितिप्रभेदाः।

नियताङ्के भेदानभिधायेदानीमनियताङ्कै भेदानुपजातिका पूर्व्वार्द्धेनाह स्थानान्तमिति। स्थानान्तं यावत् स्थानं एकापचितः एकैकोनः अन्तिमाङ्कः स्थाप्यः, एषां घातः असमाङ्कैः मितिप्रभेदाः स्युः।

अत्रोपपत्तिः।

पूर्व्वं प्रदर्शितं एकाङ्कस्य भेदः = प तुल्यम्। द्वयोर्भेदः = प(प — १)। त्रयाणां भेदः = प(प — १)(प — २) इत्यादि।
अत उक्तं स्थानान्तमेकापचितेति।

उदाहरणम्।

स्थानषट्कस्थितैरङ्कै रसमैः खेन वर्ज्जितैः।
कति संख्याविभेदाः स्युर्यदि वेत्सि निगद्यताम्॥

अत्रोदाहरणमनुष्टुभाह स्थानषट्केति। स्थान षट्कस्थितैः खेन शून्येन वर्ज्जितैः असमैः अङ्कैः कति संख्याविभेदाः स्युरिति यदि त्वं वेत्सि निगद्यताम्।

अत्रान्तिमाङ्को नव ९। षट्स्थाने एकैकापचिता न्यस्ताः ९। ८। ७। ६। ५। ४। एषां घाते जाताः संख्याभेदाः ६०४८०।

अन्यत् करणसूत्रं वृत्तद्वयम्।

निरेकमङ्कैक्यमिदं निरेक-
स्थानान्तमेकापचितं विभक्तम्।
रूपादिभिस्तन्निहतेः समाः स्युः
संख्याविभेदाः नियतेऽङ्कयोगे ॥७८॥
नवान्वितस्थानक संख्यकाया
ऊनेऽङ्क योगे कथितं तु वेद्यम्।
संक्षिप्त मुक्तं पृथुता भयेन
नान्तोऽस्ति यस्माद् गणितार्णवस्य ॥७९॥

अथाऽनियतभेदे प्रकारान्तरमुपजात्युत्तराद्धोऽन्यो पजातिभ्यामाह निरेक मित्यादि। निरेकं एकहीनं अङ्कैक्यं प्रश्नोक्ताङ्कैक्यं निरेकस्थानान्तं एकापचितं क्रमेण एकैकापचितं कृत्वा रूपादिभिः क्रमेण एक द्वित्र्यादिभिः विभक्तं कार्यम्। तन्निहतेः तेषां घातस्य तुल्याः नियते अङ्कयोगे संख्याविभेदाः स्युः। कथितमिदं तु नवान्वितस्थानक-संख्यकाया-

जने अङ्कयोगे ज्ञेयम्। पृथुता ग्रन्थगौरव भयेन संक्षिप्त संकलित मारभ्य एतत् पर्य्यन्त मया संक्षिप्तं उक्तं यस्मात् गणितार्णवस्य अन्तः पारं न अस्ति।

अत्रोपपत्ति।

परवर्त्तिन्युदाहरणे सर्व्वत्र योग त्रयोदशमित एव पञ्च-स्थानाङ्कै रङ्कैरन्योन्यस्थान निवेशनेन तेषां ११११९।१११२८। १११३७···इत्यादयः ४९५ मित संख्यका भेदा भवन्ति।

ते भेदाः १२। ११। १०। ९। एषां घाते १। २। ३। ४ एतेषां घातेन भक्ते उत्पद्यन्ते। एवं सर्व्वत्र।

अत उक्तं निरेक मङ्कैरित्यादि।

उदाहरणम्।

पञ्चस्थानस्थितैरङ्कै यद् यद् योगस्त्रयोदश
कति भेदा भवेत् संख्या यदि वेत्सि निगद्यताम्॥

अत्रोदाहरण मनुष्टुभाह पञ्चस्थानेति। यद् यद् योगः येषां येषां अङ्कानां योगः त्रयोदश भवेत् एवंविधैः पञ्चस्थान-स्थितैः अङ्कैः कति भेदा संख्याः स्यु यदि त्वं वेत्सि निगद्यताम्।

अत्राङ्कैक्यम् १३। निरेकम् १२ इदमेको-नस्थानान्तमेकापचितं रूपादिभिश्च भक्तं

न्यस्तम् $\frac{१२}{१}$ $\frac{११}{२}$ $\frac{१०}{३}$ $\frac{९}{४}$ एषां घातसमा जाताः संख्याभेदाः ४९५ ।

न गुणो न हरो न कृति
र्न घनः पृष्ट स्तथापि दुष्टानाम् ।
गर्व्वितगणक बटूनां
स्यात् पातोऽवश्यमङ्कपाशेऽस्मिन् ॥ ८० ॥

अङ्कपाशप्रशंसया दुष्टगणकबटून् निन्दयितुमार्य्ययाह न गुण इति । यद्यपि अस्मिन् अङ्कपाशे गुणः गुणनं न पृष्ठः हरः हरणं कृतिः घनः एते अपि न पृष्टाः तथापि दुष्टानां गर्व्वितगणकबटूनां अस्मिन् अङ्कपाशे अवश्यं पातः भवेत् ।

इति लीलावत्यामङ्कपाशः

येषां सुजातिगुणवर्गविभूषिताङ्गी
शुद्धाऽखिलव्यवहृतिः खलु कण्ठसक्ता ।
लीलावतीह सरसोक्ति मुदाहरन्ती
तेषां सदैव सुखसम्पदुपैति वृद्धिम् ॥८१॥

इति श्रीभास्कराचार्य्यविरचिते सिद्धान्त-
शिरोमणौ लीलावतीसंज्ञः पाट्यध्यायः
समाप्तः ।

अथाऽङ्गनाश्लेषेण स्वकृतलीलावतीनामक पाटीप्रशंसां वसन्ततिलकेनाह येषामिति । येषां नराणां लीलावती नाम पाटी कण्ठसक्ता अभ्यस्ता भवेत्, तेषां सदैव-सुख-सम्पत् दैवेन भाग्येन सह सुखसम्पद् वृद्धिं उपैति प्राप्नोति । पाटी किम्भूता सुजाति-गुण-वर्ग-विभूषिताङ्गी शोभना जातयः भागजात्यादयः गुणाः गुणकाराः वर्गाः वर्गघनादयः तैः विभूषितानि अङ्गानि यस्याः सा, शुद्धाखिलव्यवहृतिः शुद्धाः अखिलव्यवहृतिः लोक-व्यवहारो यस्याः सा, सरसोक्तिमुदाहरन्ती सरसोदाहरणयुक्तां, का इव लीलावतीव लीला भावविशेष स्तद्युक्ता अङ्गना इव, यथा सुजात्यादि युक्ता अङ्गना येषां कण्ठसक्ता आलिङ्गिता तेषां सदा एव सुखसम्पद्-वृद्धि र्जायते तथा । अङ्गना कीदृशी सुजातिगुण वर्ग विभूषिताङ्गी, सुजातिः पद्मिन्यादिः, सुगुणाः पातिव्रत्यादयः, तेषां वर्गैः समूहैः भूषिताङ्गी । शुद्धाऽखिल-व्यवहृतिः शुद्धा विशुद्धाः व्यवहृतिः व्यवहारो यस्याः तथा-विधा । सरसोक्ति मुदाहरन्ती रसयुक्तवाक्यं भाषन्ती ।

इति टाङ्गाइलान्तर्गत बड़ वलताग्राम निवासि पण्डित कृपानाथ देवशर्म्मात्मज, कलिकातास्थ राजकीय संस्कृत-पाठशालायां ज्योतिः शास्त्राध्यापक, स्मृति व्याकरण ज्योति-स्तीर्थोपाधिक, सरयूपारि गुह्यविप्र, पाठकोपाह्व श्रीराधावल्लभ देवशर्म्मविरचिता लीलावत्याः सोपपत्तिकटीका समाप्ता ।